

Universidad Nacional de Asuncion



Facultad
Politécnica



Algoritmos y Estructuras de Datos III

Alumnos:

- Eric Ruiz Diaz
- Ruben Izembrandt

Grupo:

- G09

2018

Ejercicio 1)

La búsqueda binaria mantiene resultados bastante estables y eficaces, esto se puede ver por la abismal diferencia entre el tiempo de ejecución de la búsqueda binaria y la lineal, la última cual demostró ser exageradamente ineficiente y contraproducente.

La función de t/n^2 lastimosamente es tan pequeña que no se puede apreciar bien los datos obtenidos pero siendo tan minúsculos son despreciables.

El t/n se mantuvo bastante contenido y constante para 50 mil elementos así como para 1 millón casi ni hubo diferencia, en cuanto al lineal tuvo una diferencia incremental de casi el doble al doblar los elementos del vector.

Ejercicio 2.a)

2.)

P1

a)

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n=0 \\ 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n} & \text{si } n>0 \end{cases}$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log n}$$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + (\log n)^{-1} \cdot n$$

$$a=2$$

$$b=2$$

$$n^{\log_a b} \text{ vs } (\log n)^{-1} \cdot n$$

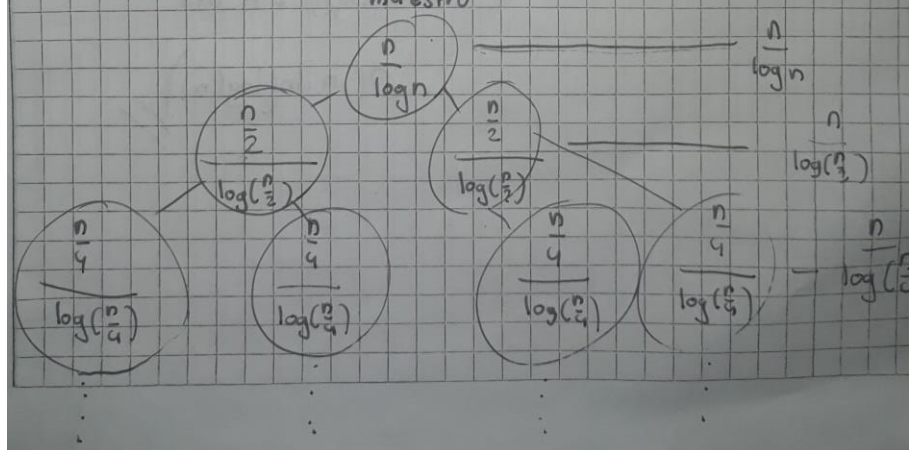
$$n^1 \text{ vs } (\log n)^{-1} \cdot n$$

$$f(n) = O(n^{\log_a b} \cdot \log^{k+1} n) \quad \text{caso 2}$$

$$(\log n)^{-1} \cdot n = O(n^1 \cdot \log^k n) \quad k \geq 0$$

k debe ser igual a -1 , pero no cumplirá el teorema del caso

maestro



[P2]

$$\sum_{i=0}^{\log n} \frac{n}{\log\left(\frac{n}{2^i}\right)}$$

$$\sum_{i=0}^{\log n} \frac{1}{\log n - \log 2^i}$$

$$\sum_{i=0}^{\log n} \frac{1}{\log n - \log 2}$$

$$\sum_{i=0}^{\log n} \frac{1}{\log n - i}$$

$$\sum_{i=1}^{\log n} \frac{1}{i} = n \int_1^{\log n} \frac{1}{i} di$$

$$n \left(\ln x \right) \Big|_1^{\log n}$$

$$n \cdot \ln(\log(n)) - n \cdot \ln 1$$

$$O(n \cdot \ln(\log(n)))$$

Ejercicio 2.b.a)

(2) (b) (4)

$$\sum_{i=0}^{n-1} (i^2 + 1)^2 = \int_0^{n-1} (i^2 + 1)^2 di$$
$$\int_0^{n-1} i^4 + 2i^2 + 1 di$$
$$\int_0^{n-1} i^4 di + \int_0^{n-1} 2i^2 di + \int_0^{n-1} 1 di$$
$$\left. \frac{i^5}{5} \right|_0^{n-1} + 2 \left(\frac{i^3}{3} \right) \Big|_0^{n-1} + \left. i \right|_0^{n-1}$$
$$\frac{(n-1)^5}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2(n-1)^3}{3} + \frac{2}{3} + n-1 - 0$$
$$\frac{(n-1)^5}{5} + \frac{2(n-1)^3}{3} + n - \frac{2}{15} + C$$
$$O(n^5) //$$

Ejercicio 3.b

3.b.a)

```
public static int[] selecSorting(int[] vector){  
    int i = 0; //2  
    int j; //1  
    int indice; //1  
    int menorNum; //1  
    while (i < vector.length - 1) //n + 1  
    {  
        indice = i; //n  
        j = i+1; //2n  
        while (j < vector.length) { //n*((n-1)/2 + 1)  
            if (vector[j] < vector[indice]) { //n*((n-1)/2  
                indice = j; //n*((n-1)/2  
            }  
            j++; //n*((n-1)/2  
        }  
        menorNum = vector[indice]; //n  
        vector[indice] = vector[i]; //n  
        vector[i] = menorNum; //n  
        i++; //2n  
    }  
    return vector;  
}  
public static void main(String a[]){  
    int[] vector1 = {10,34,2,56,7,67,88,42};  
    int[] vector2 = selecSorting(vector1);  
    for(int i:vector2){  
        System.out.print(i);  
        System.out.print(" ");  
    }  
}
```

