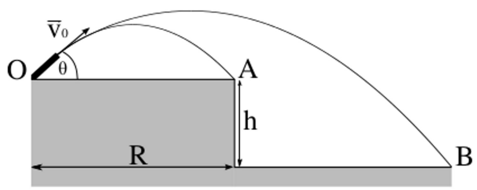
🛠️ Parcial 1 2017

miércoles, 27 de septiembre de 2023 9:28

1. Una bala es disparada desde un cañón ubicado en el punto O con una velocidad inicial $|\vec{v}_0| = 30\ m/s$ que forma un ángulo θ con la horizontal. El cañón se encuentra a una distancia $R = 50\ m$ del borde de un acantilado de altura $h = 20\ m$.



(a) (**15 pts.**) Determine el ángulo de disparo θ máximo (θ_m) para que el proyectil impacte en el punto A que se encuentra justo en el borde del acantilado.

(b) (**15 pts.**) Suponga que se realiza un segundo disparo utilizando el ángulo θ_m determinado en el punto (a) pero duplicando el módulo de la velocidad inicial ($2|\vec{v}_0|$). Calcule la distancia horizontal que recorre el proyectil (punto B).

(c) (**10 pts.**) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil en ambos disparos?.

a)

Ecuaciones de movimiento, tomando al cañon como el 0 en x e y

$a_y(t) = -9.8\ [m/s^2]$

$a_x(t) = 0$

$v_y(t) = -9.8t\ [m/s^2] + \sin(\theta)\, 30\ [m/s]$

$v_x(t) = \cos(\theta)\, 30\ [m/s]$

$y(t) = -4.9t^2\ [m/s^2] + \sin(\theta)\, 30t\ [m/s]$

$x(t) = \cos(\theta)\, 30t\ [m/s]$

Queremos que haya un t_A tal que:

$y(t_A) = 0$

$x(t_A) = R$

$$-4.9\, t_A^2 \, [m/s^2] + \sin(\theta_m)\, 30\, t_A \, [m/s] = 0 \qquad (1)$$

$$\cos(\theta_m)\, 30\, t_A \, [m/s] = 50 \, [m] \qquad (2)$$

Por (1): (usando que $t_A \neq 0$ por (2))

$$-4.9\, t_A \, [m/s^2] = -\sin(\theta_m)\, 30 \, [m/s]$$

$$t_A = \frac{\sin(\theta_m)\, 30}{4.9} \, [s]$$

Remplazando en (2):

$$\cos(\theta_m)\, 30 \, \frac{\sin(\theta_m)\, 30}{4.9} \, [s] \, [m/s] = 50 \, [m]$$

$$2 \sin(\theta_m) \cos(\theta_m) = 50 \cdot \frac{4.9}{15 \cdot 30}$$

$$\sin(2\theta_m) = \frac{4.9}{9}$$

$$\theta_m = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{4.9}{9}\right)}{2}$$

$$\theta_m \simeq 0.2879$$

b)

Ahora tenemos:

$a_y(t) = -9.8\ [m/s^2]$

$a_x(t) = 0$

$v_y(t) = -9.8t[m/s^2] + \sin(\theta_m)\ 60\ [m/s]$

$v_x(t) = \cos(\theta_m)\ 60\ [m/s]$

$y(t) = -4.9t^2\ [m/s^2] + \sin(\theta_m)\ 60\ t\ [m/s]$

$x(t) = \cos(\theta)\ 60\ t\ [m/s]$

Calculo el tiempo en el que el proyectil llega a B (t_B)

$y(t_B) = -h$

$-4.9\ t_B^2\ [m/s^2] + \sin(\theta_m)\ 60t\ [m/s] = -20\ [m]$

$-4.9\ t_B^2\ [m/s^2] + \sin(\theta_m)\ 60t\ [m/s] + 20\ [m] = 0$

$$t_B = \frac{-\sin(\theta_m)\ 60 \pm \sqrt{(\sin(\theta_m)60)^2 - 4\cdot(-4.9)\ 20}}{2\cdot(-4.9)}\ [s]$$

$$t_B = \frac{\sin(\theta_m)\ 60 \pm \sqrt{(\sin(\theta_m)\ 60)^2 + 392}}{9.8}\ [s]$$

sin(0.2879)*60=0.301486906296484

Solo la positiva tiene sentido

$t_B \simeq 4.403\ [s]$

La distancia horizontal es $x(t_B)$

$$X(t_B) = \cos(\theta_m)\,60\,t_B\ [m/s]$$

$$\simeq \cos(\theta_m)\,60 \cdot 19.69938\ [s][m/s]$$

$$\simeq 253.328\ [m]$$

c)

