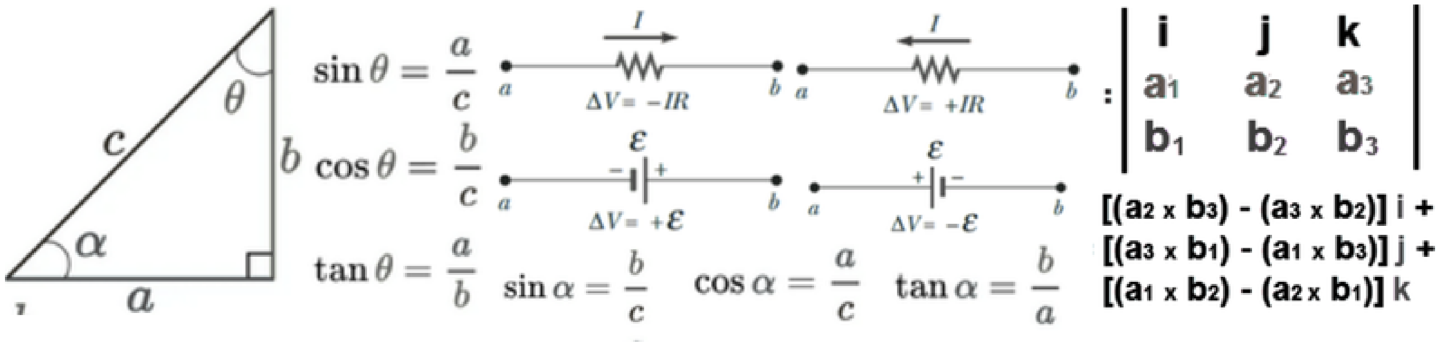
1. Trigonometría y Vectores



- $180° = \pi$ Rad **Com Vector:**$A_x = A\cos\theta, A_y = A\sin\theta, |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$, $\vec{A}\cdot\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos(\alpha)$

2. Cinemática

- **Distancia entre dos puntos:** $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Velocidad Media:** $v_{med} = (x_f - x_i)/(t_f - t_i)$
- **Aceleración Promedio:** $a_{prom} = (v_{xf} - v_{xi})/(t_f - t_i)$
- **Mov. Rectilíneo Uniforme (MRU):** $a = 0 \implies v = \text{constante} \implies x(t) = x_0 + v\cdot t$
- **Mov. Rect. Uni. Variado (MRUV):** $a = \text{cte} \implies v(t) = v_0 + a\cdot t \implies x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- **Movimiento Circular:**
  - Período (T): Tiempo por vuelta. $T = (2\pi R)/v$
  - Frecuencia (f): $f = 1/T$ (Hertz, Hz).
  - Aceleración centrípeta: $a_c = v^2/r = \omega^2 r$
  - Vector de Posición: $\vec{r}(t) = R[\cos(\theta(t))\hat{\imath} + \text{sen}(\theta(t))\hat{\jmath}] \implies |\vec{r}(t)| = R$
  - Velocidad Angular: $\omega(t) = d\theta(t)/dt$
  - Vector Velocidad: $\vec{v}(t) = R\omega(t)[-\text{sen}(\theta(t))\hat{\imath} + \cos(\theta(t))\hat{\jmath}] \implies |\vec{v}(t)| = R|\omega(t)|$
  - Aceleración Angular: $\gamma(t) = d\omega(t)/dt$
  - Vector Aceleración: $\vec{a}(t) = -R\omega^2(t)[\cos(\theta(t))\hat{\imath} + \text{sen}(\theta(t))\hat{\jmath}] + R\gamma(t)[-\text{sen}(\theta(t))\hat{\imath} + \cos(\theta(t))\hat{\jmath}] = -R\omega^2(t)\hat{r}(t) + R\gamma(t)\hat{u}_v(t) = \vec{a}_n(t) + \vec{a}_t(t)$

3. Dinámica y Cantidad de Movimiento

- **Leyes de Newton:** $\Sigma\vec{F} = 0 \iff \text{Equilibrio}(\vec{v} = \text{constante}), \Sigma\vec{F} = m\vec{a}, \vec{F}_{a,b} = -\vec{F}_{b,a}$
- **Fuerza y Momento Lineal:** $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ donde $\vec{P} = m\vec{v}$
- **Impulso Lineal:** $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt = \Delta\vec{P}$
- **Rozamiento:** $F_{re} \le \mu_e N$ y $F_{rd} = \mu_d N$
- **Ley de Hooke (Resortes):** $\vec{F} = -k\Delta x$
- Movimiento Oscilatorio Armónico (MOA):
  - A = amplitud con respecto al punto de equilibrio (el punto que estaría en reposo)

