

Estatística

Lista 1 — MATD48 : Planejamento de Experimentos A 2021-1

1. Mostre que na análise de variância do modelo de efeitos fixos, $E(QM_E) = \sigma^2$.
2. Considere o teste de igualdade das médias de duas populações normais, em que as variâncias sejam desconhecidas, mais considera-se iguais. O procedimento apropriado é o teste t para duas amostras. Mostre que o teste t para duas amostras é equivalente ao teste F da análise de variância para um único fator.
3. Mostre que a variância da combinação linear $\sum_{i=1}^I c_i Y_i$ é $\sum_{i=1}^I n_i c_i^2$.
4. Considere o planejamento inteiramente casualizado (DIC). Mostre que um intervalo de confiança de $100(1 - \alpha)\%$ para σ^2 é

$$\frac{(N - I)MQ_E}{\chi_{\alpha/2, N-I}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(N - I)MQ_E}{\chi_{1-\alpha/2, N-I}^2},$$

onde $N = IJ$, número total de observações no planejamento de experimentos.

5. Considere uma análise de variância com $I = 4$ médias $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 5$, $\mu_3 = 8$ e $\mu_4 = 4$. Suponha que $\sigma^2 = 4$, $n = 4$ e $\alpha = 0.05$. Encontre a estatística do teste F na análise de variância.
6. A resistência do concreto à compressão está sendo estudada e 4 técnicas diferentes de mistura estão sendo investigadas. Os seguintes dados foram coletados. Utilizando as

Técnica de mistura	Resistência à compressão (psi)
1	3129, 3000, 2865, 2890
2	3200, 3300, 2975, 3150
3	2800, 2900, 2985, 3050
4	2600, 2700, 2600, 2765

representações matemáticas:

- (a) Teste a hipótese de que as técnicas de mistura afetam a resistência do concreto. Use $\alpha = 5\%$.
 - (b) Encontre o p-valor para a estatística F calculada no item (a).
 - (c) Análise os resíduos provenientes desse experimento.
7. Construa a tabela ANOVA para um DIC com dados desbalanceados caracterizado pelo modelo $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$, onde $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, J_i$.
 8. Dado o modelo $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$, com $i = 1, \dots, I$ e $j = 1, \dots, J_i$, para um desenho inteiramente casualizado (DIC), encontre os estimadores de máxima verossimilhança para os parâmetros μ e τ_i .

Lista 1— MATD48 : Planejamento de Experimentos A

9. Um experimento foi feito para determinar se quatro temperaturas específicas de queima afetam a densidade de um certo tipo de tijolo. O experimento conduziu aos seguintes dados Utilizando as representações matemáticas:

Temperatura ($^{\circ}\text{F}$)	Densidade
100	21,8; 21,9; 31,7; 21,6; 21,7; 21,5; 21,8
125	21,7; 21,4; 21,5; 21,5
150	21,9; 21,8; 21,8; 21,6; 21,55
175	21,9; 21,7; 21,8; 21,7; 21,6; 21,8

- (a) A temperatura de queima afeta a densidade dos tijolos? Use $\alpha = 5\%$.
- (b) Encontre o p-valor para a estatística F calculada no item (a).
- (c) Análise os resíduos provenientes desse experimento.
10. Em um DIC considerou-se 4 repetições para cada 4 métodos em estudo. As observações coletadas foram perdidas, mais foram registradas a media das observações em cada método, 7,25; 8,50; 12,75 e 10,50. A um nível de significância de 5% há evidencias para afirmar que os 4 métodos em média são iguais?.