Para el disparo de a:

sea t_m el tiempo de la altura máxima

sabemos que:

$$v_y(t_m) = 0$$

$$-9.8\,t_m\ [m/s^2] + \sin(\theta_m)\,30\ [m/s] \simeq 0$$

$$t_m = \frac{\sin(\theta_m)\,30}{9.8}\ [s]$$

$$t_m \simeq 0.8682\ [s]$$

Por lo tanto la altura máxima es:

$$y(t_m) = -4.9\,t_m^2\ [m/s^2] + \sin(\theta_m)\,30\,t_m\ [m/s]$$

$$\simeq 3.7011\ [m]$$

Para el disparo de b:

sea t_m el tiempo de la altura máxima

sabemos que

sabemos que

$$v_y(t_m) = 0$$

$$-9.8\, t_m [m/s^2] + \sin(\theta_m)\, 60\, [m/s] = 0$$

$$t_m = \frac{\sin(\theta_m)\, 60}{9.8} [s]$$

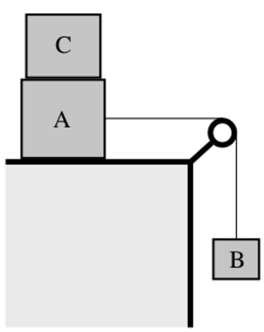
$$t_m \simeq 1.7365 [s]$$

Por lo tanto la altura maxima es:

$$y(t_m) = -4.9\, t_m^2 [m/s^2] + \sin(\theta_m)\, 60\, t_m [m/s]$$

$$\simeq 14.8044 [m]$$

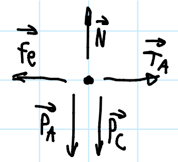
2. En el diagrama de la figura, el bloque A que pesa 44.5 N se encuentra sobre una superficie horizontal y el bloque B que pesa 22.2 N cuelga verticalmente. Dichos bloques están unidos por una cuerda inextensible y de masa despreciable. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque A y el suelo es $\mu = 0.20$. Sobre el bloque A descansa el bloque C de peso desconocido.

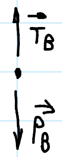


(a) (**10 pts.**) Realice el diagrama de cuerpo aislado sobre los bloques A y B.
(b) (**20 pts.**) Determinar la masa mínima que debe poseer el bloque C para evitar que A y B de desplacen, es decir para que el sistema se encuentre en equilibrio.

a)

Cuerpo A: Cuerpo B:





Restricciones (teniendo en cuenta que nada se mueve):

$\vec{P_A} = - P_A \, \hat{j}$

$\vec{P_B} = - P_B \, \hat{j}$

$\vec{N} = (P_A + P_B) \, \hat{j}$

$\vec{fe} = - fe \, \hat{i}$

$\vec{T_A} = T_A \, \hat{i} = - \vec{fe} = fe \, \hat{i}$

$\vec{P_B} = - P_B \, \hat{j}$

$\vec{T_B} = T_B \, \hat{j} = P_B \, \hat{j}$

$T_A = T_B$

$fe \leqslant \mu_e \, |\vec{N}| = \mu_e \, (P_A + P_B)$

b)

Calculando:

$P_B = 22.2 \, [N]$

$\Rightarrow \; T_B = 22.2 \, [N]$

$\Rightarrow \; T_A = 22.2 \, [N]$

$\Rightarrow \; fe = 22.2 \, [N]$

$$\Rightarrow \mu_e \left(P_A + P_B\right) \geq 22.2 \ [N]$$

$$P_B \geq \frac{22.2 \ [N]}{\mu_e} - P_A$$

$$P_B \geq \frac{22.2 \ [N]}{0.2} - 44.5 \ [N]$$

$$P_B \geq 66.5 \ [N]$$

$\Rightarrow$

$$m_B \, g \geq 66.5 \ [N]$$

$$m_B \geq \frac{66.5 \ [N]}{g}$$

$$m_B \geq \frac{66.5 \ [N]}{9.8 \ [m/s^2]}$$

$$m_B \geq \frac{95}{14} \ [kg]$$

$$m_B \gtrsim 6.7857 \ [kg]$$

3. La posición angular de una partícula que se mueve a lo largo de una circunferencia de radio $R = 2 \ m$ está dada por la expresión $\theta(t) = 3 \ [rad/s^2] \ t^2 + \pi/4$.

(a) (**10 pts.**) Escriba el vector posición $\vec{r}$ de la partícula válida para todo t.

(b) (**10 pts.**) Determine el instante t_A en que $\theta = 5\pi/4$. Además para este instante calcule los vectores posición $\vec{r}$, velocidad $\vec{v}$ y aceleración $\vec{a}$. Realice un gráfico.

(c) (**10 pts.**) En el instante en que la posición angular es $\theta(t) = 2\pi \ [rad]$, la partícula inicia un movimiento con desaceleración angular constante $\gamma(t) = -1/2 \ [rad/s^2]$, determine cuántas vueltas requerirá la partícula para detenerse.