3.b.b)

El $t(n)$ del algoritmo teniendo en cuenta el peor caso es $2n^2 + 6n$

3.b.c)

El costo asintótico de sus cotas son, $O(n^2)$, $\Theta(n^2)$, $\Omega(n^2)$

Ejercicio 4.a

④

$$\frac{1}{2} \log^2 n = \Omega(\log n)$$

$$f(n) \geq c \cdot g(n) \quad \text{para } n \geq n_0$$

$$\frac{1}{2} \log^2 n = \Omega(\log n)$$

$$2 \geq 1$$

Ejercicio 5

5.a)

⑤ a) $T(n) = T\left(\frac{n}{10}\right) + n$

$a = 2$
 $b = 10$
 $\frac{1}{q}$

$n^{\log_b a + \epsilon}$ vs n
 $n^{\log_{10} 2}$ vs n
 n^0 vs n
 1 vs n

caso 3
 $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ e70
 $n' = \Omega(n^{\log_b a})$
 $n = \Omega(n')$ $\epsilon = 1$
 $\ominus(f(n)) \neq O(n)$

5.b)

$$\begin{aligned}
 \textcircled{b} \quad T(n) &= T(n-1) + \log n \\
 &= \sum_{i=0}^{n-1} \log(n-i) \\
 &= \sum_{i=1}^n \log(i) \\
 &= \int_1^n 1 \cdot \log(i) \, di \\
 &= i \log i - \int_1^n \frac{1}{i \ln 2} \, di \\
 &= \left(i \log i - \frac{i}{\ln 2} \right) \Big|_1^n \\
 &= \left(n \log n - \frac{n}{\ln 2} \right) - \left(0 - \frac{1}{\ln 2} \right) \\
 &= \left(n \log n - \frac{n+1}{\ln 2} \right) \\
 &= O(n \log n)
 \end{aligned}$$

5.c)

$$\begin{aligned}
 \textcircled{c} \quad T(n) &= 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 \log n \\
 a &= 4 \\
 b &= 2 \\
 n^2 \text{ vs } n^2 \log n \\
 \text{CA} \\
 T(n) &= O(n^{\log_a b} \cdot \log^k n) \quad k \geq 0 \\
 &= O(n^{\log_4 4} \cdot \log^k n) \\
 &= O(n^1 \cdot \log^k n) \\
 \text{Caso 2} \\
 n^2 \log n &= O(n^2 \log^k n) \\
 n^2 \log n &= O(n^2 \log n) \\
 T(n) &= O(n^2 \log^2 n)
 \end{aligned}$$

5.d)

$$\begin{aligned}
 \textcircled{d} \quad T(n) &= T(n-1) + \frac{1}{n} \\
 &= \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{n-i} \\
 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = \log(n) + O(1) \\
 &\quad \uparrow \\
 &\quad \text{integrando} \\
 T(n) &= O(1) + \log n + O(1) \\
 T(n) &= \log n + O(1) \\
 T(n) &= O(\log n)
 \end{aligned}$$

Ejercicio 6

- a) $T(N) = 3n^2 + 3n + 12$
Sus cotas son, $O(n^2)$, $\Theta(n^2)$, $\Omega(n^2)$
- b) Una matriz de 400×400 tomaría unos 62 segundos aproximadamente
- c)

```
public class Matriz {  
    public static boolean contiene ( int [] [] m, int valor ) {  
        int N = m.length;  
        for ( int f = 0; f < N; f++ ){  
            for ( int c = 0; c < N; c++ ){  
                if ( m[f][c] == valor ){  
                    return true;  
                }  
            }  
        }  
        return false;  
    }  
  
    public static int[][] ordenar(int [][]m){  
        int F= m.length;  
        for( int i=0; i < F; i++){//ordena la matriz de abajo hacia arriba  
            for( int j=0;j< F; j++){  
                for(int x=0; x < F; x++){  
                    for(int y=0; y <F; y++){  
                        if(m[i][j] < m[x][y]){  
                            int t = m[i][j];  
                            m[i][j] = m[x][y];  
                            m[x][y] = t;  
                        }  
                    }  
                }  
            }  
        }  
        return m;  
    }  
}
```

Ejercicio 8)

| Θ, O, Ω o \times | $f(n)$ | $g(n)$ |
|--------------------------------|---------------------|-----------------|
| Θ | $n-100$ | $n-200$ |
| O | $n^{1/2}$ | $n^{2/3}$ |
| Θ | $100n+\log n$ | $n+(\log n)^2$ |
| Θ | $10\log n$ | $\log(n^2)$ |
| Ω | $(\log n)^{\log n}$ | $n/\log n$ |
| Ω | \sqrt{n} | $(\log n)^3$ |
| O | $n \cdot 2^n$ | 3^n |
| O | $n!$ | $(n+1)!$ |
| Θ | $n \log n$ | $10n \log 10n$ |
| Ω | $n^{1.01}$ | $(\log n)^{10}$ |
| O | $n^{1/2}$ | $5^{\log_2 n}$ |
| Ω | $n^2/\log n$ | $n(\log n)^2$ |