



# Práctica 1: Introducción y Muestreo en GNURADIO

Ariza Villamizar William Andrés - 2184684  
Martínez González Brayan Camilo - 2194667  
Perdomo Morales Andrés Felipe - 2195534

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones  
Universidad Industrial de Santander

4 de Noviembre del 2022

## Resumen

El muestreo en GNURADIO es de gran utilidad ya que con él en el siguiente informe se podrá visualizar y obtener diferentes datos de una señal de entrada en específico, observando el teorema de Nyquist, como muestrear una señal mediante la frecuencia de muestreo y la frecuencia de la señal, y dos factores importantes como lo son la interpolación y el diezmado, introduciendo los conceptos de filtros y la sinterización un audio.

**Palabras clave:** Teorema de Nyquist, muestreo, interpolación, diezmado

## 1. Introducción

La teoría de muestreo en el procesamiento de señales es de gran importancia ya que gracias a ella podemos obtener información relevante de la señal, cuando se muestrea una señal las componentes muestreadas se puede representar como componentes senoidales en el dominio de la frecuencia, lo que nos permite distinguir la fase de la señal.

GNURADIO permite mediante bloques de procesamiento, construir y simular sistemas de comunicaciones, lo cual puede ser a nivel de simulación o en implementación, mediante la programación de bloques radiales los cuales ayudan a trabajar en niveles de radiofrecuencia. Cuando se alcanza el límite de Nyquist donde la relación es la  $F_{muestreo} \geq 2F_{señal}$  permite discretizar la señal a tal punto de que solamente queden dos impulsos dentro del periodo de la señal, cuando se respeta este teorema la señal no se verá afectada por el concepto de Aliasing, lo que quiere decir que las componentes de frecuencia se verán ubicadas correctamente ya que no se habrá salido del rango permitido.

La relación entre la frecuencia de muestreo y la frecuencia de la señal para poder visualizar correctamente la

señal de entrada debería ser mayor o igual a 10, ya que visto de manera experimental en el laboratorio en este punto es posible observar mucho mejor la señal, esto es debido a que la frecuencia de la señal es más pequeña lo que permite obtener más muestras en la función.

Es importante interpolar una señal cuando la tasa de muestreo de esta es baja, teniendo presente que la interpolación genera un aumento en la cantidad de muestras, pero con la característica de que entre más interpolación haya más lenta va a ir la señal, ya que se respeta el espaciado de la señal muestreada original.

Es importante diezmar una señal para remover el efecto Aliasing, es decir cuando se lleva a cabo el proceso de diezmado este le quita muestras a la señal haciendo que esta entre el rango nuevamente, lo que permite visualizar correctamente la señal.

Cuando se toma una tasa de muestreo inadecuada se pierde información y con ello se obtienen resultados erróneos, un ejemplo sería una señal de audio en la cual se pierden componentes de audio con lo cual no se puede interpretar con corrección y muy probablemente esta puede presentar el efecto Aliasing.

## 2. Procedimiento

- **Límites de Nyquist usando valores de frecuencia de muestreo (variable: samp.rate) y frecuencia de la señal de referencia (Bloque: signal Source).**

Utilizando el programa GNURADIO y llamando los siguientes bloques, es posible asignar tanto la frecuencia de muestreo como la frecuencia de la señal.

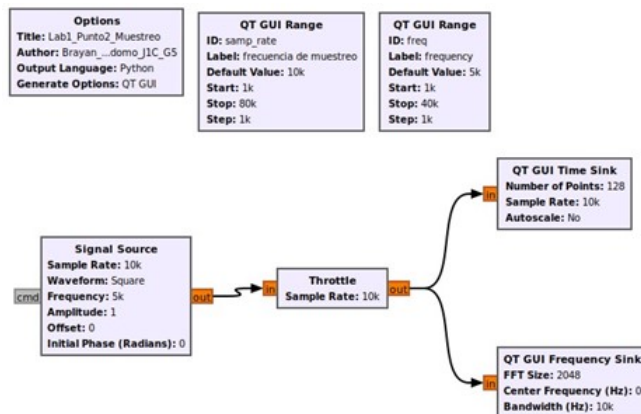


Fig. 1: Diagrama de Bloques para la demostración de los límites de Nyquist.

