COMBINAÇÃO LINEAR DEPENDÊNCIA LINEAR

2S- CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

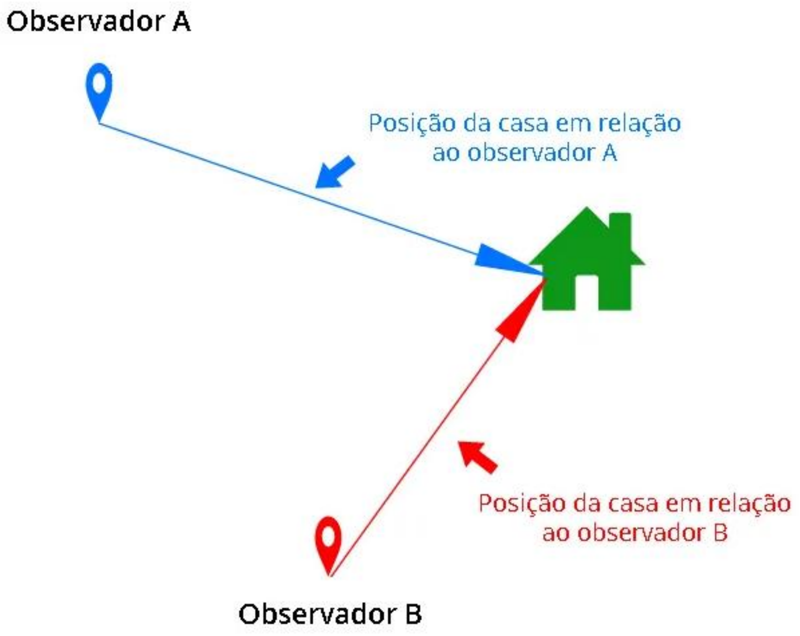
PROFA. MS NADIA DOLORES GIMENEZ

Introdução de Grandezas

- As grandezas escalares (1) podem ser definidas a partir de um número e uma unidade de medida. As grandezas vetoriais(2), por sua vez, precisam de módulo, direção e sentido.

(1)

(2)



COMBINAÇÃO LINEAR

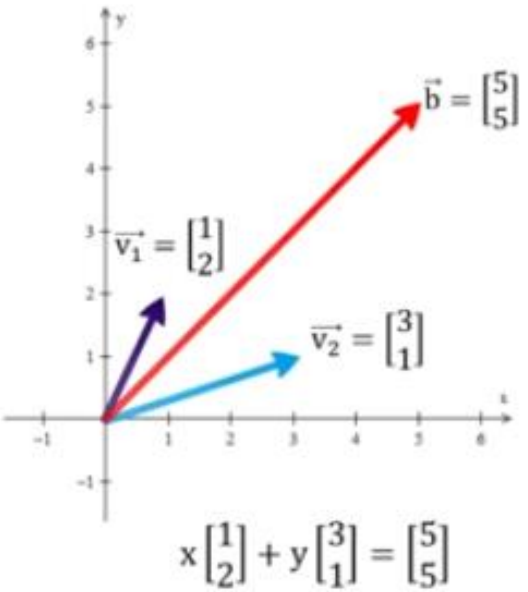
Seja V um espaço vetorial. Dizemos que o vetor

$$v = a_1 v_1 + a_2 v_2 + \ldots + a_n v_n$$

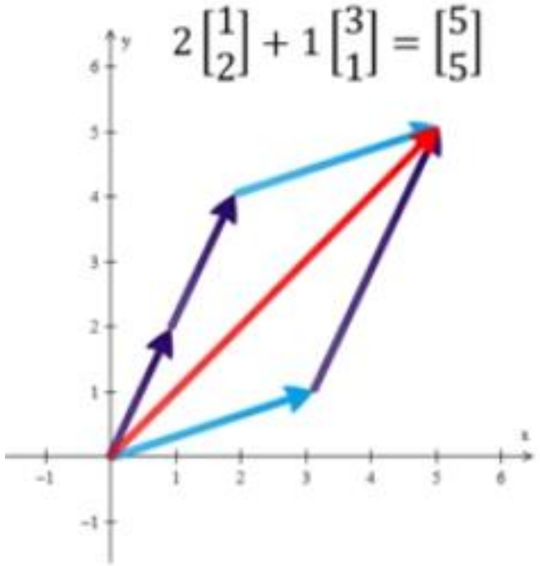
é uma combinação linear de $v_1, v_2, \ldots, v_n \in V$, onde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ são escalares.

Ou seja, $\boxed{x_1\vec{v_1} + x_2\vec{v_2} + \cdots + x_m\vec{v_m} = \vec{b}}$

Exemplo



Temos a força $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$e a força $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$e queremos Saber como somá-la para ter a força resultante $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ou seja, quem são os valores de x e y e dê como resposta o vetor $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$.



EXERCÍCIO

Considere o espaço vetorial $V = \mathbb{R}^2$. Considere Sejam $v_1 = (1,2)$ e $v_2 = (3,5)$. Escreva o vetor $v = (10,15)$ como combinação linear de v_1 e v_2.

