
Planejamento de Experimentos

Experimentos Fatoriais

- Não constituem um delineamento
- São formas de MONTAR um experimento
- Podem ser aplicados em qualquer delineamento (DIC, DBC, DQL, ...), desde que
- Tenham dois ou mais fatores estudados simultaneamente.

Experimentos Fatoriais

Como funciona?

- Cada nível de um fator se combina ou o nível de outro fator para constituir um delineamento

Suponha 2 Fatores: A (2 níveis) e B (3 níveis)

Tratamentos

$a_1b_1, a_1b_2, a_1b_3,$
 $a_2b_1, a_2b_2, a_2b_3,$

Nomeclatura: Fatorial 2×3 .

Experimentos Fatoriais

Nomenclatura

Como seria um fatorial 3^3 ?

Fatorial $3 \times 3 \times 3$

Três fatores com 3 níveis cada, seja A (a_1 , a_2 e a_3), B (b_1 , b_2 e b_3) e C (c_1 , c_2 e c_3)

Quantos tratamentos?

27 tratamentos

Como seria um fatorial $2^2 \times 3$?

Experimentos Fatoriais

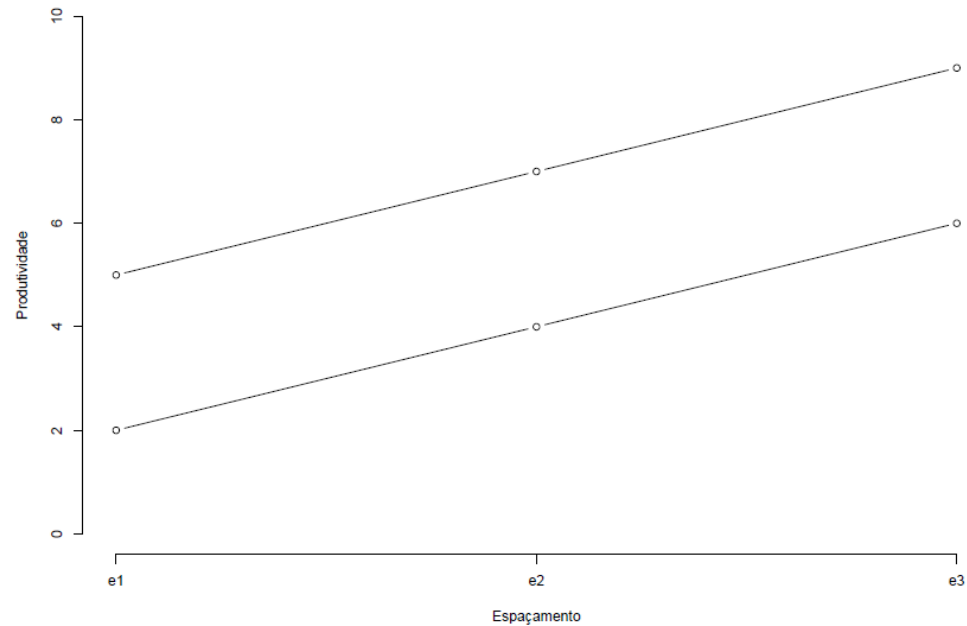
Efeitos

- Efeito Principal:
 - Efeito de cada fator independente dos outros fatores;
- Efeito da Interação:
 - Resposta da combinação dos efeitos dos fatores, independente dos efeitos principais;
 - A interação ocorre quando o efeito de um fator interfere no efeito do outro.

Como analisar se existe efeito da interação?

