

# **ЛК 9. ЗАКРАШИВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

1. Модели отражения света.

2. Вычисление углов отражения.

3. Методы закрашивания Гуро и Фонга.

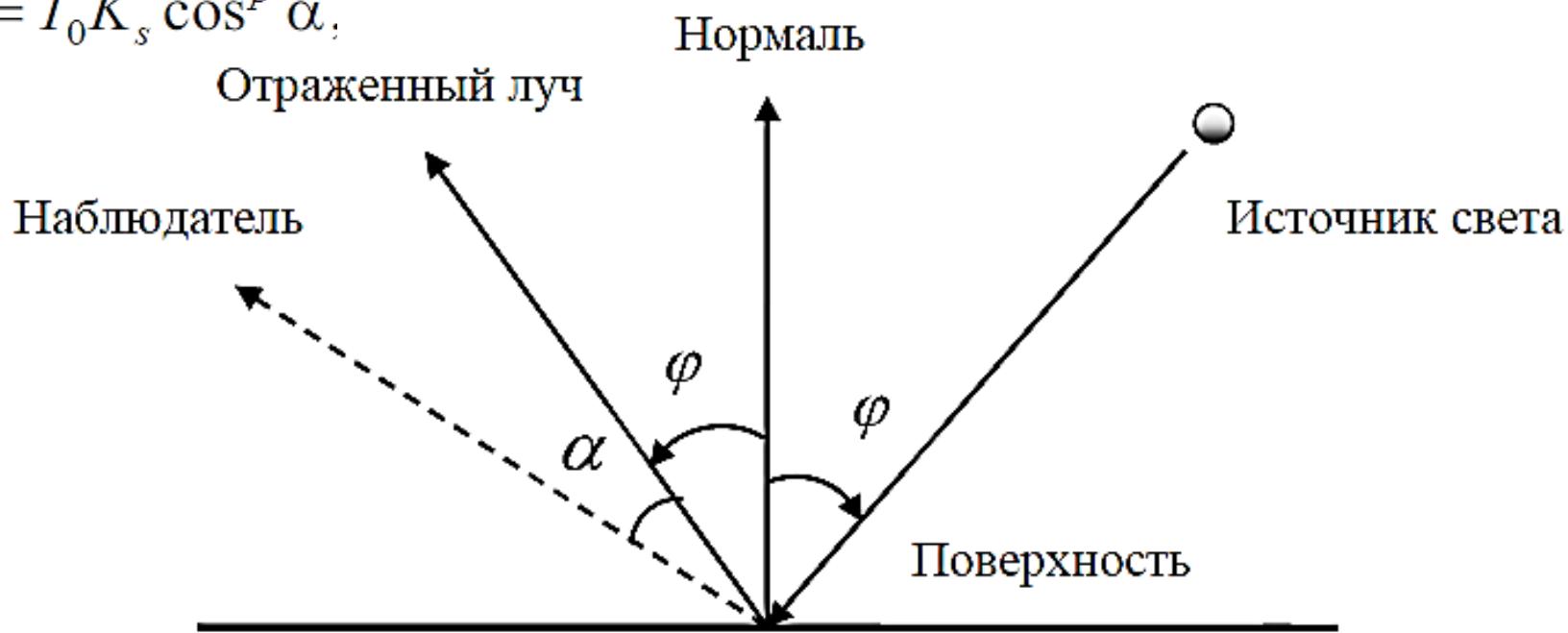
4. Преломление света. Вычисление вектора  
преломленного луча.

# 1. МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

## *Зеркальное отражение света*

Угол между нормалью и падающим лучом равен углу между нормалью и отраженным лучом. Падающий луч, отраженный, и нормаль располагаются в одной плоскости

