**Лабораторная работа №9**

«Степенной метод»

выполнил Пажитных Иван, 2-й курс, 1-я группа

**1) Постановка задачи**

Необходимо найти максимальное собственное значение и соответствующий ему собственный вектор матрицы А:

,

С помощью построения итерационной последовательности

**2)Алгоритм решения**

Степенной метод является итерационным методом решения полной (теоретически, а на практике частичной) проблемы собственных значений.

Суть метода заключается в последовательном приближении к собственному вектору соответствующему максимальному собственному значению . За берётся отношение соответствующий произвольных координат векторов и . Итерационный процесс останавливается, когда |.

Возьмём начальное приближение , а последующее будем вычислять как: . за xможно принять .

**3) Листинг программы**

eps = 10 \*\* (-15)

a = np.**array**(A)

At = a.**transpose**() *# находим Аt*

a = np.**dot**(At, a) *# перемножаем А на Аt, теперь А – симметрическая*

yk = np.**ones**(5) *#*

y = np.**dot**(a, yk) *#*

l = y[0] / yk[0] # начальное

k = 1

**while** (True): *# итерационный процесс*

yk = np.**dot**(a, y)

lk = yk[0] / y[0]

yk /= **max**(yk) *# нормируем*

if **abs**(lk - l) <= eps:

**break**

y = yk

l = lk

k += 1

p = [4.58801522, -7.82119475, 6.11344651, -2.15665219, 0.2685558] *# из Данилевского*

r = np.**dot**(a, yk) - lk \* yk *# находим вектор невязки*

rnorm = np.linalg.**norm**(r, 1) *# находим норму невязки*

p.**insert**(0, -1) *# считаем невязку собственного многочлена*

r1 = **sum**(-(lk \*\* (n - i)) \* p[i] **for** i **in** range(n + 1))

**4) Результат и его анализ**

Симметрическая *АAT*:

[[ 0.70536135 0.01441237 0.13398766 -0.08030921 0.5676231 ]  
 [ 0.01441237 1.22673234 -0.00165256 0.11340719 0.05855825]  
 [ 0.13398766 -0.00165256 0.77976056 -0.21682262 0.2943685 ]  
 [-0.08030921 0.11340719 -0.21682262 0.79926611 -0.0500214 ]  
 [ 0.5676231 0.05855825 0.2943685 -0.0500214 1.07689486]]

Коэффициенты собственного многочлена *P(*:

[ 4.58801522 -7.82119475 6.11344651 -2.15665219 0.2685558 ]

Максимальное собственное

1.64297992228

Собственный вектор матрицы *А —*

[ 0.7008202 0.09634149 0.51098681 -0.24436177 1. ]

Количество итераций *k*:

105

Вектор невязки *r*:

[ -4.44089210e-16 -2.77528001e-13 3.03090886e-14 -8.11573031e-14

-1.33226763e-14]

Норма *||r||*:

4.02761157758e-13

Невязка

1.89213228419e-08

Эпсилон

1e-15

С помощью степенного метода мы нашли максимальное по модулю собственное значение и соответствующий ему собственный с точностью порядка 10-13 за 105 итераций для эпсилона порядка 10-15. Невязка собственного многочлена также довльно близка к нулю (порядка 10-8) что означает, что собственное значение также найдено правильно. Собственное значение и собственный вектор также совпадают с получеными ранее методами Крылова и Данилевского. Чтобы СМ сходился необходимо и достаточно, чтобы у матрицы были доминирующее собственное значение.