- $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi), v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$
- $\omega = 2\pi/T = 2\pi f, T = \frac{1}{f}, v_{\text{máx}} = A\omega, a_{\text{máx}} = A\omega^2$
- MOA masa–resorte: $\omega = \sqrt{k/m}, T = 2\pi\sqrt{m/k}$
- MOA péndulo simple (ángulos pequeños) : $\omega = \sqrt{g/\ell}, T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

4. Trabajo y Energía

- **Trabajo (W):** $W = F\Delta r\cos(\theta)$ (fuerza cte), $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (fuerza no cte)
- **Energía Cinética (K):** $K = (mv^2)/2$
- **Teorema Trabajo-Energía Cinética:** $W_{tot} = \Delta K = K_f - K_i$
- **Fuerzas Conservativas:** $W_c = -\Delta U = U_i - U_f$
  - Energía Potencial Gravitatoria: $U_g = m \cdot g \cdot h$
  - Energía Potencial Elástica: $U_e = (k\Delta x^2)/2$
- **E. Mecánica:** $E = K + U$. Solo conservativas: $\Delta E = 0$ y con no conservativas: $\Delta E = W_{NC}$

5. Momento Lineal, Impulso y Choques

- **Teorema Impulso-Cantidad de Movimiento:**

$$\Delta\vec{P} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}dt \equiv \vec{I}$$

.

- Sistema aislado : se conserva P. El mismo antes y despues del choque.
- **Choque Inelástico (Plástico):**
  - Dsp del choque las partes quedan unidas en un solo cuerpo y $K_f < K_i$ (Ej:plastilina vs caja)
  - **Energía inicial del choque plástico:**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{2i}^2$$

.

  - **Coeficiente de Restitución (e):** $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$, en general ($e < 1$) pero si es totalmente Inelástico ($e = 0$)
  - **Velocidad final masa 1:**

$$v_{1f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - m_2 e(v_{1,i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

  - **Velocidad final masa 2:**

$$v_{2f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} + m_1 e(v_{1i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

- **Choque Elástico ($e = 1$):**

- Si la fuerza entre las partes del sistema son conservativas entonces se conserva la E. mecanica(Ej:bolas de billar)
- **Energía Cinética Inicial (K_i):**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

.

- **Energía Cinética Final (K_f):**

$$K_f = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

.

- **Relación de Velocidades:** $v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$.
- **Velocidad final masa 1 (v_{1f}):**

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1i} + 2m_2v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

- **Velocidad final masa 2 (v_{2f}):**

$$v_{2f} = \frac{2m_1v_{1i} + (m_2 - m_1)v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

6. Electrostática

- **Ley de Coulomb:**

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1q_2}{r^2}\,\hat{r}_{12}$$

(fuerza eléctrica ejercida por q_1 sobre q_2, donde $\hat{r}_{12}$ es un vector unitario dirigido desde q_1 hacia q_2).

  - $k_e = 1/(4\pi\varepsilon_0) \approx 8{,}99 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$ y $\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$

- **Principio de superposición de la fuerza electrostática:**

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i, \qquad \vec{F}_i = k_e \frac{q\,q_i}{r_i^2}\,\hat{r}_i$$

- **Campo eléctrico de una carga puntual:**

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2}\,\hat{r}$$

(campo eléc. gen. x una carga q, donde $\hat{r}$ apunta desde la carga a el punto donde se evalúa el campo).

- **Relación entre fuerza y campo eléctrico:** $\vec{F} = q\,\vec{E}$
- **Distribución continua de carga:**

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

  - dq: elemento infinitesimal de carga.
  - r: distancia desde dq al punto donde se calcula $\vec{E}$.
  - $\hat{r}$: vector unitario que apunta desde dq hacia el punto de observación.

- Antes de integrar, dq debe expresarse en función de la densidad de carga: Lineal: $dq = \lambda\, dl$, Superficial: $dq = \sigma\, dA$, Volumétrica: $dq = \rho\, dV$

- **Ley de Gauss:**

$$\phi_E = \oint E\cos\phi \cdot dA = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\varepsilon_0}$$

  - Q_{enc}: carga total encerrada por la superficie gaussiana.
  - ε_0: permitividad del vacío.
  - ϕ_E: flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana.