$$I_s = I_0 K_s \cos^p \alpha,$$



# 1. МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

*Интенсивность отражения:*

$$I_s = I_0 K_s \cos^p \alpha$$

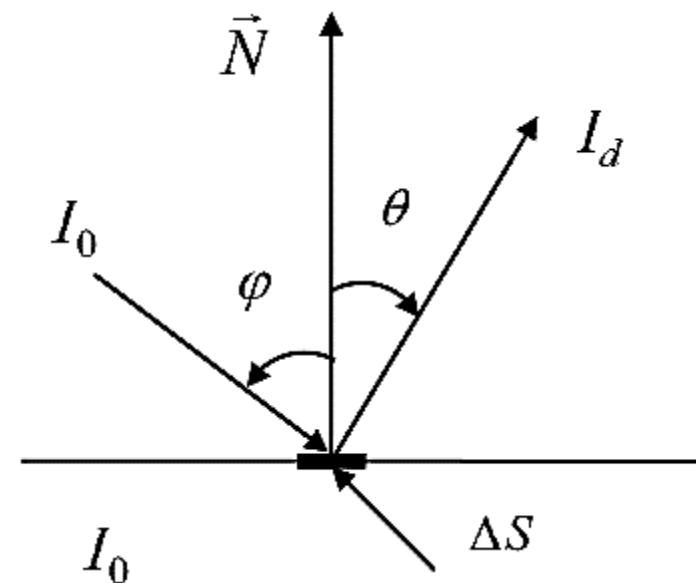
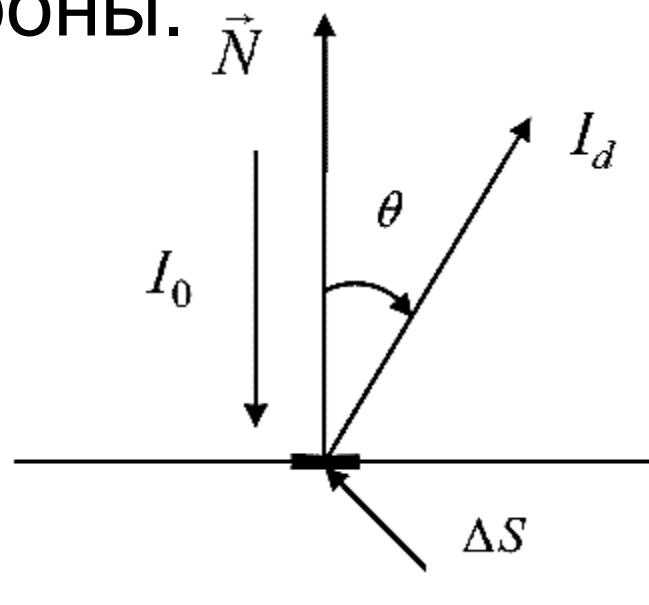
$I_0$  - интенсивность излучения источника,  
 $K_s$  - коэффициент пропорциональности,  
 $\alpha$  - угол отклонения от линии идеально  
отраженного луча,

$p$  – показатель, находится в диапазоне от  
1 до 200 и зависит от качества полировки.

# 1. МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

## Диффузное отражение света

Этот вид отражения присущ **матовым** поверхностям. Матовой можно считать такую поверхность, размер шероховатостей которой уже настолько велик, что падающий луч рассеивается равномерно во все стороны.



# 1. МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

*Интенсивность отражения:*

$$I_d = I_0 K_d \cos \theta$$

$I_0$  - интенсивность излучения источника,

$K_d$  - коэффициент, который учитывает свойства материала поверхности (от 0 до 1),

