AULA 1
MATRIZES

TURMA CC 2S

nadia.dolores@prof.unieduk.com.br

Introdução: Matrizes

Definição: chama-se matriz de ordem m por n a um quadro de m x n elementos dispostos em m linhas e n colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Cada elemento da matriz está afetado por dois índices: a_{ij}

$$A = \left[a_{ij}\right]$$

Onde *i* representa a posição da linha e *j* a posição da coluna de cada elemento da matriz.

Tipos de matrizes

Matriz linha é uma matriz de ordem 1 por *n*.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{bmatrix}$$

Matriz coluna é uma matriz de ordem n por 1. ⇨ $A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$

Matriz quadrada é uma matriz cujo número de linhas é igual ao número de colunas.

Continuação

Exemplo de uma matriz quadrada 3x3:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Onde:

- a_{ij} representa o elemento na posição da linha i e coluna j.
- Por exemplo, a_{11} é o elemento na primeira linha e primeira coluna, a_{23} é o elemento na segunda linha e terceira coluna, e assim por diante.

Continuação:

Matriz escalar é uma matriz diagonal que tem os elementos iguais entre si para i=j.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Matriz unidade (identidade): é uma escalar de qualquer ordem em que todos os elementos são iguais a um para i=j.

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz zero é uma matriz em que todos os elementos são nulos.

$$0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRANSPOSTA

A matriz transposta de uma matriz A, de ordem m por n, é a matriz A^T de ordem n por m, que se obtém da matriz A permutando as linhas pelas colunas de mesmo índice.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}; A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \\ a_{13} & a_{23} \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR:

Uma matriz A é dita matriz triangular *superior* se tem os elementos nulos para i>j.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 7 & 9 \\ 0 & 3 & -8 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR

Uma matriz A é dita matriz triangular *inferior* se tem os elementos nulos para i<j.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 3 & 0 \\ 6 & -2 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

EXEMPLO DE APLICAÇÃO DE MATRIZ

- Uma matriz quadrada 3x3 representa uma matriz de transformação usada em gráficos 2D em computação gráfica, especificamente para aplicar uma rotação a um ponto em um plano, por exemplo:

Em gráficos 2D, a rotação de um ponto em torno da origem pode ser representada por uma matriz de rotação. Suponha que você queira rotacionar um ponto $P(x, y)$ em um plano por um ângulo θ em sentido anti-horário. A matriz de rotação correspondente seria:

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

SOMA E MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

- SOMA: A soma de duas matrizes $A=\left[a_{ij}\right]$ e $B=\left[b_{ij}\right]$ de ordem (m,n), é uma matriz $C=\left[c_{ij}\right]$ tal que:

$$c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$$

EXEMPLO:

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \\ -3 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 6 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 9 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO:

- Multiplicação de uma matriz por um escalar:

Se λ é um escalar, o produto de uma matriz A por este escalar é uma matriz B tal que:

$$b_{ij} = \lambda a_{ij}$$

$$5 \times \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5\times 4 & 5\times(-2) & 5\times 1 \\ 5\times 3 & 5\times(-5) & 5\times 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -10 & 5 \\ 15 & -25 & 0 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO entre matrizes:

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix};$$

Assim, o produto das matrizes $A = (a_{ij})_{m \times p}$ e $B = (b_{ij})_{p \times n}$ é a matriz $C = (c_{ij})_{m \times n}$, em que cada elemento $\mathbf{c_{ij}}$ é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna **B**.

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1+3(-2) & 2.2+3.0 & 2.3+3.4 \\ 0.1+1(-2) & 0.2+1.0 & 0.3+1.4 \\ -1.1+4(-2) & -1.2+4.0 & -1.3+4.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 18 \\ -2 & 0 & 4 \\ -9 & -2 & 13 \end{bmatrix}$$

$$A_{m \times p} . B_{p \times n} = (A.B)_{m \times n}$$

ATIVIDADES NO CLASSROOM

ENTRE NA NOSSA SALA.

RESOLVA OS EXERCÍCIOS e POSTE SUA RESOLUÇÃO.