### ■ Procesos realizados en el laboratorio y resultados obtenidos.

Para poder obtener el diagrama de bloques más acertado primero hay que establecer en dos bloques de QT GUI Range dos parámetros, que en este caso serían la frecuencia de muestreo y la frecuencia de la señal. En otro bloque llamado Signal Source nos permite introducir una señal de entrada y dentro de este bloque asignar parámetros como lo son el Sample Rate que sería la frecuencia de muestreo, la señal que queremos ingresar ya sea seno, coseno, triangular, cuadrada, etc, la frecuencia que sería la frecuencia de la señal y otros parámetros que se pueden variar. El bloque Signal Source se uniría con el Throttle que es el bloque acelerador, y después se llaman dos bloques, uno llamado QT GUI Time Sink que permite visualizar la señal en el tiempo ya sea de manera continua o discretizada, y el otro bloque llamado QT GUI Frequency Sink que es la FFT de la señal para poder observar la función en el dominio de la frecuencia en sus componentes fundamentales.

### ■ Límite de Nyquist y disminución de este.

Para poder establecer los límites de Nyquist usando valores de frecuencia es necesario tener en cuenta que  $F_{muestreo} \geq 2F_{senal}$ , cuando se llega a ese límite se pueden observar solamente dos impulsos de la señal muestreada en el tiempo en un periodo y utilizando la FFT que ya sería en la frecuencia se observaría en los extremos en la gráfica los picos, si respetamos este teorema será posible visualizar la señal, pero si llegado el caso la

frecuencia de la señal es mucho mayor a lo que induce el teorema se puede presentar el fenómeno de aliasing lo que generaría algunas inconsistencias debido a ese fenómeno, algo por agregar es que esta señal nos permite recuperar información en este caso la fase de la señal.

### Frecuencia de Muestreo de 32kHz

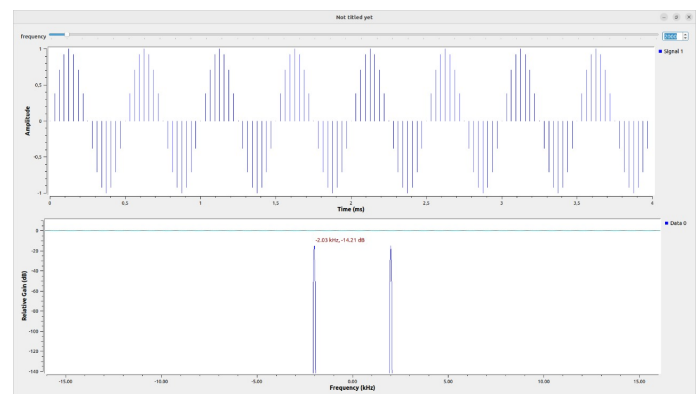


Fig. 2: Señal Seno Muestreada con una frecuencia de la señal de 2kHz.

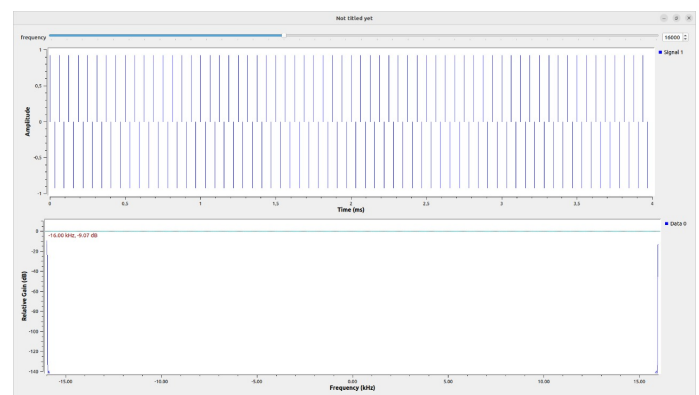


Fig. 3: Señal Seno Muestreada con una frecuencia de la señal de 16kHz, cumpliendo el teorema de Nyquist.

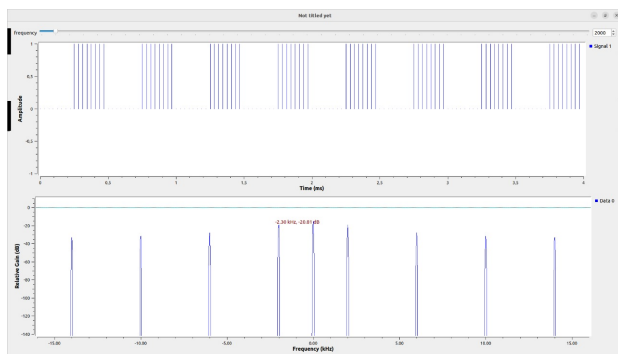


Fig. 4: Señal Cuadrada Muestreada con una frecuencia de la señal de 2kHz.