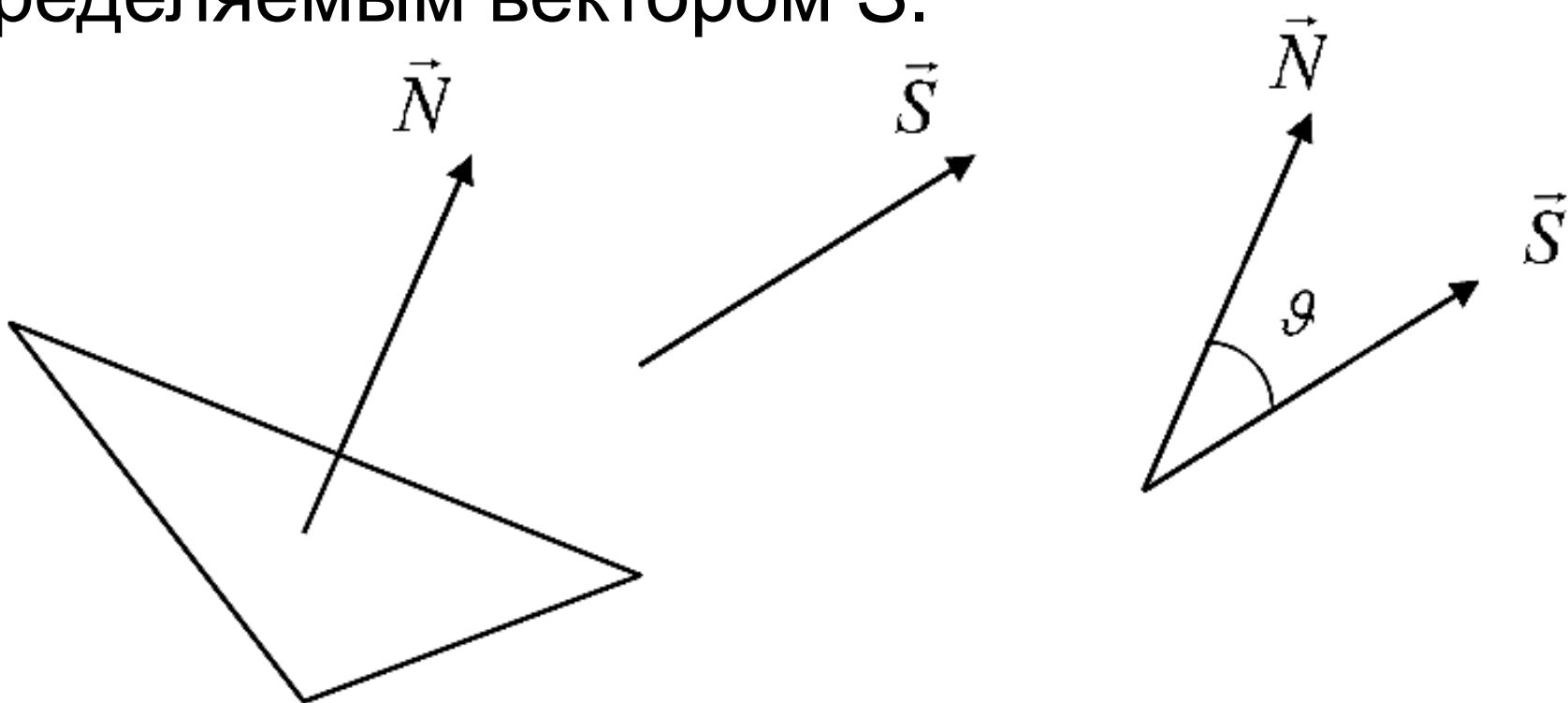
$\theta$  - угол между направлением на точечный источник света и нормалью к поверхности.

# 1. МОДЕЛИ ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА

Матовая поверхность имеет свой цвет. Наблюдаемый цвет матовой поверхности определяется комбинацией собственного цвета поверхности и цвета излучения источника света.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

**Диффузное отражение.** Определим косинус угла между вектором нормали к поверхности и некоторым направлением, определяемым вектором  $S$ .



## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Источник света или наблюдатель находятся на бесконечности по отношению к некоторому элементу поверхности:

$\vec{N} = \vec{N}(N_x, N_y, N_z)$  вектор нормали к

элементу поверхности;

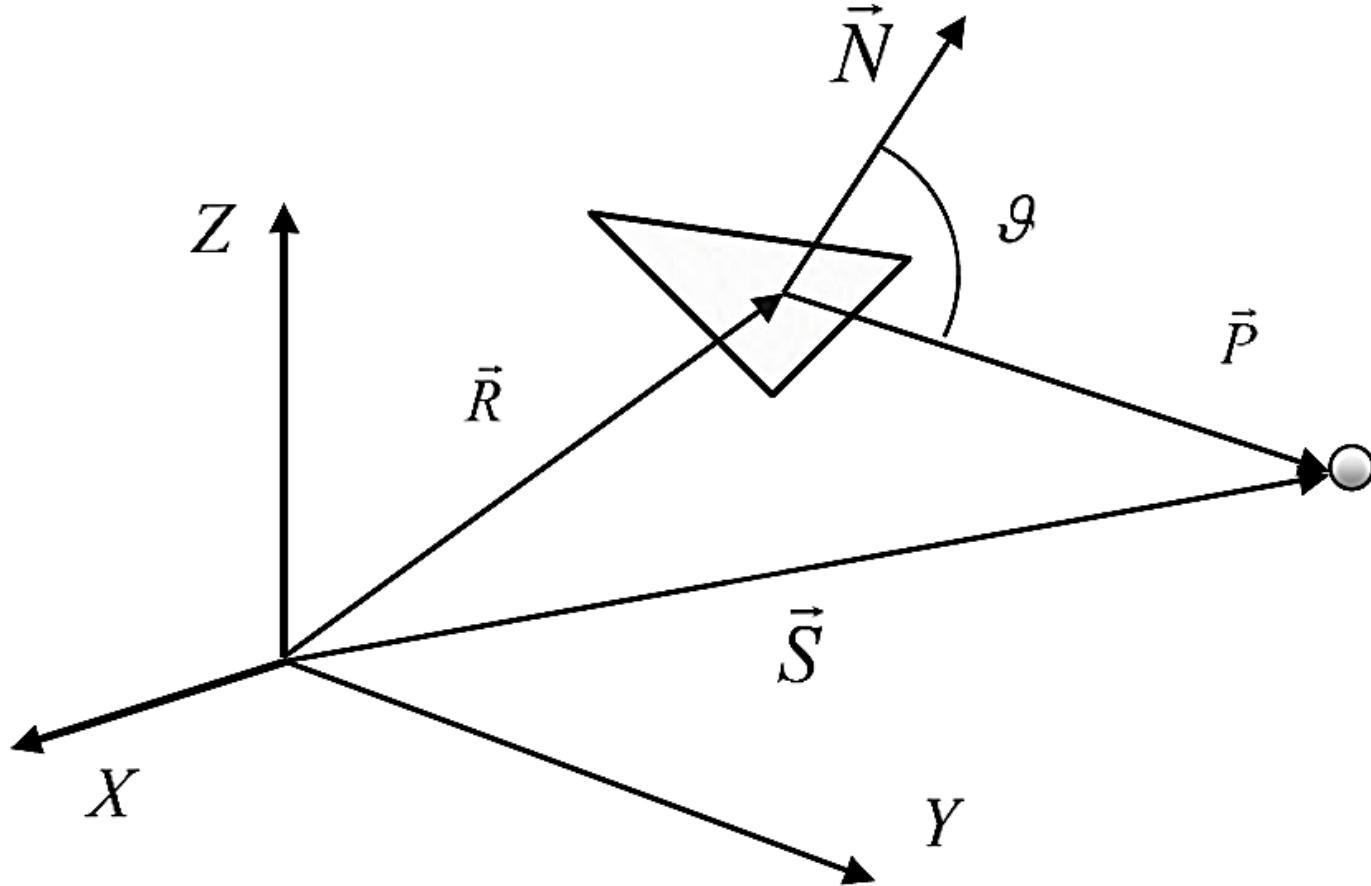
$\vec{S} = \vec{S}(S_x, S_y, S_z)$  вектор, определяющий