a)

$$x(t) = 2[m] \cos\left(\theta(t)\right) = \cos\left(3 \ [rad/s^2] \ t^2 + \pi/4\right) 2 \ [m]$$

$$y(t) = 2[m] \sin\left(\theta(t)\right) = \sin\left(3 \ [rad/s^2] \ t^2 + \pi/4\right) 2 \ [m]$$

$$\vec{r}(t) = x(t) \, \hat{i} + y(t) \, \hat{j}$$

$$= \left(\cos\left(3\,[rad/s^2]\,t^2 + \pi/4\right)\hat{\imath} + \sin\left(3\,[rad/s^2]\,t^2 + \pi/4\right)\hat{\jmath}\right) 2\,[m]$$

b)

$$\theta(t_A) = \frac{5\pi}{4}$$

$$3\,[rad/s^2]\,t_A^2 + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$3\,t_A^2 = \left(\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right)[s]^2$$

$$t_A = \sqrt{\frac{\pi}{3}}\,[s]$$

$$t_A \simeq 1.02333\ [s]$$

$$\vec{r}(t_A) = \vec{r}\left(\sqrt{\tfrac{\pi}{3}}\,[s]\right)$$

$$= \cos\left(3\left[\frac{rad}{s^2}\right]\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\,[s]\right)^2 + \frac{\pi}{4}\right)[m]\,\hat{\imath}$$
$$+ \sin\left(3\left[\frac{rad}{s^2}\right]\left(\sqrt{\frac{\pi}{3}}\,[s]\right)^2 + \frac{\pi}{4}\right)[m]\,\hat{\jmath}$$

$$= \left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\hat{\imath} + \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\hat{\jmath}\right) 2\,[m]$$

$$= \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\,\hat{\imath} - \frac{1}{\sqrt{2}}\,\hat{\jmath}\right)[2m]$$

$$= \left(-\sqrt{2}\,\hat{\imath} - \sqrt{2}\,\hat{\jmath}\right)[m]$$

$$w(t) = \theta'(t) = 6\,[rad/s^2]\,t$$

$$\gamma(t) = w'(t) = 6\,[rad/s^2]$$

$$V_x(t) = -\sin(\theta(t))\, w(t)\, 2\, [m]$$

$$V_y(t) = \cos(\theta(t))\, W(t)\, 2\, [m]$$

$$a_x(t) = \left(-\cos(\theta(t))\, w^2(t) - \sin(\theta(t))\, \gamma(t)\right) 2\, [m]$$

$$a_y(t) = \left(-\sin(\theta(t))\, w^2(t) + \cos(\theta(t))\, \gamma(t)\right) 2\, [m]$$

$$V_x(t_A) = -\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) 6\, [rad/s^2] \sqrt{\frac{\pi}{3}}\, [s]\ 2\, [m]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi}{3}}\, 6\, [m/s]$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{6}}\, 6\, [m/s]$$

$$\simeq 4.3416\, [m/s]$$

$$V_y(t_A) = \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) 6\, [rad/s^2] \sqrt{\frac{\pi}{3}}\, [s]\, 2\, [m]$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\pi}{3}}\, 2\quad [m/s]$$

$$= \sqrt{\frac{2\pi}{3}}\, [m/s]$$

$$\simeq 1.4472\, [m/s]$$

$$\Rightarrow$$

$$\vec{V}(t_A) = \left(\sqrt{\frac{\pi}{6}}\, 6\, \hat{i} + \sqrt{\frac{2\pi}{3}}\, \hat{j}\right) [m/s]$$

$$a_x(t_A) = \left(-\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) \left(6\, [rad/s^2] \sqrt{\frac{\pi}{3}}\, [s]\right)^2 - \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) 6\, [rad/s^2]\right) 2\, [m]$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\, 12\pi\, [s^{-2}] - \frac{1}{\sqrt{2}}\, 6\, [s^{-2}]\right) 2\, [m]$$

$$= \left(-\sqrt{2}\ 12\pi - \sqrt{2}\ 6\right)[m/s^2]$$

c) Llamemos t_i al tiempo en el que llego a 2π [rad]

Tenemos que:

$$\theta(t_i) = 2\pi$$

$$3[rad/s^2]\, t_i^2 + \frac{\pi}{4} = 2\pi$$

$$t_i = \sqrt{\frac{2\pi - \frac{\pi}{4}}{3}}\ [s]$$

$$t_i = \sqrt{\frac{7\pi}{12}}\ [s]$$

$$t_i \simeq 1.3537\, [s]$$

$$w(t_i) = 6[rad/s^2]\sqrt{\frac{7\pi}{12}}\,[s]$$

$$= 6\sqrt{\frac{7\pi}{12}}\ [rad/s]$$

$$\simeq 8.1224\, [rad/s]$$

Por lo tanto despues de t_i: (considerando a t_i como el 0)

$$\gamma(t) = -\frac{7}{2} \ [rad/s^2]$$

$$w(t) = -\frac{7}{2} t \ [rad/s^2] + 6\sqrt{\frac{7\pi}{12}} \ [rad/s]$$

$$\theta(t) = -\frac{7}{4} t^2 \ [rad/s^2] + 6\sqrt{\frac{7\pi}{12}} \, t \ [rad/s]$$

$$w(t) = 0$$

$$-\frac{7}{2} t \ [rad/s^2] + 6\sqrt{\frac{7\pi}{12}} \ [rad/s] = 0$$

$$t = \frac{6\sqrt{\frac{7\pi}{12}}}{\frac{7}{2}} \ [s]$$

$$t = 12\sqrt{\frac{7\pi}{12}}$$

$\Rightarrow$

$\theta(t)$

🛠️ Parcial 1 2020

miércoles, 27 de septiembre de 2023 19:49

3. Con un cañón de resorte, cuya compresión máxima es de $50cm$, se lanza una proyectil $40g$ con una inclinación de 30^o respecto del horizonte, este a su altura máxima impacta contra la masa esponjosa $500g$ de un péndulo balístico de longitud $2m$ y se le queda unido. El ángulo máximo que se observar del péndulo respecto de la vertical es 10^o.