Experimentos Fatoriais

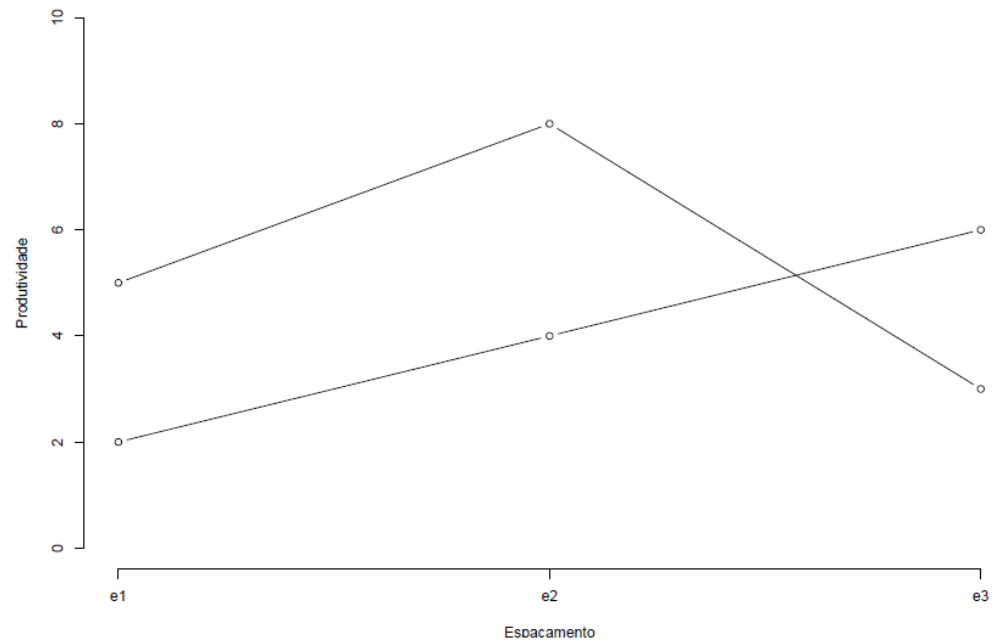
Efeitos



| | e1 | e2 | e3 |
|----|----|----|----|
| v1 | 2 | 4 | 6 |
| v2 | 5 | 7 | 9 |

Experimentos Fatoriais

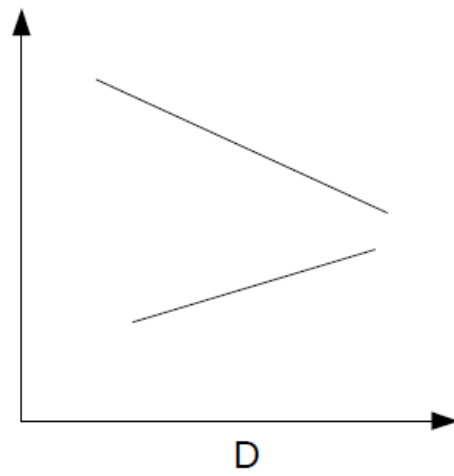
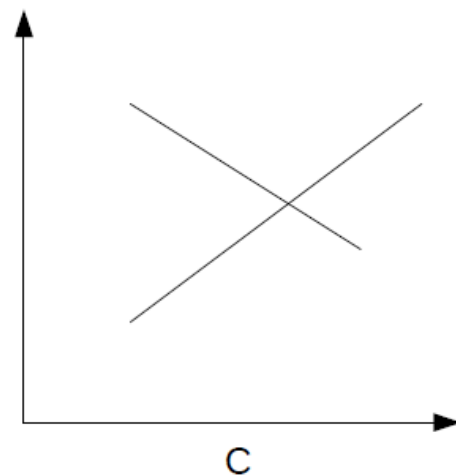
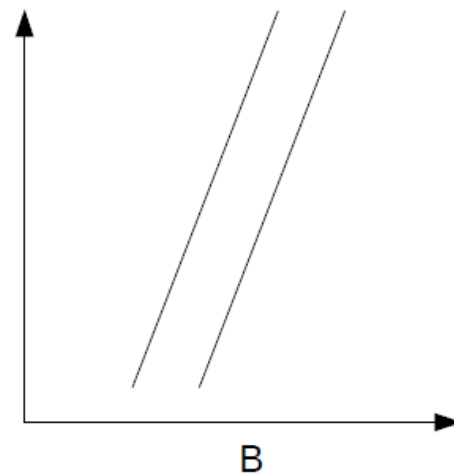
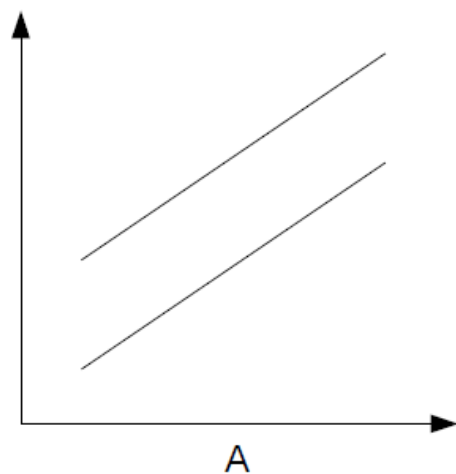
Efeitos



| | e1 | e2 | e3 |
|----|----|----|----|
| v1 | 2 | 4 | 6 |
| v2 | 5 | 8 | 3 |

Experimentos Fatoriais

Efeitos



Experimentos Fatoriais

Vantagem

Permite avaliar o efeito da interação independente do delineamento utilizado.

Desvantagem

Número elevado de unidades experimentais em decorrência do aumento de fatores e seus níveis.

Análise estatística mais trabalhosa.

