

Tarea 2

EYP3907 - Series de Tiempo

Sebastián Celaya

Camila Echeverría

Francisca Vilca

Introducción

Utilizando una base de datos que contiene información sobre el ancho de los anillos de árboles pertenecientes a la especie *Pino Silvestre*, que puede encontrarse en el siguiente [link](#), ajustaremos un modelo ARMA y realizaremos diversos procedimientos para comprobar su ajuste.

Análisis exploratorio

La figura 1 muestra los valores del ancho del anillo registrados entre los años 1721 y 1889.

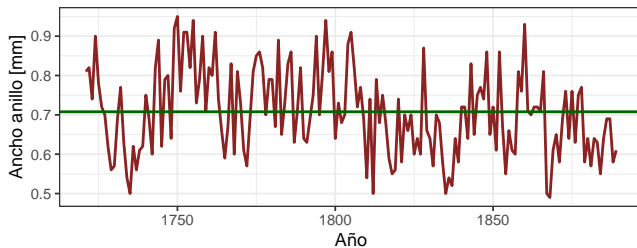


Figura 1: Variación del ancho del anillo

Gracias a la figura 2, es posible ver que la mediana de estos datos se encuentra cercana a 0.7 y que no tenemos datos atípicos, aunque la segunda mitad de las observaciones parecieran estar ligeramente más dispersa que la primera.

Luego, en los gráficos de la figura 3 y la figura 4 podemos ver la estructura de correlación de los datos. Si bien no se puede detectar estacionalidad a simple vista, las observaciones sí presentan altos niveles de correlación.

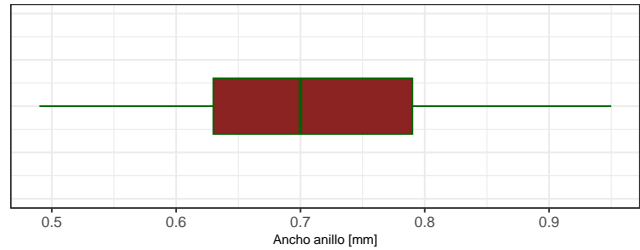


Figura 2: Boxplot de ancho de anillo

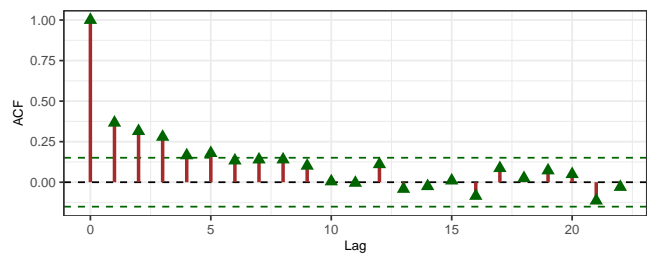


Figura 3: Gráfico de Autocorrelación

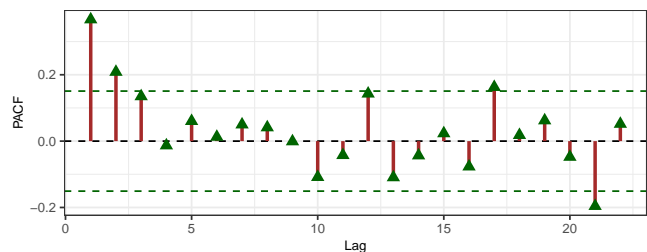


Figura 4: Gráfico de Autocorrelación Parcial

Ajuste de un modelo ARMA

A simple vista, de los gráficos de ACF y PACF, vemos que nuestro modelo tiene estructura de un

ARMA. Por lo que, ayudándonos de la función `auto.arima()` nuestra propuesta es un modelo `arma(1,1)`, para que este sea capaz de capturar toda la estructura de la serie temporal. El modelo ajustado no considera diferenciación pues, como veremos más adelante, la serie no es estacional.

a) Significancia estadística de los coeficientes del modelo

Al revisar el valor-p asociado a cada coeficiente del modelo, es claro notar que todos son significativos, tal como se muestra en la Tabla 1:

Tabla 1: Resumen de estimaciones

	Estimation	Stand. E	p-value
ar1	0.8367	0.0816	0.0000
ma1	-0.5698	0.1209	0.0000
intercept	0.7079	0.0196	0.0000

b) Estacionaridad e invertibilidad del modelo ARMA

Una forma sencilla de comprobar la estacionaridad en los datos es con el test de Dickey-Fuller, el cual nos da un valor-p de 0.01 que rechaza la hipótesis nula de que los datos son estacionales. Por otro lado, una forma sencilla de verificar invertibilidad del modelo `ARMA(1,1)`, es de forma gráfica, comprobando que los coeficientes se encuentren al interior de la circunferencia unitaria, lo que puede ser apreciado en la figura 5:

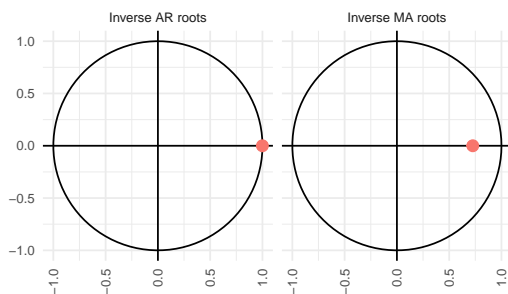


Figura 5: Gráfico de raíces unitarias

c) Test de blancura - homocedasticidad y normalidad de los residuos

Los residuos del modelo deben cumplir estas propiedades. Para ello veremos diferentes test que se le pueden aplicar para comprobar ello:

- La figura 6 nos muestra que los residuos efectivamente corresponden a ruido blanco, es decir, no están correlacionados.