(a) Hacer un dibujo esquemático del problema.

(b) Hallar la energía cinética del proyectil unido a la masa del péndulo justo después del impacto.

(c) Comparando el antes y el después del impacto ¿Se conserva el momento lineal del sistema? ¿Se conserva la energía cinética del sistema? justifique sus respuestas.

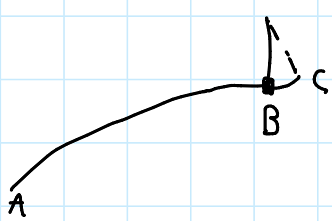
(d) ¿Cuál fue la velocidad del proyectil justo antes del impacto?

(e) ¿Cuál fue la velocidad con que el proyectil abandonó el cañón?

(f) Hallar el tiempo que tardó el proyectil en recorrer la distancia entre la boca del cañón de resorte y el péndulo balístico.

(g) Hallar el valor de la constante del resorte del cañón.

a)



b)
Por la conservación de energía sabemos que toda la energía cinetica en B se convierte en energía potencial en C:

$$E_{cC} = E_{pC} - E_{pB}$$

Calculo la diferencia de altura:

Llamemos $\Delta_h = x_C - x_B$

Parcial 1 2021

martes, 26 de septiembre de 2023 11:46

1. Rafael Nadal, jugador de tenis, realiza un saque a la 'T'. Cuando la pelota (considere a la pelota una masa puntual de $m = 56$ gramos) viene cayendo **verticalmente** con una velocidad de 5.0 m/s es impactada por la raqueta a una altura de 2.5 m sobre el piso, que le imprime un impulso **horizontal** $J = 2.8$ kg.m/s.
El jugador saca desde una distancia horizontal de 11.9 m desde la red y para que el saque sea válido la pelota debe caer dentro de los primeros 6.4 m después de pasar por sobre la red. La altura reglamentaria de la red es de 0.914 m.
¿Fue un buen saque? Es decir: ¿pasó la pelota por arriba de la red? ¿Cayó dentro de la distancia válida?

Movimiento:

$$a_y(t) = -9.81[m/s^2]$$
$$v_y(t) = -9.81t[m/s^2] - 5[m/s]$$
$$y(t) = -\frac{9.81t^2}{2}[m/s^2] - 5t[m/s] + 2.5[m]$$

$$a_x(t) = 0$$
$$v_x(t) = \frac{J}{m} = \frac{2.8[kgm/s]}{0.056[kg]} = 50[m/s]$$
$$x(t) = 50t[m/s] - 11.9[m]$$

¿Pasó por arriba de la red?

Sea t_r el tiempo en el que pasa por la red:

$$x(t_r) = 0$$
$$50t_r[m/s] - 11.9[m] = 0$$
$$t_r = \frac{11.9[m]}{50[m/s]} = 0.238[s]$$

$$y(t_r) = -\frac{9.81}{2}(0.238[s])^2[m/s^2] - 5 \cdot 0.238[s][m/s] + 2.5[m]$$
$$= 1.0322[m]$$

Por lo tanto si pasa por arriba de la red

¿Cae dentro de la distancia valida?

Sea t_f el tiempo en el que llega al suelo

$$y(t_f) = 0$$
$$-4.905t_f^2[m/s^2] - 5t_f[m/s] + 2.5[m] = 0$$
$$t_f = \frac{5[m/s] \pm \sqrt{(-5[m/s])^2 - 4 \cdot (-4.905[m/s^2]) \cdot 2.5[m]}}{2 \cdot (-4.905[m/s^2])}$$
$$t_f = \frac{5 \pm \sqrt{74.05}}{-9.81}[s]$$
$$t_f = \frac{5-\sqrt{74.05}}{-9.81}[s]$$ (Solo el positivo tiene sentido en este contexto)
$$t_f \simeq 0.36751[s]$$

$$x(t_f) = 50t_f[m/s] - 11.9[m]$$
$$= \left(50\frac{5-\sqrt{74.05}}{-9.81} - 11.9\right)[m]$$
$$\simeq 6.47529[m]$$

La pelota cayó afuera de la distancia valida

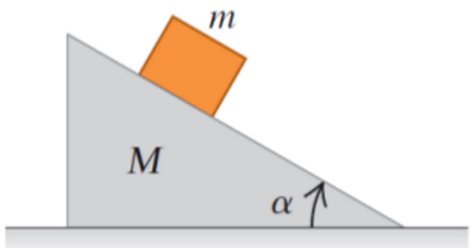
2. Una cuña de masa M descansa sobre una mesa horizontal. Un bloque de masa m se coloca sobre la cuña. No hay fricción entre el bloque y la cuña, pero sí existe entre la cuña y la mesa. El sistema se suelta del reposo. (ver figura).