Experimentos Fatoriais

Modelo:

Modelo Matemático

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk} \quad (1)$$

y_{ijk} : observação relativa ao i -ésimo nível do fator A e ao j -ésimo nível do fator B aplicado na repetição k .

μ : média geral do experimento

α_i : efeito do i -ésimo nível do fator A

β_j : efeito do j -ésimo nível do fator B

$(\alpha\beta)_{ij}$: efeito da interação entre o i -ésimo nível do fator A e o j -ésimo nível do fator B

e_{ijk} : erro aleatório associado à observação y_{ijk}

Experimentos Fatoriais

ANOVA - DIC:

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|------------|----------|----|---|
| A | I-1 | SQA | | |
| B | J-1 | SQB | | |
| Interação A x B | (I-1)(J-1) | SQAxB | | |
| (Tratamentos) | (IJ-1) | (SQTrat) | | |
| Resíduo | | SQRes | | |
| Total | $IJK - 1$ | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

ANOVA - DBC:

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|------------|----------|----|---|
| A | I-1 | SQA | | |
| B | J-1 | SQB | | |
| Interação A x B | (I-1)(J-1) | SQAxB | | |
| (Tratamentos) | (IJ-1) | (SQTrat) | | |
| Blocos | K-1 | SQBloc | | |
| Resíduo | | SQRes | | |
| Total | $IJK - 1$ | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

Hipóteses:

Interação

$$\begin{cases} H_0 & : \alpha\beta_{11} = \alpha\beta_{22} = \dots = \alpha\beta_{IJ} = 0 \\ H_1 & : \text{Não } H_0 \end{cases} \quad (2)$$

Fator A

$$\begin{cases} H_0 & : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_I = 0 \\ H_1 & : \text{Não } H_0 \end{cases} \quad (3)$$

Fator B

$$\begin{cases} H_0 & : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_J = 0 \\ H_1 & : \text{Não } H_0 \end{cases} \quad (4)$$

Quando ocorrer blocos, linhas ou colunas, são as mesmas hipóteses já estudadas.

Experimentos Fatoriais

Passo a passo para realizar a análise:

- Se a interação não é significativa:
 - Cada fator é analisado de forma independente do outro
 - Conclui-se para cada fator
- Se a interação for significativa:
 - Deve-se abrir a interação e analisar os níveis de um fator dentro do outro
 - Conclui-se para cada nível analisado

Experimentos Fatoriais

ANOVA – DIC:

Considere um fatorial 2^2 , ou sejam Fator A (a1 e a2) e Fator B (b1 e b2), com 5 repetições.

Vamos considerar que existe não interação significativa.

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|----|---------|----|---------------------|
| A | 1 | SQA | | |
| B | 1 | SQB | | |
| Interação A x B | 1 | SQAxB | | Não é significativa |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

ANOVA – DIC:

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|----|---------|----|---------------------|
| A | 1 | SQA | | Concluir para A |
| B | 1 | SQB | | Concluir para B |
| Interação A x B | 1 | SQAxB | | Não é significativa |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

ANOVA – DIC:

Considere um fatorial 2^2 , ou sejam Fator A (a1 e a2) e Fator B (b1 e b2), com 5 repetições.

Vamos considerar que existe interação significativa.

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|----|---------|----|-------------------------|
| A | 1 | SQA | | |
| B | 1 | SQB | | |
| Interação A x B | 1 | SQAxB | | Interação significativa |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

ANOVA – DIC:

| FV | GL | SQ | QM | F |
|-----------------|----|---------|----|-------------------|
| A | 1 | SQA | | |
| B | 1 | SQB | | |
| Interação A x B | 1 | SQAxB | | Abrir a interação |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

ANOVA – DIC:

Abrindo A dentro de B

| FV | GL | SQ | QM | F |
|----------------------|----|----------|----|----------|
| B | 1 | SQB | | |
| a1 x a2 dentro de b1 | 1 | SQ(A/b1) | | Concluir |
| a1 x a2 dentro de b2 | 1 | SQ(A/b2) | | Concluir |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Abrindo B dentro de A

| FV | GL | SQ | QM | F |
|----------------------|----|----------|----|----------|
| A | 1 | SQA | | |
| b1 x b2 dentro de a1 | 1 | SQ(B/a1) | | Concluir |
| b1 x b2 dentro de a2 | 1 | SQ(B/a2) | | Concluir |
| Resíduo | 16 | SQRes | | |
| Total | 19 | SQTotal | | |

Experimentos Fatoriais

Como seria a ANAVA de um Fatorial 3^3 ?

Como seria o croqui de um Fatorial 3^3 ?

Obrigado!

Jalmar M F Carrasco
carrascojalmar@gmail.com