**Лабораторная работа №6**

«Метод градиентного спуска»

выполнил Пажитных Иван, 2-й курс, 1-я группа

**1) Постановка задачи**

Необходимо найти решение системы линейных алгебраических уравнений вида , где A- квадратная матрица n-ого порядка, х и b – столбцы размеров n×1.

Предполагается, что det A=|A|≠0, А – симметрическая и положительно определённая (A\*AT>0). Тогда решение системы существует и оно единственно и по Теореме о сходимости метода градиентного спуска, он будет сходящимся.

**2)Алгоритм решения**

В методе градиентного спуска нахождение решения системы *Ax = b* связано с задачей минимизации квадратичного функционала Метод градиентного спуска состоит в последовательном вычислении значения вектора *xk*:

Положим начальное приближение *х0=b*. Далее будем вычислять *xk* по итерационной формуле до тех пор, пока не выполнится условие: .

**3) Листинг программы**

E = np.identity(n)  
eps = 10 \*\* (-5)  
a = np.array(A)  
At = a.transpose() *# находим Аt*  
b = np.array(f).transpose()  
  
a = np.dot(At, a) *# перемножаем А на Аt, теперь А - симметрическая*  
b = np.dot(At, b) *# то же самое с b*

xk = b *# начальное приближение*  
x = zeros(n)  
k = 0

**while** True: *# итерационный процесс*  
 rk = np.dot(a, xk) - b *# считаем rk*

x = xk - np.dot(rk, np.dot(rk, rk) / np.dot(np.dot(a, rk), rk))

**if** abs(np.linalg.norm(x, inf) - np.linalg.norm(xk, inf)) < eps: *# условие окончания итерации*  
 **break** xk = x  
 k += 1

r = np.dot(A, x) - f *# находим вектор невязки*

rnorm = np.linalg.norm(r, 1) *# находим норму невязки*

**4) Результат и его анализ**

Матрица коэффициентов *A*:

[[ 0.6897 -0.0908 0.0182 0.0363 0.1271]

[ 0.0944 1.0799 0. -0.0726 0.0726]

[ 0.0545 0. 0.8676 -0.2541 0.1452]

[-0.1089 0.2287 0. 0.8531 -0.0363]

[ 0.4538 0. 0.1634 0.0182 1.0164]]

Столбец свободных членов *b*:

[ 4.2108 4.6174 -5.877 2.7842 0.2178]

Симметрическая *АAT*:

[[ 0.70536135 0.01441237 0.13398766 -0.08030921 0.5676231 ]  
 [ 0.01441237 1.22673234 -0.00165256 0.11340719 0.05855825]  
 [ 0.13398766 -0.00165256 0.77976056 -0.21682262 0.2943685 ]  
 [-0.08030921 0.11340719 -0.21682262 0.79926611 -0.0500214 ]  
 [ 0.5676231 0.05855825 0.2943685 -0.0500214 1.07689486]]

Столбец свободных членов *bAT*:

[ 2.81541308 5.24073616 -4.98666012 3.69013948 0.13738098]

Вектор решений *x*:

[ 7.00092471 3.99994451 -6.00024734 2.99987223 -2.00056371]

Вектор невязки *r*:

[ -3.79741772e-05 -4.27900748e-06 -1.35803157e-05 -1.92819049e-06

3.93901948e-06]

Норма *||r||*:

6.17007103671e-05

Количество итераций *k*:

31

Эпсилон

1e-05

Метод градиентного спуска сходится, так как А – симметрическая и положительно определённая. Точность решения и скорость сходимости зависят от эпсилона. Сравнивая с МПИ метод градиентного спуска даёт чуть худшую точность (невязка порядка 10-5 против 10-6) и меньшую скорость сходимости (31 итерация против 10). Для увеличения точности решения необходимо задать меньший эпсилон.