(a) Realice un diagrama de cuerpo aislado para la cuña.

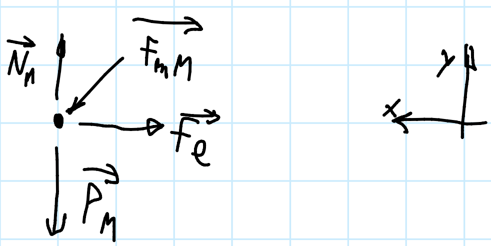
(b) Realice un diagrama de cuerpo aislado para el bloque.

(c) ¿Cuánto debe valer como mínimo el valor del coeficiente de rozamiento estático, μ_e, entre la cuña y la mesa, si la cuña permanece en reposo?.

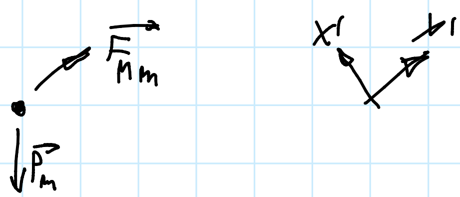
(d) Explique qué ocurriría con el sistema cuña-bloque, si el coeficiente de rozamiento entre cuña-mesa fuera nulo. (No es necesario que resuelva las cuentas de este caso, solo explique el movimiento justificando adecuadamente).



a)



b)



c)

Restricciones:

$$\overrightarrow{P_m} = -P_{mx'}\hat{i}' - P_{my'}\hat{j}' = -(\sin(\alpha)\hat{i}' - \cos(\alpha)\hat{j}')mg$$

$$\overrightarrow{F_{Mm}} = F_{Mm}\hat{j}' = P_{my'}\hat{j}'$$

$$\overrightarrow{P_M} = -P_M\hat{j} = -mg\hat{j}$$

$$\overrightarrow{F_{mM}} = F_{mMx}\hat{i} - F_{mMy}\hat{j} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\hat{i} - \sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\hat{j}\right)F_{mM}$$

$$\overrightarrow{N_M} = N_M\hat{j} = -(F_{mMy} - P_M)\hat{j}$$

$\overrightarrow{f_d} = -f_d \hat{\imath}$
$f_d \leq \mu_d |N_M|$

$F_{Mm} = F_{mM}$

Calculando:
$P_{my'} = \cos(\alpha)\, mg$
$F_{Mm} = \cos(\alpha)\, mg$

$$F_{mMy} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) F_{mM}$$
$$= \cos(-\alpha) \cos(\alpha)\, mg$$
$$= (\cos(\alpha))^2 mg$$

$$F_{mMx} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) F_{mM}$$
$$= -\sin(-\alpha) \cos(\alpha)\, mg$$
$$= \sin(\alpha) \cos(\alpha)\, mg$$

$$N_M = -(-(\cos(\alpha))^2 mg - Mg)$$
$$= ((\cos(\alpha))^2 m + M)g$$

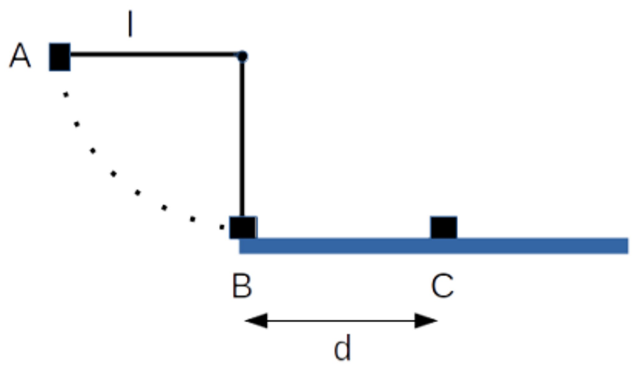
$$f_d \leq \mu_d ((\cos(\alpha))^2 m + M)g$$

Como la única fuerza en M ademas de $\overrightarrow{f_d}$ que tiene componente en x es $\overrightarrow{F_{mM}}$, para que M no se mueva queremos que:

$$F_{mMx} = f_d$$
$$F_{mMx} \leq \mu_d N_M$$
$$\sin(\alpha) \cos(\alpha)\, mg \leq \mu_d ((\cos(\alpha))^2 m + M)g$$
$$\sin(\alpha) \cos(\alpha)\, m \leq \mu_d ((\cos(\alpha))^2 m + M)$$
$$\mu_d \geq \frac{\sin(\alpha)\cos(\alpha)\, m}{(\cos(\alpha))^2 m + M}$$

d)
La masa se deslizaría asía la derecha y la cuña asía la izquierda

3. Una masa 1, $m_1 = 2$ kg cuelga de una cuerda a la que está unida firmemente. La cuerda es ideal, de masa despreciable, de longitud $L = 3$ m. Se aparta la masa 1 de la posición de equilibrio de modo que la cuerda queda en posición horizontal y la masa 1 en el punto A (ver figura). Desde allí el sistema es liberado desde el reposo. Al llegar al punto B, la masa 1 colisiona elásticamente contra otra masa 2, $m_2 = 6$ kg apoyada sobre una superficie horizontal sin rozamiento.