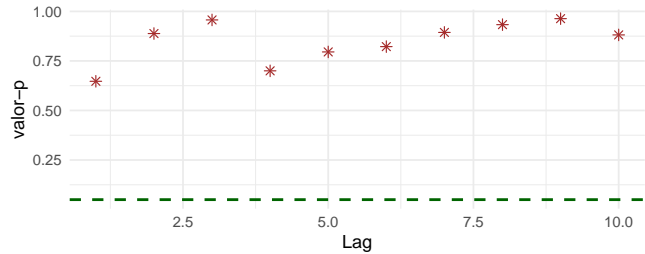


Figura 6: Gráfico de valores-p para el estadístico Ljung-Box

- Luego, al realizar el test de Kolmogorov-Smirnov para evaluar la normalidad, el valor-p obtenido es de 0.27 aproximadamente, por lo que no se rechaza la hipótesis nula: los residuos provienen de una distribución normal. Este ajuste se puede observar en la figura 7

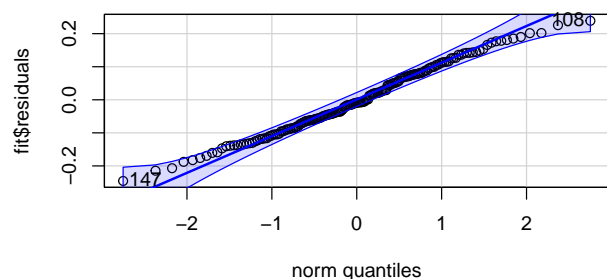


Figura 7: Normalidad de los residuos

-De la misma manera, se obtiene un valor-p de 0.24 al realizar el test Breusch-Pagan para evaluar homocedasticidad, por lo que podemos concluir a favor de esta.

d) ¿Es necesario realizar una transformación de Box-Cox?

Tras visualizar el gráfico de Box Ljung de figura 6 se observa que *no* es necesario realizar una transformación de Box-Cox. Además si comparamos un modelo con y sin la transformación Box-Cox se puede observar que por AIC y BIC el mejor modelo es el modelo sin la transformación de Box-Cox, como se logra visualizar en Tabla 2

Tabla 2: Comparación modelos

Modelo	AIC	BIC
Sin Box-Cox	-294.0414	-281.5218
Con Box-Cox	-128.8216	-116.302

Predicciones

a) Predicciones a un paso por el algoritmo Durbin-Levinson

Tras haber ajustado un modelo ARMA(1, 1) se generaron predicciones del modelo.

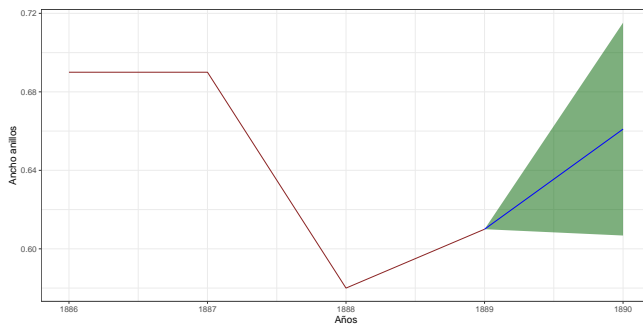


Figura 8: Predicción a un paso por Durbin-Levinson

Tabla 3: Predicción a un paso Durbin-Levinson

Estimación Puntual	IC superior	IC inferior
0.6610108	0.7152417	0.60678

ACF empírico vs teórico

Calculando el ACF de un ARMA(1, 1) y generando bandas de confianza utilizando el método Bartlett se generó el INSERTAR NUMERO DEL GRÁFICO. El análisis del ACF revela notables similitudes entre las autocorrelaciones empíricas y el patrón característico de un modelo ARMA (1,1) expuesto en INSERTAR NUMERO DE LA FIGURA.