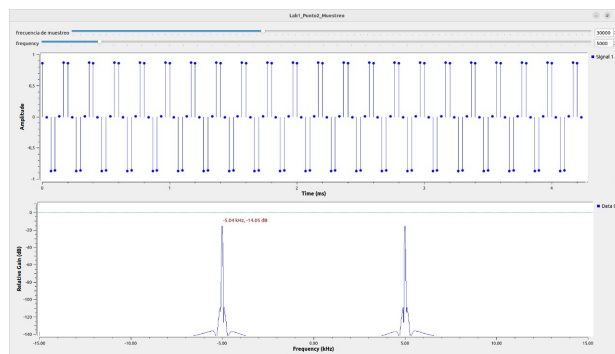


Fig. 6: Señal Seno con una frecuencia de muestreo de 30kHz y con una frecuencia de la señal de 5kHz.

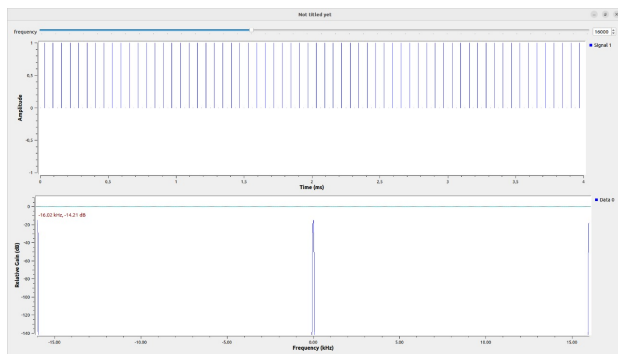


Fig. 5: Señal Seno Muestreada con una frecuencia de la señal de 16kHz, cumpliendo el teorema de Nyquist.

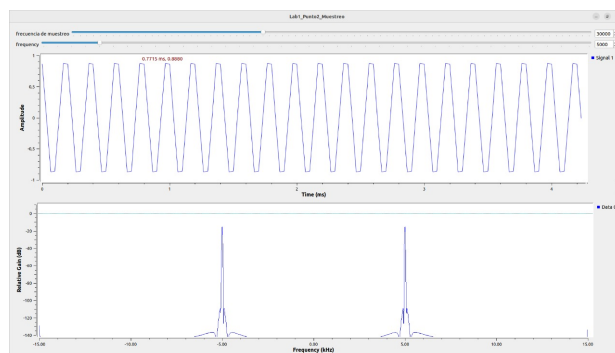


Fig. 7: Señal Seno con una frecuencia de muestreo de 30kHz visualizada de manera continua y con una frecuencia de la señal de 5kHz.

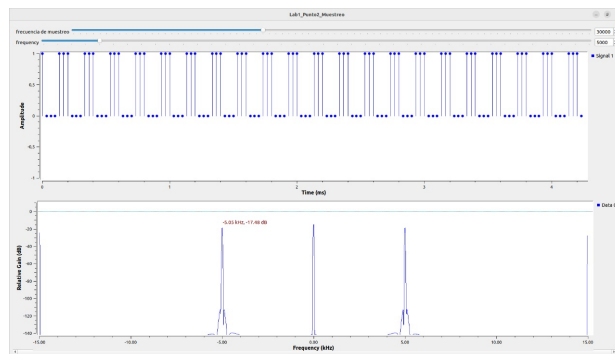


Fig. 8: Señal Cuadrada con una frecuencia de muestreo de 30kHz visualizada de manera continua y con una frecuencia de la señal de 5kHz.

Por ejemplo, el límite se puede disminuir y entrar mucho mejor al rango cuando: Se toma la relación de  $\frac{Samp.rate}{Frequency} = 6$ , donde se establece que el samp.rate que es igual a la frecuencia de muestreo fuera 30kHz y la Frequency con valor de 5000kHz, como se puede observar en la figura se cumple la relación y en el tiempo se visualizan los 6 impulsos en un periodo, algo particular de la señal es que si se observa de manera continua intenta simular una señal triangular, pero esto no solo sucede con una señal seno, también si se le ingresa una señal cuadrada sucede lo mismo, esta parece ser una particularidad de muestrear de esta manera.