(a) ¿Cuál ha sido el trabajo total realizado por la fuerza de tensión de la cuerda desde A hasta B?
(b) ¿Cuál ha sido el trabajo total realizado por la fuerza peso de m_1?
(c) ¿Cuál es la velocidad de la masa 2 en el punto C ($d = 10$ m).
(d) ¿Luego del choque, hacia dónde se moverá la masa 1 y qué altura máxima respecto de la superficie horizontal alcanzará?

a)

0, la tención no realiza trabajo

b) El trabajo realizado por el peso de m_1 desde A hasta B es la diferecia de energia potencial:

$$T_{p_1} = m_1 g (y_A - y_B)$$

$$= 2 [kg] \; 9.81 [m/s^2] \; 3 [m]$$

$= 58.86\ [J]$

c)

Primero caculo la velocidad de m_1 justo antes del impacto (llamemosla v_1)

Todo el trabajo del peso de m_1 se convierte en energia sinetira:

$E_{c_1} = T_{P_1}$

$\Rightarrow$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\, T_{P_1}}{m_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 58.86\ [J]}{2\ [kg]}}$$

$$= \sqrt{58.86}\ [m/s]$$

$$\simeq 7.672\ [m/s]$$

Llamemos v_1' y v_2' a las velocidades de m_1 y m_2 justo despues del choque:

Como el choque es solo en x:

$$V_2' = \frac{(m_2 - m_1)V_2 + 2m_1V_1}{m_2 + m_1}$$

$$= \frac{2m_1 V_1}{m_2 + m_1}$$

$$= \frac{2 \cdot 2\,[kg]\ \sqrt{58.86}\,[m/s]}{6\,[kg] + 2\,[kg]}$$

$$= \frac{4\sqrt{58.86}}{8}\,[m/s]$$

$$= \frac{\sqrt{58.86}}{2}\,[m/s]$$

$$\simeq 3.836 \quad [m/s]$$

Como la superficie no tiene rozamiento, esa es la misma velocidad con la que llega a C

d)

$$V_1' = \frac{(m_1 - m_2)V_1 + 2m_2V_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(m_1 - m_2)V_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(2\,[kg] - 6\,[kg])\sqrt{58.86}\,[m/s]}{2\,[kg] + 6\,[kg]}$$

$$= \frac{(2[kg] - 6[kg])\sqrt{58.86}\,[m/s]}{2[kg] + 6[kg]}$$

$$= \frac{-4\sqrt{58.86}}{8}\,[m/s]$$

$$= -\frac{\sqrt{58.86}}{2}\,[m/s]$$

$$\simeq -3.836\,[m/s]$$

La masa se movera hacia la izquierda

Sea $E_{c1'}$ la energia cinetica de m_1 justo despues del choque:

$$E_{c1'} = \frac{m_1 V_1'^2}{2}$$

$$= \frac{2[kg]\left(-\frac{\sqrt{58.86}}{2}[m/s]\right)^2}{2}$$

$$= \frac{58.86}{4}\,[J]$$

$$\simeq 14.715\,[J]$$

Luego toda esta energia se combierte en energia

Luego toda esta energia se combierte en energia potencial

$E_{p_1'} = E_{c_1'} = 14.715$ [J]

$\Rightarrow$

$E_{p_1'} = m_1 g h$

$E_{c_1'} = m_1 g h$

$$h = \frac{E_{c_1'}}{m_1 g}$$

$$h = \frac{14.715 [J]}{2 [kg] 9.81 [m/s^2]}$$

$= 0.75$ [m]

m_1 alcanza una altura de 0.75 metros

Parcial 1 2022-9-29

viernes, 22 de septiembre de 2023 11:09

1. Un niño lanza con una honda un chicle de $10g$ hacia una lata de $50g$ que está apoyada sobre una viga a $3,5m$ del piso. Se observa que el chicle impacta a la lata justo en su altura máxima y caen al piso pegados. La altura de la honda respecto del piso es de $1m$ y el ángulo de disparo es de $45°$ respecto del horizonte.

(a) Hacer un dibujo esquemático del problema colocando un sistema de referencia y las trayectorias aproximadas esperadas.

(b) ¿Cuál es la velocidad inicial del chicle?

(c) ¿A qué distancia horizontal respecto de la honda estaba la lata inicialmente?

(d) Determinar la velocidad del chicle inmediatamente antes e inmediatamente después de impactar con la lata.

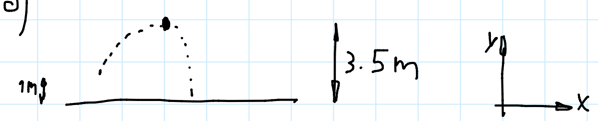
(e) ¿A qué distancia horizontal respecto de la honda impactará la lata contra el piso?

(f) ¿Hubo conservación de la energía del sistema? Justificar.

Nota1: considerar a todos los cuerpos como puntuales.