некоторое направление в пространстве.

$$\cos \vartheta = \frac{\vec{S} \cdot \vec{N}}{|\vec{S}| \cdot |\vec{N}|} = \frac{S_x N_x + S_y N_y + S_z N_z}{\sqrt{S_x^2 + S_y^2 + S_z^2} \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}}.$$

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Источник света или наблюдатель находятся на конечном расстоянии от поверхности



## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Заданы в системе координат XYZ:

$\vec{N} = \vec{N}(N_x, N_y, N_z)$  - вектор нормали к

элементу поверхности;

$\vec{S} = \vec{S}(S_x, S_y, S_z)$  - радиус-вектор,

определяющий положение источника света  
или точки наблюдения;

$\vec{R} = \vec{R}(R_x, R_y, R_z)$  - радиус-вектор,

определяющий положение элемента  
поверхности.

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Тогда:

$$\cos \vartheta = \frac{\vec{P} \cdot \vec{N}}{|\vec{P}| \cdot |\vec{N}|} = \frac{P_x N_x + P_y N_y + P_z N_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}}$$

$$\vec{P} = \vec{S} - \vec{R}$$

$$\vec{P} = \vec{P}(P_x, P_y, P_z) = \vec{P}(S_x - R_x, S_y - R_y, S_z - R_z)$$

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

$$\cos \vartheta = \frac{(\vec{S} - \vec{R}) \cdot \vec{N}}{|\vec{S} - \vec{R}| \cdot |\vec{N}|} =$$
$$= \frac{(S_x - R_x)N_x + (S_y - R_y)N_y + (S_z - R_z)N_z}{\sqrt{(S_x - R_x)^2 + (S_y - R_y)^2 + (S_z - R_z)^2} \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}}$$

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

**Зеркальное отражение.**

$\vec{N} = \vec{N}(N_x, N_y, N_z)$  - вектор нормали к элементу поверхности;