  - **Caso: Esfera maciza uniformemente cargada (aislante)**
    - Interior ($r < R$): $Q_{\text{enc}} = Qr^3/R^3, E(r) = [Q/(4\pi\varepsilon_0 R^3)]r$
    - Exterior ($r \geq R$): $E(r) = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$
  - **Caso: Esfera conductora cargada**
    - Interior ($r < R$): $Q_{\text{enc}} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$
    - Exterior ($r \geq R$): $E(4\pi r^2) = Q/\varepsilon_0 \quad \Rightarrow \quad E(r) = Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$
  - **Caso: Carga lineal infinita** $Q_{\text{enc}} = \lambda L \quad E(r) = \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$
  - **Caso: Lámina infinita cargada** $Q_{\text{enc}} = \sigma A \Rightarrow \quad E = \sigma/(2\varepsilon_0)$

- **Carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme:**

$$W_{A\to B} = -\Delta U = q\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 E d$$

  es el caso de una carga puntual en el campo la energía potencial U = $q_0 E y$ donde y es la distancia vertical.Es el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando una carga se mueve de A a B

- **Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales:**

$$U = k_e \frac{q q_0}{r}$$

  o sea la carga de prueba q0 se desplaza en el campo generado por q.

- **Potencial electrico:** El potencial eléctrico indica cuánta energía por unidad de carga tendría una carga de prueba si estuviera en ese punto.

$$V = \frac{U}{q_0} \to U = q_0 V$$

- **Potencial debido a una carga puntual:** $V = k_e \frac{q}{r}$

- Trabajo necesario para ensamblar un sist d cargas, trayéndolas desde el infi hasta sus posiciones: $W_{\text{ext}} = U$. Se introducen las cargas una a una:

$$W = \sum_{i=1}^{N} q_i V_i$$

  donde el potencial en la posición de la carga q_i es:

$$V_i = \sum_{j<i} k \frac{q_j}{r_{ij}}$$

  y (r_{ij}) es la distancia entre las cargas q_i y q_j.

7. Capacitancia y Corriente Eléctrica

- **Capacitancia (C):** $C = Q/\Delta V$
- **Capacitancia de un capacitor de placas paralelas:** $C = \epsilon_0 A/d$
- **Capacitancia de un capacitor lleno de un material con constante dieléctrica κ:** $C = Q_0/\Delta V = \kappa Q_0/\Delta V_0$
- **Energía almacenada en un capacitor:** $U = (CV^2)/2$
- **Asociación de capacitores:**
  - Serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$ las diferencias de potencial se suman.
  - Paralelo: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots$ los capacitores tienen el mismo potencial V.
- **Resistencia (R):** $R = \Delta V/I$, Ley de Ohm: $\Delta V = IR$, resistencia eléctrica de conductor homo $R = \rho L/A$,L es la longitud del conductor y A es el área de la sección transversal
- **Asociación de resistencias:**
  - Serie: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots$ la diferencia de potencial se suma.
  - Paralelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$ la diferencia de potencial es la misma en cada resistencia.
- La potencia disipada en un resistor: $P = I^2 R = \Delta V^2/R$
- **Leyes de Kirchhoff:**
  - Ley de nudos:En cualquier nodo $\sum I_{in} = \sum I_{out}$
  - Ley de mallas: En cualquier ciclo $\sum \Delta V = 0$
- **Carga y corriente en función del tiempo** si un capacitor C:
  Se carga con una fem ε a través de una resistencia R:

  $$Q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/\tau}) \qquad I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau}$$

  Se descarga a través de una resistencia R:

  $$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \qquad I(t) = -\frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

  Con $\tau = RC$ (luego de este tiempo el capacitor está cargado en un 63,2 de la capacitancia)

8. Magnetismo

- Fuerza sobre una carga q con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ es: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$
- Theta es el ángulo entre v y B. Entonces F = 0 cuando v es paralela/antiparalela a B (0 o 180°) y es máxima cuando v es perpendicular a B (90°). $F = |q| vB \operatorname{sen}\theta$
- Si la partícula se mueve en una región donde hay campos eléctrico y magnético: $\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$
- Un conductor rectilíneo de long l, por el cual circula una corriente I, en un campo mag $\vec{B}$, experimenta la siguente $\vec{F}_B$:$\vec{F}_B = I\,\vec{l} \times \vec{B}$ La magnitud de la fuerza es $F_B = I\,l\,B\,\sin\phi$, con ϕ es el ángulo entre el conductor y el campo magnético y $\vec{l}$ es un vector de modulo = l y dirección de la corriente.