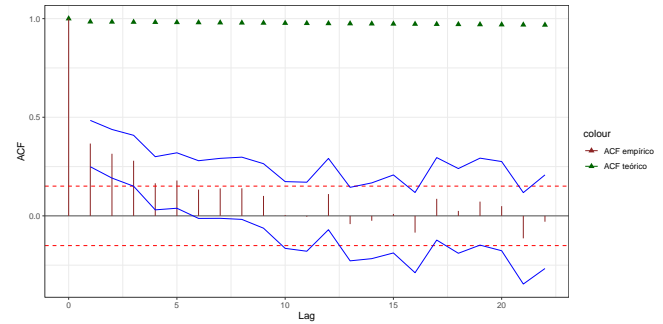


Figura 9: ACF empírico vs teórico

Periodograma vs Densidad espectral

Durante la evaluación de nuestro modelo ARMA(1,1) en las series temporales, hemos observado una notable afinidad entre las características espectrales previstas por el modelo y la estructura evidente en el Periodograma como se muestra en INSERTAR NUMERO DEL GRÁFICO. Los picos de frecuencia destacados en la Densidad Espectral del modelo revelan una similitud con las elevaciones observadas en el Periodograma, indicando una alineación espectral acorde entre las predicciones del ARMA(1,1) y las características temporales de los datos (*acortable a indicando un parecido entre las predicciones del ARMA(1,1) y los datos temporales*).

Esta relación robusta respalda el uso del modelo ARMA(1,1) para capturar eficazmente las componentes temporales en nuestras series temporales. La convergencia entre la Densidad Espectral y el Periodograma demuestra la capacidad del modelo para reflejar fielmente la variabilidad en los datos, proporcionando una valiosa herramienta para el análisis y la interpretación de la dinámica temporal.

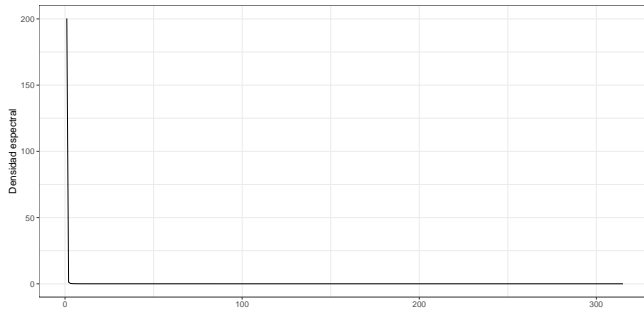


Figura 10: Densidad espectral vs Periodograma

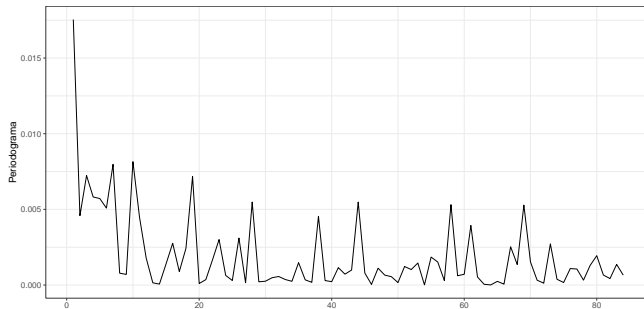


Figura 11: Densidad espectral vs Periodograma

Método de Whittle

Ahora si se ajustan los datos con el método de Whittle, también con un modelo ARMA(1,1), obtenemos coeficientes significativos. Además, si usamos la función `forecast()` obtenemos que la predicción de la dimensión del anillo para el siguiente año es de 0.661 y construyendo un intervalo de confianza al 95% es de [0.605,0.716]. Los cuales al compararlos con los obtenidos con el método de Durvin-Levinson vemos que las diferencias son mínimas.

Una forma sencilla de comparar los ajustes es mediante un gráfico de líneas para visualizar que tanto logran extraer la información de los datos originales como en la figura 12

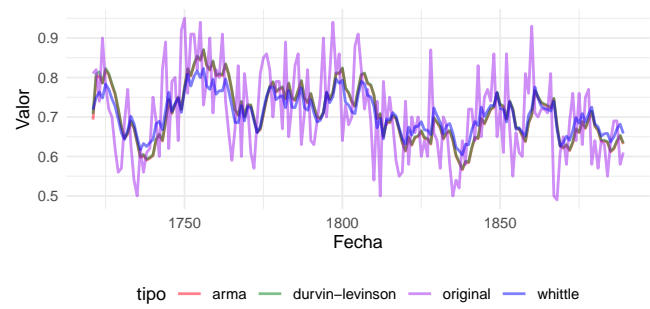


Figura 12: Compara

De la fig exp6, vemos claramente que el ajuste mediante el algoritmo de Durvin-Levinson y por el de Whittle, son bastantes similares, por lo mismo sus predicciones tambien lo son. Por otro lado, vemos como el modelo arma no logra capturar por completo la variabilidad de los datos como si lo hacen los otros métodos.

Comparación de ajustes

Finalmente, una forma bastante sencilla de comparar los modelos es mediante medidas para evaluar el error las cuales se presentan en la tabla n+1

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
ARMA	0.15	0.12	16.35	MPE	MAPE	MASE
D-L	0.23	0.14	17.00	MPE	MAPE	MASE
Whittle	0.23	0.14	17.00	MPE	MAPE	MASE

Tabla 4: Medidas de calidad de ajuste