Dependência Linear(L.D) e Independência Linear (L.I)

UniEduK

$V = \{\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots, \vec{v_n}\}$

Linearmente independente (LI): nenhum vetor é combinação linear de outros elementos de V.

Caso contrário é:

Linearmente dependente (LD)

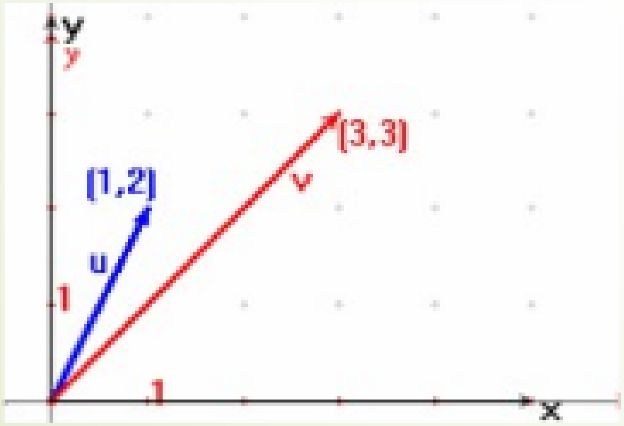
Teorema

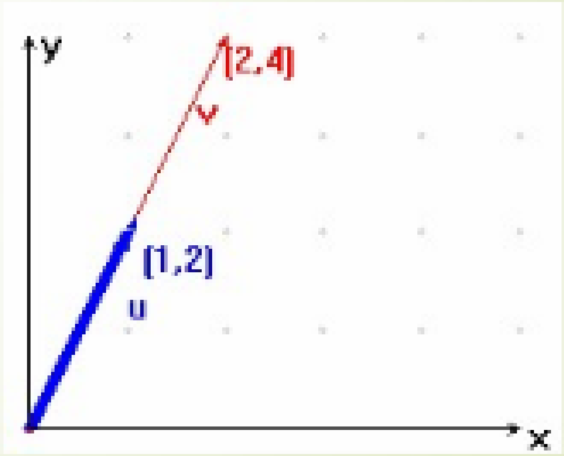
$V = \{\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots, \vec{v_n}\}$ é LI

$$x_1\vec{v_1} + x_2\vec{v_2} + \dots + x_n\vec{v_n} = \vec{0}$$
$$(x_1 = 0, \dots, x_n = 0)$$

Geometricamente

Vetores linearmente independentes têm representação geométrica em direção distinta (vetores não colineares). Em caso contrário, se têm a mesma direção (vetores paralelos) são linearmente dependentes.

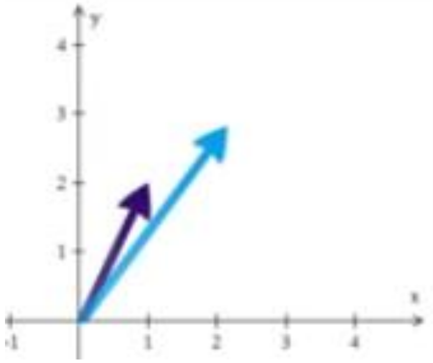




Exemplos

$$\left\{\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}\right\} \quad \textbf{LI}$$

$$0\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

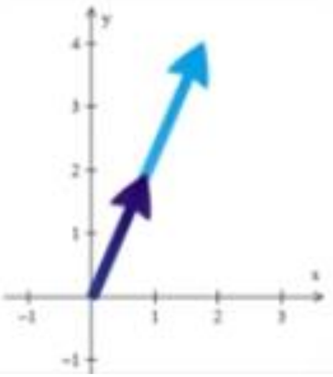


Dois vetores desalinhados

$$\left\{\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix}\right\} \quad \textbf{LD}$$

$$2\vec{v_1} = \vec{v_2}$$

$$2\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} - 1\begin{bmatrix}2\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$



Dois vetores alinhados

EXERCÍCIOS

UniEduK

Exercício 1 – Verifique se $\{v_1, v_2\}$ é LI, sendo que $v_1 = (-1, 2)$ e $v_2 = (3, 1)$.

Exercício 2 – Verifique se $\{v_1, v_2\}$ é LD, sendo que $v_1 = (-1, 3)$ e $v_2 = (2, -6)$.

EXERCÍCIOS - PRÁTICA

Exercício 1 – Verifique se $v = (-4, 5)$ é uma combinação linear de $v_1 = (5, -1)$ e $v_2 = (2, 1)$.

Exercício 2 – O elemento $v = (7, 8, 9) \in R^3$ pode ser escrito como combinação linear de

$v1 = (2, 1, 4)$, $v2 = (1, -1, 3)$ e $v3 = (3, 2, 5)$.

Exercício 3 - Verifique se $\{v_1, v_2\}$ é LI ou LD, sendo que $v_1 = (-1, 4)$ e $v_2 = (5, -2)$.