- (*Regla de la mano derecha*): pulgar apunta en dirección de la velocidad de la carga + o de I; los dedos extendidos en dirección del campo magnético y la palma señala la dirección de la fuerza magn.
- Flujo mag. a través de una sup.: $\Phi_B = \int B_\perp \, dA = \int B \cos\phi \, dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$. Si la sup. es cerrada = 0.
- Ac. centrípeta: $a_c = \dfrac{v^2}{R}$ y la única fuerza que actúa es la magnética. Por Newton: $|\vec{F}| = |q| \, vB = m \, \frac{v^2}{R}$
- Radio de una órbita circular en un campo magnético : $R = (mv)/(|q|B)$.
- Rapidez angular: $\omega = v/R$
- Frecuencia del ciclotrón es: $f = \omega/(2\pi)$
- La magnitud del par de torsión que actúa sobre una espira de corriente en un campo magnético es: $\tau = IBA \sin\phi$ y en forma vectorial: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
- Momento magnético de la espira: $\vec{\mu} = I \, \vec{A}$. Con N espiras de la misma área $\vec{\mu}_{bobina} = NI \, \vec{A}$
- La E pot. de un dipolo magnético en un campo magnético está dada por: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos\phi$
- (*Ley de Biot–Savart*):
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \, d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$
con $\hat{r}$ vector unitario que apunta desde el elemento de corriente hasta el punto de observación y r es la distancia entre ellos y la permeabilidad del espacio libre es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A
- Una carga q con velocidad $\vec{v}$ genera un campo magnético en un punto situado a una distancia r:
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \, \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$
donde $\hat{r}$ es el vector unitario que apunta desde la carga hacia el punto de observación.
- Campo mag de un alambre: $(\mu_0 I)/(2\pi r)$ (con r la distancia entre el alambre y el pto que considero)
- F_B entre dos alambres paralelos (a es la distancia entre ellos y l long de los alambres):
$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$
- (*Ley de Ampère*) La integral de línea del campo magnético $\vec{B}$ a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es igual a μ_0 por la corriente total encerrada: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$
- Campo magnético de un toroide:
$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$
y un solenoide : $B = \mu_0 n I$ donde $n = \dfrac{N}{\ell}$ es el número de vueltas por unidad de longitud.
- (*Ley de inducción de Faraday*) $\mathcal{E} = -(d\Phi_B)/dt$
- $\Phi_B = \int_S \vec{B}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{A}$ con (S): una superficie cualquiera, ($d\vec{A}$): vector normal a la superficie, de módulo (dA) ($\vec{B}(\vec{r}, t)$) campo magnético, que depende del tiempo y posicion
- (*FEM de mov.*) Cuando un conductor de longitud l se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$, la fuerza electromotriz inducida es: $\mathcal{E} = B \, l \, v$ (caso de mov. perpendicular al campo magnético).
- La corriente inducida en un circuito de resistencia R: $I = \mathcal{E}/R$

- Potencia disipada por una resistencia R debido a la corriente inducida: $P = I^2R = \mathcal{E}^2/R$
- **Cilindro macizo largo (radio R, corriente uniforme I):** Por simetría $\vec{B}$ es tangencial y depende solo de r.

$$B(r) = \begin{cases} \mu_0 I r/(2\pi R^2), & r < R \\ \mu_0 I/(2\pi r), & r > R \end{cases}$$

- **Cilindro hueco largo (radios a, b, corriente uniforme I):** Densidad $J = I/[\pi(b^2 - a^2)]$.

$$B(r) = \begin{cases} 0, & r < a \\ \mu_0 I/(2\pi r)\,(r^2 - a^2)/(b^2 - a^2), & a < r < b \\ \mu_0 I/(2\pi r), & r > b \end{cases}$$