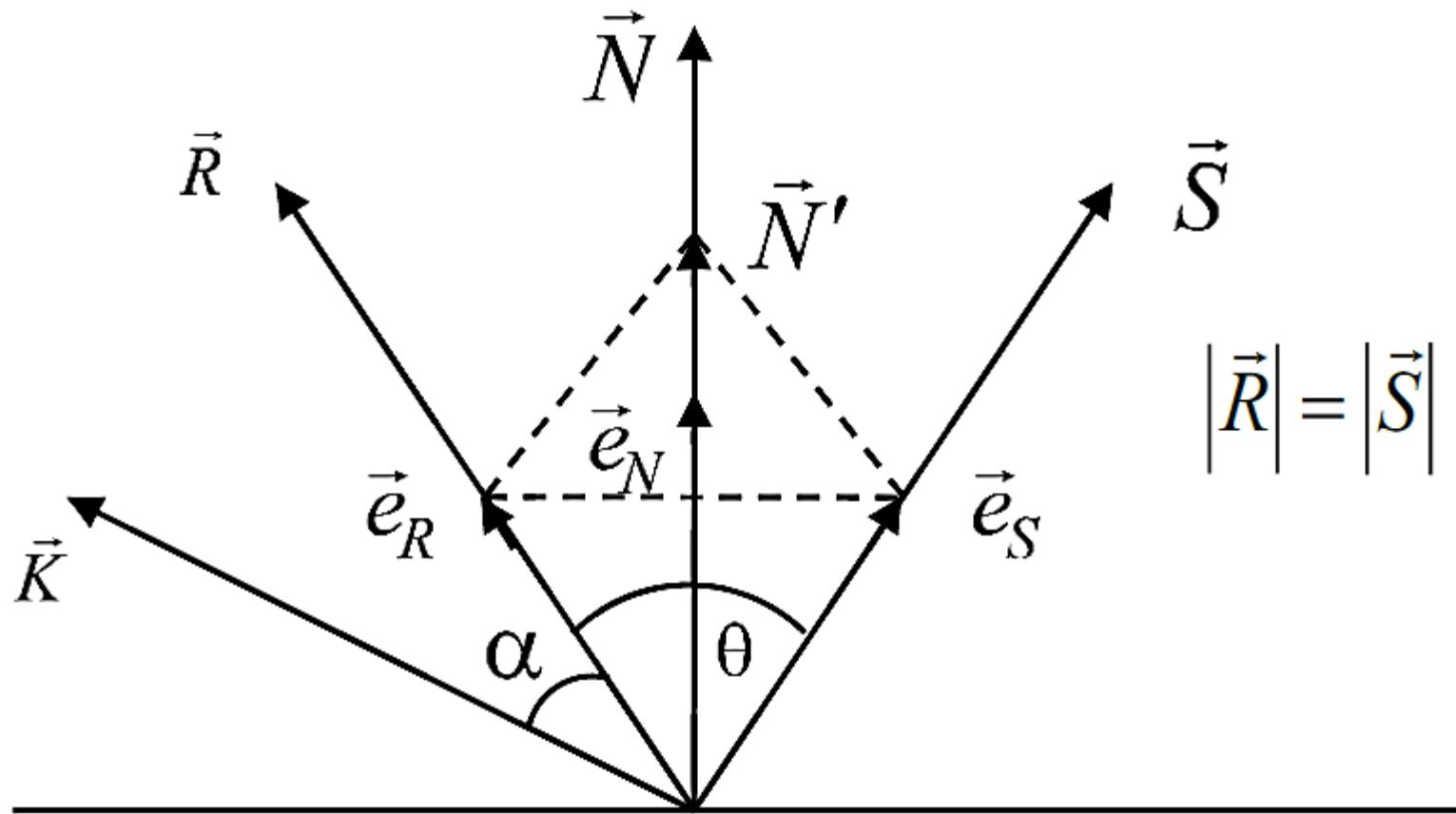
$\vec{S} = \vec{S}(S_x, S_y, S_z)$  - вектор, определяющий направление на источник света;

$\vec{R} = \vec{R}(R_x, R_y, R_z)$  - вектор, направление отраженного луча;

$\vec{K} = \vec{K}(K_x, K_y, K_z)$  - вектор, определяющий направление на камеру.

Требуется определить косинус угла  $\alpha$

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ



## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

Построим единичные вектора:

$$\vec{e}_R = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|}, \quad \vec{e}_N = \frac{\vec{N}}{|\vec{N}|}, \quad \vec{e}_S = \frac{\vec{S}}{|\vec{S}|}$$

$$\vec{e}_R + \vec{e}_S = \vec{N}' = 2\vec{e}_N |\vec{e}_S| \cos \theta = 2\vec{e}_N \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{e}_N \cdot \vec{e}_S}{|\vec{e}_N| |\vec{e}_S|} = \vec{e}_N \cdot \vec{e}_S$$