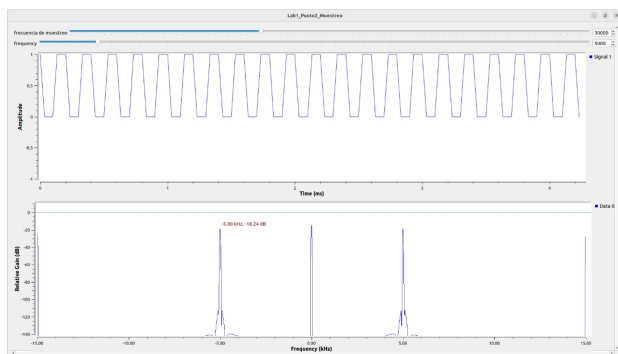


Fig. 9: Señal Seno con una frecuencia de muestreo de 10kHz y con una frecuencia de la señal de 1kHz.

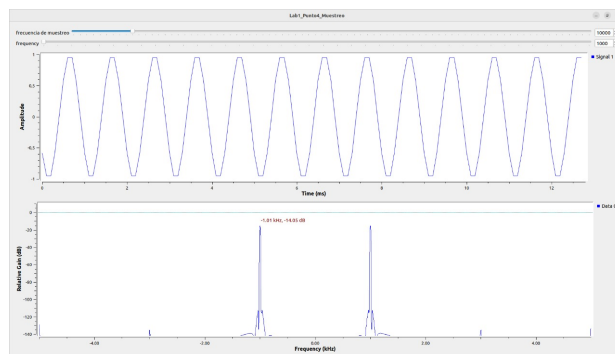


Fig. 11: Señal Seno con una frecuencia de muestreo de 10kHz visualizada de manera continua y con una frecuencia de la señal de 1kHz.

Cuando se llega a una relación de  $\frac{\text{Samp-rate}}{\text{frequency}} \geq 10$  y se observan las gráficas es posible identificar mucho mejor la señal de entrada, esto porque la frecuencia de muestreo es mayor que la frecuencia de la señal lo que permite visualizar más muestras.

- Interpolación de una señal en GNURADIO (disminución de frecuencia) y Diezmado de una señal en GNURADIO (aumento de frecuencia).

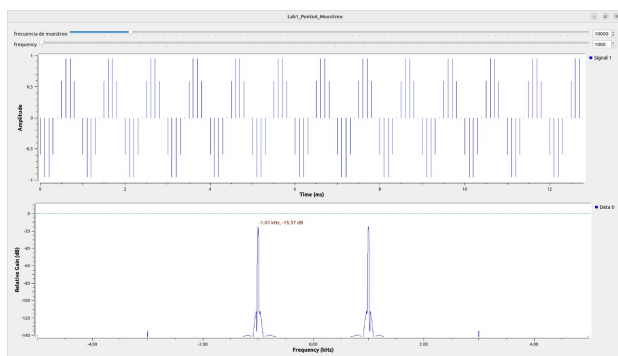


Fig. 10: Señal Seno con una frecuencia de muestreo de 10kHz y con una frecuencia de la señal de 1kHz.

Para esta parte se ingresan 3 señal iguales de coseno para observar el efecto del diezmado y la interpolación, en este caso la señal de entrada tiene una frecuencia de muestreo de 48kHz y la frecuencia de la señal es de 4kHz, lo que me representa una señal de 12 muestras en un periodo por la relación en frecuencia, la señal azul representa la misma señal de entrada ya que solamente tiene una relación de diezmado e interpolación de 1 a 1, en cambio la señal roja como tiene una interpolación de 4 genera que la señal original que tenía 12 muestras pase a 48 muestras, pero con el mismo equi espaciamento, por eso la señal en el tiempo tiene un periodo más grande que la original y la frecuencia disminuye a 1kHz que sería dividir la frecuencia de la señal original por el valor de interpolado, y la señal verde como tiene un diezmado de 4 genera que la señal original que tenía 12 muestras pase a 3 muestras, pero con el mismo x espaciamento, por eso la señal en el tiempo tiene un periodo más pequeño que la original y la frecuencia aumenta a 16kHz que sería multiplicar la frecuencia de la señal original por el valor de diezmado.

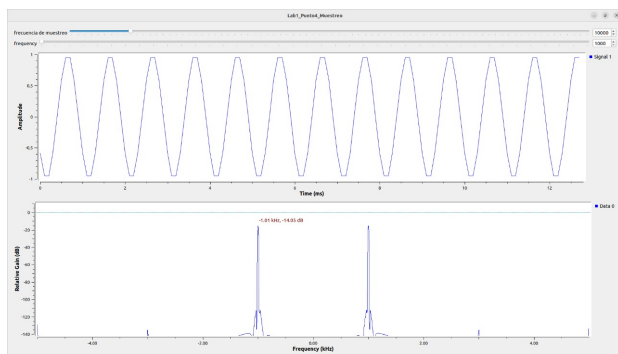


Fig. 12: Señales Coseno, Azul con interpolado y diezmado de 1, Roja con interpolado de 4 y diezmado de 1.