9. Termodinámica

- Dos objetos están en **contacto térmico** si pueden intercambiar energía entre ellos. Y están en **equilibrio térmico** si están en contacto térmico y no hay intercambio neto de energía entre ellos.
- **Celsius a Fahrenheit:** $T(°\mathrm{F}) = \frac{9}{5}T(°\mathrm{C}) + 32$
- **Celsius a Kelvin:** $T(\mathrm{K}) = T(°\mathrm{C}) + 273{,}15$
- **Expansión Lineal:** $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ o bien $L - L_0 = \alpha L_0(T - T_0)$. Con L longitud final, T temperatura final y α es el coeficiente de expansión lineal en unidades $(°\mathrm{C})^{-1}$.
- **Expansión de Área:** $A = A_0(1 + 2\alpha\Delta T)$ o bien $A = A_0 + 2\alpha A_0 \Delta T$
- **Cambio de Área:** $\Delta A = A - A_0 = \gamma A_0 \Delta T$. Donde $\gamma = 2\alpha$ es el coeficiente de expansión de área.
- **Expansión Volumétrica:** $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$. Con β coeficiente de expansión volumétrica y $\beta = 3\alpha$.
- **Calor requerido:** $Q = mc\Delta T$. Donde $\Delta T = T_2 - T_1$ es el cambio de temperatura y c es el calor específico. $C = mc$ Representa la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de toda la masa del objeto. A veces en vez de la masa se usa la cantidad de sustancia (n) y la masa de sus moles (M) en ese caso $m = nM$
- **Calor de cambio de fase:** $Q = \pm mL$. Se usa (+) si el material se vaporiza (entra calor) y (-) si se congela (sale calor). *Nota: Durante el cambio de fase no hay variación de temperatura.*
  - **Constantes para el agua:**
  - Fusión: $L_f = 3{,}34 \times 10^5$ J/kg = 79,6 cal/g = 333 kJ/kg
  - Vaporización: $L_v = 2{,}256 \times 10^6$ J/kg = 539 cal/g = 2256 kJ/kg
- **Ecuación de los Gases Ideales:** $PV = nRT$. Donde: P es la presión = Modulo de Fuerza/Área. V es el volumen. n es el número de moles. R es la constante universal de los gases $(8,314 J/\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K})$. T es la temperatura absoluta en Kelvin (K).
- **Ley de Boyle:** A temperatura constante, la presión de un gas es inversamente proporcional a su volumen. O sea: $P = \frac{1}{V}$.
- **Ley de Charles:** A presión constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta. Matemáticamente: $\dfrac{V}{T} = \mathrm{cte.}$

- Masa constante de gas ideal, el producto nR es constante y $\frac{pV}{T}$ tmb. Si los subíndices 1 y 2 son dos estados distintos entonces:
$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{cte}$$
- Procesos: isotérmicos = T ctate , isobéricos = P ctate , isocóricos = V ctate, adiabáticos = aislados
- **Número de Avogadro (N_A):** Cantidad de moléculas en un mol: $N_A = 6{,}022 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$
- **Masa Molar (M):** Es la masa de un mol de sustancia, equivalente a la masa de una molécula (m) por el número de Avogadro: $M = N_A m$
- Convenciones: Calor positivo entra al sistema y negativo si sale. Trabajo positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre el entorno y negativo cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema.
- En un cambio finito de volumen desde V_1 hasta V_2, el trabajo realizado está dado por
$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$
- **En un proceso isobárico:** El trabajo realizado por el gas se calcula como
$$W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p\,(V_2 - V_1)$$
- **Primera Ley de la Termodinámica:** $\Delta U = Q - W$
- Trabajo isotérmico: $W = nRT \ln (V_f/V_i)$

10. Unidades

Velocidad: m/s Aceleración: m/s^2 Newton: $\text{N} = 1\,\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ Joule: $\text{J} = 1\,\text{N} \cdot \text{m}$ Wats:$\text{W} = 1\,\text{J/s}$ Volt: $1\,\text{V} = 1\,\text{J/C}$ Faradio: $1\,\text{F} = 1\,\text{C}^2/(\text{N}\,\text{m})$ Ampere: $1\,\text{A} = 1\,\text{C/s}$ Ohm: $1\,\Omega = 1\,\text{V/A}$ Tesla:
$$1\,\text{T} = \frac{\text{V}\,\text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{J}}{\text{A}\,\text{m}^2} = \frac{\text{N}\,\text{s}}{\text{C}\,\text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{C}\,\text{s}} = \frac{\text{N}}{\text{A}\,\text{m}}$$