## 2. ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМАЛЕЙ И УГЛОВ ОТРАЖЕНИЯ

$$\vec{e}_R + \vec{e}_S = 2\vec{e}_N \cos\theta = 2\vec{e}_N(\vec{e}_N \cdot \vec{e}_S)$$

$$\vec{e}_R = 2\vec{e}_N(\vec{e}_N \cdot \vec{e}_S) - \vec{e}_S$$

$$\frac{\vec{R}}{\|\vec{R}\|} = 2 \frac{\vec{N}}{\|\vec{N}\|} \left( \frac{\vec{N}}{\|\vec{N}\|} \cdot \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|} \right) - \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|} = 2 \frac{\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{S})}{\|\vec{N}\|^2 \|\vec{S}\|} - \frac{\vec{S}}{\|\vec{S}\|}$$

$$\vec{R} = 2 \frac{\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{S})}{\|\vec{N}\|^2} - \vec{S} \qquad \cos\alpha = \frac{\vec{K} \cdot \vec{R}}{\|\vec{K}\| \|\vec{R}\|}$$

### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

**Метод Гуро.**

**Предназначен для создания иллюзии гладкой криволинейной поверхности, описанной в виде многогранников или полигональной сетки с плоскими гранями.**

**Если каждая плоская грань имеет один постоянный цвет, определенный с учетом отражения, то различные цвета соседних граней очень заметны, и поверхность выглядит именно как многогранник.**

### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

**// Казалось бы, этот дефект можно замаскировать за счет увеличения количества граней при аппроксимации поверхности**

**// Эффект полос Маха - зрение человека имеет способность подчеркивать перепады яркости на границах смежных граней**

### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

**// Увеличить количество граней?**

**== замедление визуализации – чем  
больше граней, тем меньше скорость  
рисования объектов**

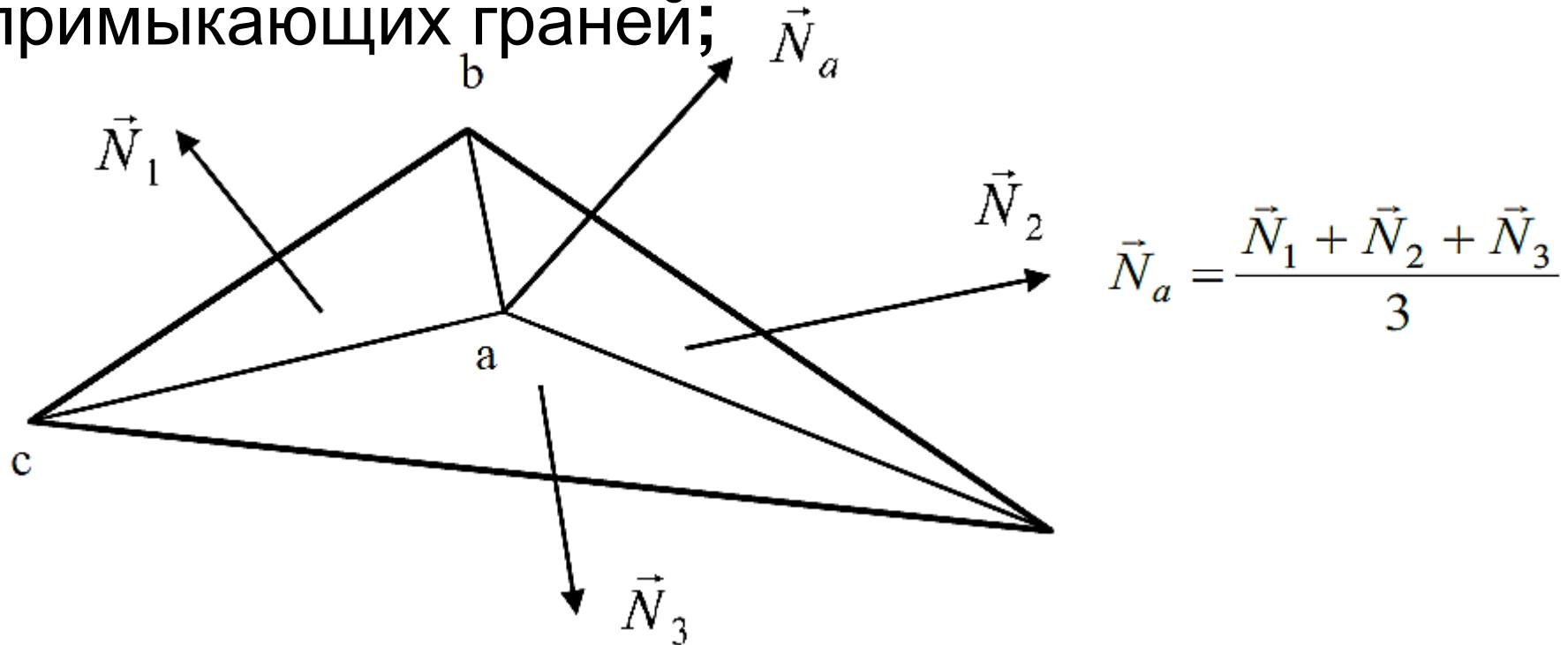
### 3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА

Идея: закрашивания каждой плоской грани не одним цветом, а плавно изменяющимися оттенками, вычисляемыми путем интерполяции цветов примыкающих граней.