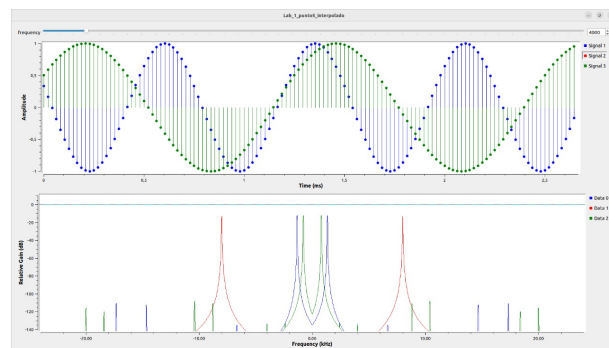


Fig. 15: Señales Coseno, Azul con interpolado de 6 y diezmado de 2, Verde con interpolado de 5 y diezmado de 1.

■ **Frecuencia máxima de una señal desde lo experimental.**

Para poder hallar la frecuencia máxima de una señal se explicara a manera de ejemplo, si se multiplican tres señales tipo coseno con:

$$f_A = 7 + 4 + 4 = 15kHz$$

$$f_B = 7 * 4 * 4 = 112Hz$$

$$f_C = \frac{15k + 112}{2} = 7,556kHz$$

Entonces para entender un poco mejor el análisis de la multiplicación de estas 3 señales y el comportamiento que pasa, se hará el ejemplo de manera matemática, donde la multiplicación daría:

$$y(t) = \cos(2\pi * f_A)\cos(2\pi * f_B)\cos(2\pi * f_C)$$

Si se aplica la propiedad de multiplicación entre cosenos daría:

$$y(t) = \frac{1}{2}[\cos(2\pi(f_A + f_B)) + \cos(2\pi(f_A - f_B))]\cos(2\pi * f_C)$$

$$y(t) = \frac{1}{4}[\cos(2\pi(f_A + f_B + f_C)) + \cos(2\pi(f_A + f_B - f_C)) + \cos(2\pi(f_A - f_B + f_C)) + \cos(2\pi(f_A - f_B - f_C))]$$

$$y(t) = \frac{1}{4}[\cos(2\pi(22,688kHz)) + \cos(2\pi(7,556kHz)) + \cos(2\pi(22,444kHz)) + \cos(2\pi(7,332kHz))]$$

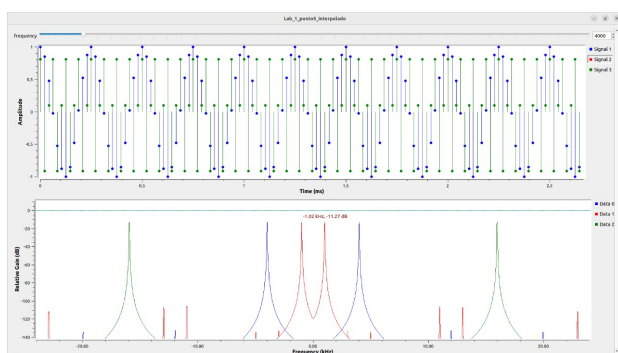


Fig. 13: Señales Coseno, Azul con interpolado y diezmado de 1, Verde con interpolado de 1 y diezmado de 4.

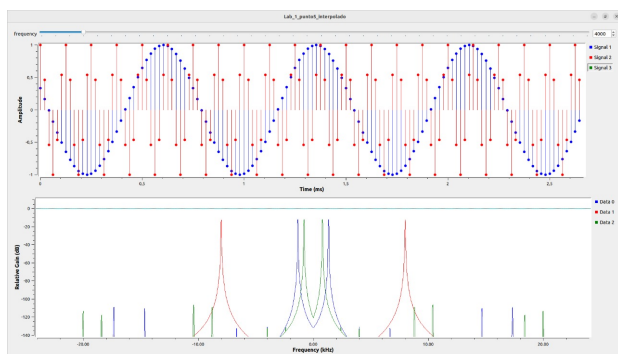


Fig. 14: Señales Coseno, Azul con interpolado de 6 y diezmado de 2, Verde con interpolado de 5 y diezmado de 1.



