**Лабораторная работа №7**

«Метод Данилевского»

выполнил Пажитных Иван, 2-й курс, 1-я группа

**1) Постановка задачи**

Необходимо найти собственные значения и собственные векторы матрицы А:

,

Для этого требуется:

1. Построить Pn(() – собственный (характеристический) многочлен матрицы А.
2. Решить уравнение Pn( и найти
3. Найти собственные векторы:

**2)Алгоритм решения**

Метод Данилевского является прямым методом решения полной задачи собственных значений (т.е. позволяет весь спектр). Метод построен на том факте, что преобразование подобия S-1AS не изменяет характеристического многочлена. С помощью такого преобразования исходная матрица А приводится к канонической форме Фробениуса:

,

После разложения определителя получим:

() =

Матрица *A* приводится к *Ф*, в результате последовательного домножения справа на *Mn-1*и слева на , а *S* можно получить как *S = Mn-1 Mn-2.. Mn-1*

Из Pn( находим находим собственный вектор матрицы Ф: *y =* (, далее находим собственные векторы матрицы *А* из *x = Sy = Mn-1 Mn-2.. Mn-1y.*

**3) Листинг программы**

a = np.**array**(A)

At = a.**transpose**() *# находим Аt*

a = np.**dot**(At, a) *# перемножаем А на Аt, теперь А - симметрическая*

f = a  
s = np.**identity**(n)

**for** i **in** range(n - 1):

m = np.**identity**(n)

m[n - 2 - i][:] = f[n - 1 - i][:] *# выделяем M^(-1)*

f = np.**dot**(m, f) *# умножаем A на M^(-1) слева*

f = np.**dot**(f, np.linalg.**inv**(m)) *# умножаем A на M справа*

s = np.**dot**(s, np.linalg.**inv**(m)) *# находим S*

p = f[0][:] *# выделяем p*

x = **Symbol**('x') *# вычисляем собственные значения*

Lambda = **solve**(x\*\*5 - p[0] \* x\*\*4 - p[1] \* x\*\*3 - p[2] \* x\*\*2 - p[3] \* x - p[4], x)

l = **max**(Lambda) *# максимальное собственное*

y = [l \*\* i **for** i **in** range(n - 1, -1, -1)] *# строим y*

x = np.**dot**(s, y) *# находим собственный вектор*

r = np.**dot**(a, x) - l \* x *# находим вектор невязки*

rnorm = np.linalg.**norm**(r, 1) *# находим норму невязки*

**4) Результат и его анализ**

Матрица *A*:

[[ 0.6897 -0.0908 0.0182 0.0363 0.1271]

[ 0.0944 1.0799 0. -0.0726 0.0726]

[ 0.0545 0. 0.8676 -0.2541 0.1452]

[-0.1089 0.2287 0. 0.8531 -0.0363]

[ 0.4538 0. 0.1634 0.0182 1.0164]]

Симметрическая *АAT*:

[[ 0.70536135 0.01441237 0.13398766 -0.08030921 0.5676231 ]  
 [ 0.01441237 1.22673234 -0.00165256 0.11340719 0.05855825]  
 [ 0.13398766 -0.00165256 0.77976056 -0.21682262 0.2943685 ]  
 [-0.08030921 0.11340719 -0.21682262 0.79926611 -0.0500214 ]  
 [ 0.5676231 0.05855825 0.2943685 -0.0500214 1.07689486]]

Каноническая *Ф*:

[[ 4.58801522 -7.82119475 6.11344651 -2.15665219 0.2685558 ]

[ 1. 0. 0. 0. 0. ]

[ 0. 1. 0. 0. 0. ]

[ 0. 0. 1. 0. 0. ]

[ 0. 0. 0. 1. 0. ]]

Матрица преобразования *S*:

[[ -1838.0270 7429.7208 -10317.0031 5596.6325 -902.8675 ]

[ -770.1135 2931.4987 -3815.8223 1957.8843 -306.0318 ]

[ 4261.5030 -17193.6450 23828.0137 -12899.4827 2075.3738 ]

[ 3319.5625 -13440.7056 18683.9934 -10131.1287 1631.1506 ]

[ 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000 ]]

Коэффициенты собственного многочлена *P(*:

[ 4.58801522 -7.82119475 6.11344651 -2.15665219 0.2685558 ]

Собственные значения :

[0.274152549963743, 0.550498737833341, 0.857845170065952, 1.26253883985405, 1.64297992228292]

Максимальное собственное

1.64297992228292

Собственный вектор матрицы *Ф —*

[7.28666871579193, 4.43503211266704, 2.69938302502478, 1.64297992228292, 1]

Собственный вектор матрицы *А —*

[0.700820201187867 0.0963414902631712 0.510986808696543 -0.244361766642896

1.00000000000000]

Вектор невязки *r*:

[-3.93569621337519e-11 -1.15703280290091e-11 7.80704390024312e-11

4.51632620190878e-11 -9.34807786734382e-14]

Норма *||r||*:

1.74254471962954E-10

С помощью метода Данилевского мы нашли все собственные значения и по ним можем построить полный спектр. Для найденного собственного вектора *x* матрицы *А* соответствующего максимальному собственному значению норма вектора невязки получилась порядка 10-10, что говорит о том, что собственный вектор найден с достаточной точностью.