Закрашивание граней по методу Гуро осуществляется в четыре этапа:

### 3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА

- вычисляются нормали к каждой грани;
- определяются нормали в вершинах, нормаль в вершине определяется усреднением нормалей примыкающих граней;

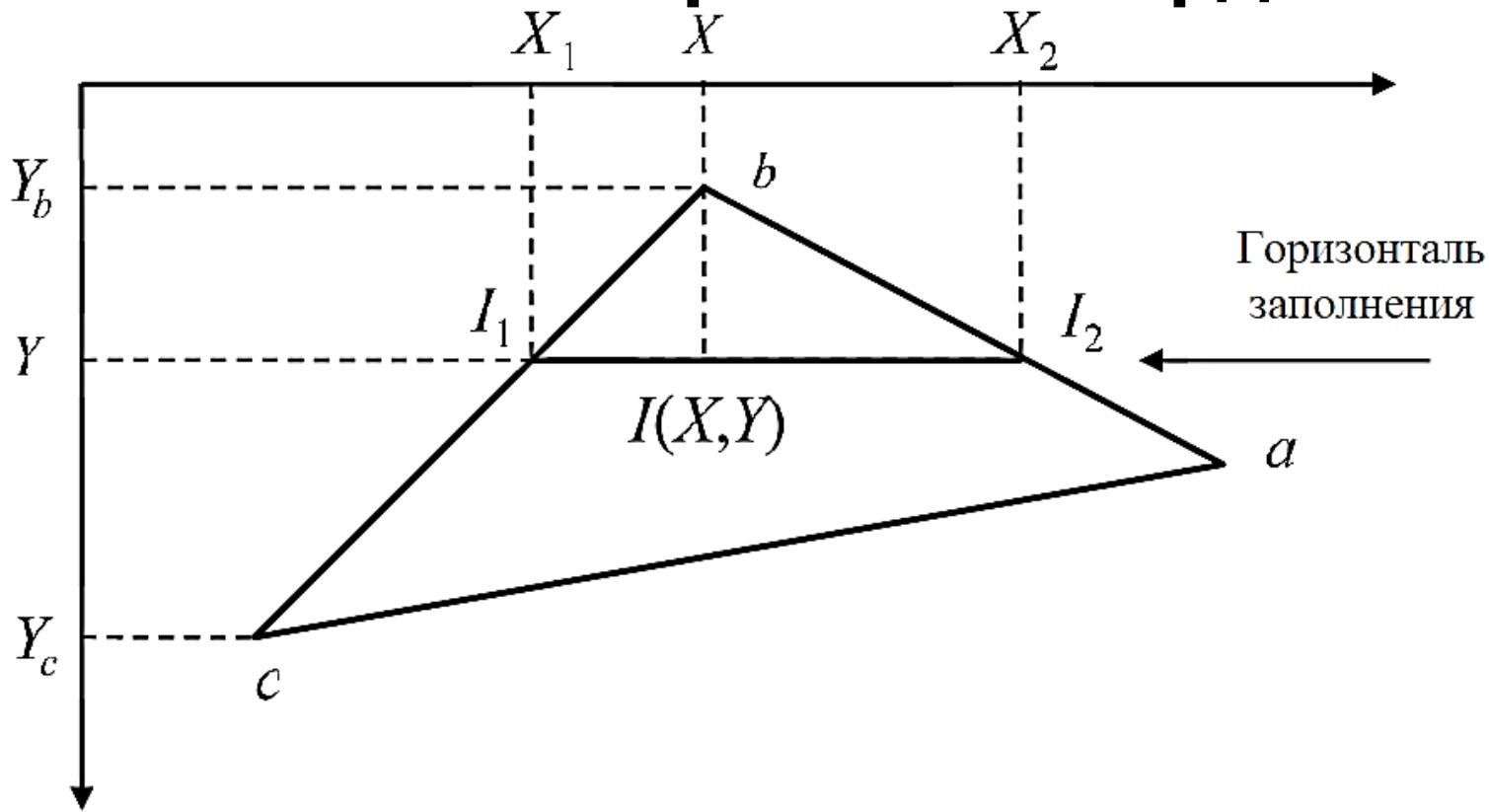


### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

- на основе нормалей в вершинах вычисляются значения интенсивностей в вершинах согласно выбранной модели отражения света;**
- закрашиваются полигоны граней цветом, соответствующим линейной интерполяции значений интенсивности в вершинах.**

### 3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА

**Заполнение контура грани  
горизонталями в экранных координатах**



### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

$$I_1 = I_b + (I_c - I_b) \frac{Y - Y_b}{Y_c - Y_b}$$

$$I_2 = I_b + (I_a - I_b) \frac{Y - Y_b}{Y_a - Y_b}.$$

### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

**Метод Фонга.**

**Идея:** используется интерполяция вектора нормали к поверхности вдоль видимого интервала на сканирующей строке внутри многоугольника, а не интерполяция интенсивности.