Algo que hay que tener presente es que se debe tomar una frecuencia de muestreo 2 veces mayor a la frecuencia máxima de los cosenos para así poder visualizar de manera acertada la señal gracias al teorema de Nyquist, entonces en este caso se pondrá 45.376kHz. En la gráfica en frecuencia se pueden observar los 4 picos de los 4 cosenos que se dio en la respuesta final con su respectiva frecuencia.

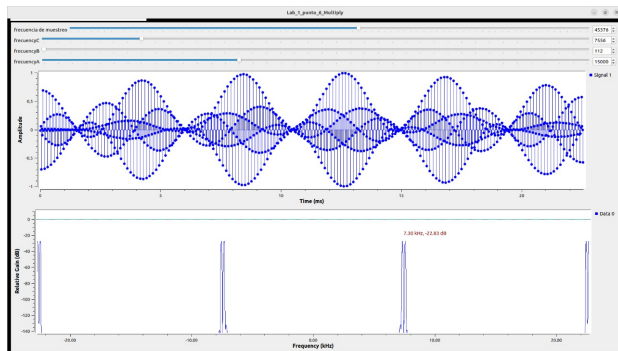


Fig. 16: **Multiplicación de 3 Señales Cosenos con una frecuencia de muestreo de 45.376kHz.**

- **Señal de audio cuando no se respeta el teorema de Nyquist.**

Ya que no se cumple el teorema de Nyquist donde  $F_{muestreo} \geq 2F_{señal}$ , entonces aparece el fenómeno de aliasing lo que me puede generar pérdidas de la señal e incongruencias con las frecuencias.

- **Descripción de las funciones logradas con el Ecualizador desarrollado con GNURADIO.**

Cuando se varía el valor del bloque Multiply Const, la señal de entrada si el valor está en 0 no hay audio, si el valor es mayor a 0 pero menor a 1 con relación al audio original disminuye el volumen, y si el valor es mayor a 1 y en este caso hasta 2 que pidieron la variación el audio en volumen aumenta con relación al audio original. Cuando la interpolación y el diezmado tienen valor de 1, el audio suena igual al original, lo que me indica que el resultado es el esperado. Cuando la interpolación tiene valor de 4 y el diezmado tiene valor de 1, el audio suena más lento, ya que se toman más muestras, lo que genera que el periodo del nuevo audio sea mayor que el original, lo que me indica que el resultado es el esperado. Cuando la interpolación tiene valor de 1 y el diezmado tiene valor de 4, el audio suena más rápido, ya que se toman menos muestras, lo que genera que el periodo del nuevo audio sea menor que el original, lo que me indica que el resultado es el esperado.

Con los filtros se pudo extraer audio, sonido de instrumentos y otras componentes que se escuchaban en alta y baja frecuencia.

### 3. Conclusiones

Concluyendo, los aportes otorgados en este informe se pueden decir que gracias a la aportación de Nyquist que me genera establecer los límites para muestreo de una señal, que mientras se respete este parámetro no se presentaran incongruencias en el objetivo de obtener datos e información de una señal.

También se puede mencionar que dependiendo de si la relación de Nyquist es mayor o menor puede diferir la información, llegado el caso de ser mayor, genera más número de muestras condicionando la frecuencia de la señal más pequeña y se puede visualizar mejor la señal.

Algo por aclarar es que si se desea filtrar señales hay que tener presente a que frecuencias se puede filtrar señales como la voz, los instrumentos y lo que deseamos filtrar.

Dentro del análisis podemos deducir que el diezmado y la interpolación de una señal ayudan a establecer mas o menos cantidad de muestras y cada una de estas con su respectiva aplicación de acción, ya sea para corregir errores como el aliasing o generar que la señal como por ejemplo auditiva suena mas rápido.

Esta claro que si hay diferentes señales y se desean visualizar bien, hay que tener presente la frecuencia máxima para que las señales no se superpongan y muestren una correcta ejecución.

De acuerdo con lo señalado y los resultados demostrados se puede comprobar que con el bloque Multiply Const nos permite anular, subir o bajar la voz de algún audio en específico.

### Referencias

- [1] H. O. B. y Óscar Mauricio Reyes Torres, "Comunicaciones digitales en radio definida por software," *ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA ELECTRÓNICA Y DE TELECOMUNICACIONES - E3T, UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER - UIS*.
- [2] F. Ulaby and U. Ravaioli, "Fundamentals of applied electromagnetics."

[1] [2]