### **3. МЕТОДЫ ЗАКРАШИВАНИЯ ГУРО И ФОНГА**

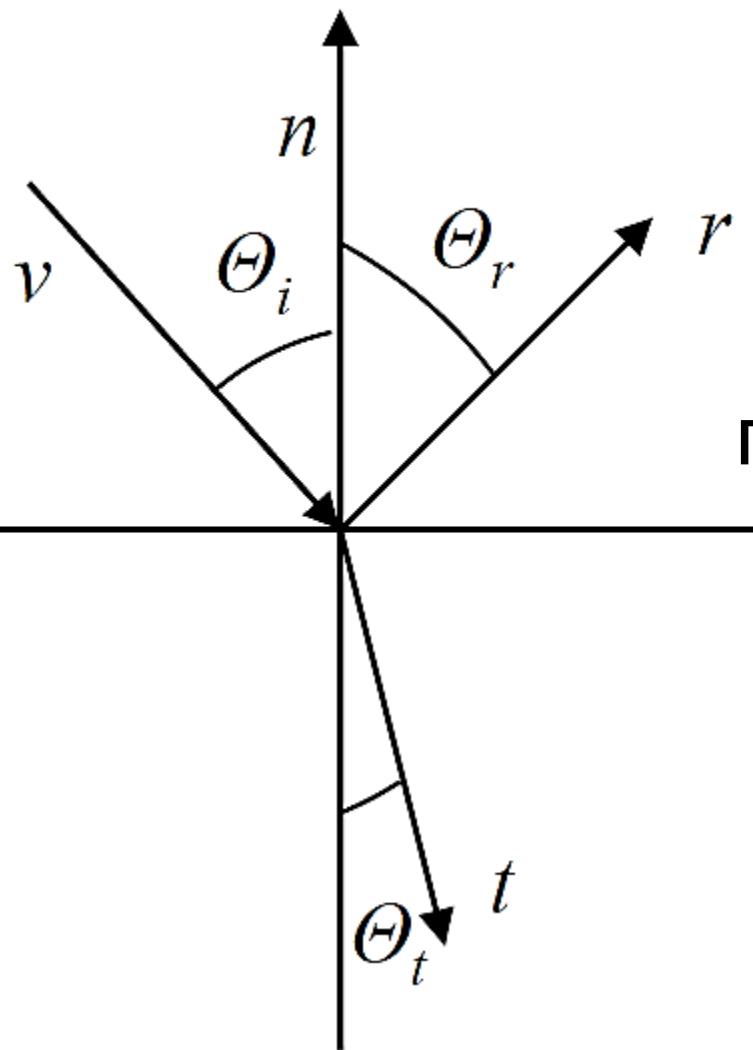
Интерполяция выполняется между начальной и конечной нормалями, которые сами тоже являются результатами интерполяции вдоль ребер многоугольника между нормалями в вершинах.

Нормали в вершинах, в свою очередь, вычисляются так же, как в методе закраски, построенном на основе интерполяции интенсивности.

## 4. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ПРЕЛОМЛЕННОГО ЛУЧА.

Если скорость распространения света в двух средах отличается, то на границе этих сред происходит преломление падающего светового луча. Преломленный луч лежит в той же плоскости, что и векторы  $v$  и  $n$ , а угол падения связан с углом преломления законом Снеллиуса

## 4. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ПРЕЛОМЛЕННОГО ЛУЧА.



$$n_1 \sin \Theta_i = n_2 \sin \Theta_t$$

где  $n_1, n_2$  -  
показатели преломления

## 4. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕКТОРА ПРЕЛОМЛЕННОГО ЛУЧА.

Если скорость распространения света в двух средах отличается, то на границе этих сред происходит преломление падающего светового луча. Преломленный луч лежит в той же плоскости, что и векторы  $v$  и  $n$ , а угол падения связан с углом преломления законом Снеллиуса

*Благодарю за внимание!)*