Nota2: todo el movimiento se realiza en el mismo plano.

a)



b)

Tenemos para el movimiento del chicle ante de impactar:

$a_y(t) = -g$

$a_x(t) = 0$

$\Rightarrow$

$v_y(t) = -gt + v_y(0)$

$v_x(t) = v_x(0)$

$\Rightarrow$ (Tomemos el pizo como el 0 en y y la lata en x)

$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_y(0)t + 1$ [m]

$x(t) = v_x(0)t + x(0)$

Llamemos t_i al tiempo de impacto

sabemos que

sabemos que

$v_y(t_i) = 0$

$y(t_i) = 3.5\ [m]$

Resolviendo:

$-g t_i + v_y(0) = 0 \quad (1)$

$-\frac{1}{2} g t_i^2 + v_y(0) t_i + 1[m] = 3.5\ [m] \quad (2)$

Por (1):

$t_i = \frac{v_y(0)}{g}$

remplazando en (2):

$-\frac{g}{2}\left(\frac{v_y(0)}{g}\right)^2 + v_y(0)\frac{v_y(0)}{g} + 1[m] = 3.5\ [m]$

$\frac{v_y(0)^2}{2g} = 2.5\ [m]$

$v_y(0) = \sqrt{2g \cdot 2.5\ [m]}$

$= \sqrt{2 \cdot 9.81\ [m/s^2]\ 2.5\ [m]}$

$= \sqrt{49.05}\ [m/s]$

$\approx 7.0036\ [m/s]$

Como el disparo es a 45^0:

$v_x(0) = v_y(0)$

Y:

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_y(0)}{|\vec{v}(0)|}$

$$|\vec{v}(0)| = \frac{v_x(0)}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$|\vec{v}(0)| = \sqrt{2}\sqrt{49.05}\ [m/s]$$

$$\simeq 9.9045\ [m/s]$$

c)

Remplazando $v_y(0)$ en (1):

$$-g t_i + \sqrt{49.05}\ [m/s] = 0$$

$$t_i = \frac{\sqrt{49.05}\ [m/s]}{9.81\ [m/s^2]}$$

$$t_i \simeq 0.7139\ [s]$$

Usando esto en la ecuación de x:

$$0 = \sqrt{49.05}\ [m/s] \frac{\sqrt{49.05}}{9.81}\ [s] + X(0)$$

$$X(0) = -\frac{49.05}{9.81}\ [m]$$

$$X(0) = -5\ [m]$$

Por lo tanto inicialmente la lata estaba a una distancia horizontal de 5 metros de la honda

d)

Antes del impacto, como la velocidad en y en el impacto es 0 y la en x es siempre constante es la misma que la en x al comienzo, es decir

$$\vec{V_{xi}} = \sqrt{49.05}\ [m/s] \uparrow \simeq 7.0036\ [m/s] \uparrow$$

$\vec{v}_{ai} = \sqrt{49.05}$ [m/s] $\uparrow \simeq 7.0036$ [m/s] $\uparrow$

Despues del impacto, como se conserva el momento:
(sea m_c la masa del chicle y m_l la de la lata)

$$m_c \vec{v}_{ai} = (m_c + m_l)\vec{v}_{di}$$

$$\vec{v}_{di} = \frac{m_c}{m_c + m_l}\vec{v}_{ai}$$

$$\vec{v}_{di} = \frac{10\,[g]}{10\,[g] + 50\,[g]}\sqrt{49.05}\ [m/s]\ \uparrow$$

$$\vec{v}_{di} = \frac{\sqrt{49.05}}{6}\ [m/s]\ \uparrow$$

$$\vec{v}_{di} \simeq 1.1673\ [m/s]\ \uparrow$$

e)

Ecuaciones del movimiento después del impacto (con $t=0$ el impacto)

$a_y(t) = -g$

$a_x(t) = 0$

$v_y(t) = -gt$ $\qquad$ $(v_y(0) = 0)$

$v_x(t) = \frac{\sqrt{49.05}}{6}$ [m/s]

$y(t) = -\frac{gt^2}{2} + 3.5$ [m]

$x(t) = \frac{\sqrt{49.05}}{}\, t$ [m/s]

$$x(t) = \frac{\sqrt{49.05}}{6} t \; [m/s]$$

Sea t_p el tiempo de impacto contra el piso:

$$y(t_p) = 0$$

$$-\frac{g t_p^2}{2} + 3.5[m] = 0$$

$$t_p = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.5 [m]}{g}}$$

$$t_p = \sqrt{\frac{7}{9.81}} [s]$$

$$t_p \simeq 0.8447$$

$$\Rightarrow$$

$$x(t_p) = x\left(\sqrt{\frac{7}{9.81}} [s]\right)$$

$$= \frac{\sqrt{49.05}}{6} \sqrt{\frac{7}{9.81}} [s][m/s]$$

$$= \frac{\sqrt{35}}{6}$$

$$\simeq 0.986$$

por lo tanto la distancia con respecto a la honda es:

$$\frac{\sqrt{35}}{6} [m] - (-5 [m])$$

$$= \frac{\sqrt{35} + 30}{6}$$

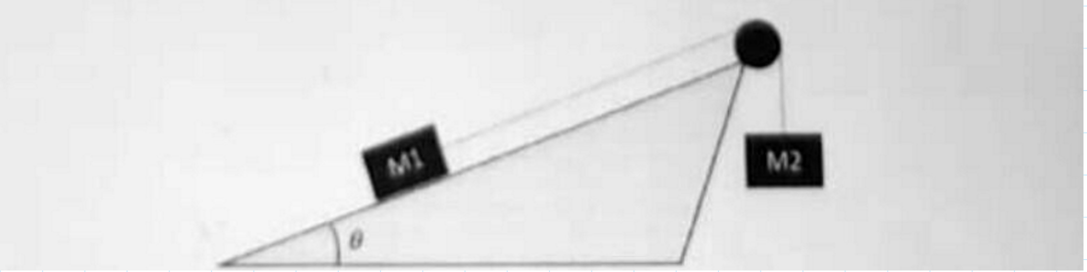
$\simeq 5.986$ [m]

f)

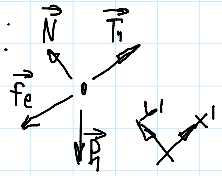
No hubo conservación de energía porque en los choques no elasticos no se conserva la energía

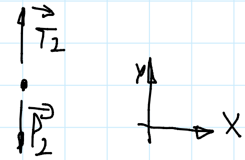
2. Una masa en un plano inclinado esta unida a otra masa colgante mediante una cuerda de masa despreciable y una polea como se muestra en la figura. La masa en el plano inclinado es de $500g$, la masa colgante es de $600g$, el ángulo es de $30°$ y los coeficiente de rozamientos son $\mu_d = 0,2$ y $\mu_e = 0,4$.

(a) Suponga que la polea tiene un freno que mantiene quieto al sistema, si en un instante posterior se lo libera, ¿se moverán las masas? Justifique.
(b) Realice el diagrama de cuerpo aislado de las distintas masas
(c) Determine la aceleración del sistema cuando el freno esta liberado.
(d) Determine la tensión de la cuerda cuando el freno esta liberado.
(e) Suponga ahora que el sistema se encuentra en movimiento. Determine la relación que debe existir entre las masas M1 y M2 para que el sistema alcance el equilibrio.



b) Diagramas de cuerpo aislado:

M1: 

M2: 

$$\vec{P_1} = -P_{1x'}\hat{i}' - P_{1y'}\hat{j}' = \left(\cos\left(-\frac{30\pi}{180}-\frac{\pi}{2}\right)\hat{i}' + \sin\left(-\frac{30\pi}{180}-\frac{\pi}{2}\right)\hat{j}'\right) P_1$$

$$\vec{P_2} = -P_2\hat{j}$$

$$\vec{N} = N\hat{j}' = P_{1y'}\hat{j}'$$

$$\vec{f_e} = f_e\,\hat{i}' \qquad (\text{Podría ser } < 0)$$

$$|\vec{f_e}| \leq u_e |\vec{N}|$$

$$\vec{T_1} = T\hat{i}'$$

$$\vec{T_2} = T\hat{j}$$

a)

$$P_1 = 0.5[kg]\, 9.81\, [m/s^2]$$

$$= 4.905\ [N]$$

$\Rightarrow$

$$P_{1x'} = -\cos\left(-\frac{30\pi}{180}-\frac{\pi}{2}\right)P_1$$

$$= -\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)P_1$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot 4.905\ [N]$$

$$= 2.4525\ [N]$$

$$P_{1y'} = -\sin\left(-\frac{30\pi}{180}-\frac{\pi}{2}\right)P_1$$

$$= -\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) P_1$$

$$= -\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 4.905\,[N]$$

$$= \sqrt{3}\; 2.4525\;[N]$$

$$\simeq 4.2479\;[N]$$

$$\Rightarrow N = \sqrt{3}\; 2.4525\;[N]$$

$$\Rightarrow$$

$$|f_e| \leq 0.4 \cdot \sqrt{3}\; 2.4525\;[N]$$

$$\leq \sqrt{3}\; 0.981\;[N] \simeq 1.6991\;[N]$$

$$P_2 = 0.6\,[kg]\; 9.81\,[m/s^2]$$

$$= 5.886\;[N]$$

$$-P_{1x'} + T + f_e = m_1 a \qquad (1)$$

$$-P_2 + T = m_2(-a) \qquad (2)$$

Por (2):

$$T = -m_2 a + P_2$$

Remplazando en (1):

$$-P_{1x'} - m_2 a + P_2 + f_e = m_1 a$$

$$-P_{1x'} + P_2 + f_e = a(m_1 + m_2)$$

$$-2.4525\,[N] + 5.886\,[N] + f_e = a(m_1 + m_2)$$

$$3.4335\,[N] + f_e = a(m_1 + m_2)$$

f_e se opone a las otras fuerzas, pero como

$|f_e| \lesssim 1,6991$ [N], las otras fuerzas le ganan y las masas se empiezan a mover

c)

Ahora en lugar de f_e tenemos f_d

Por b sabemos que M1 se va a mover hacia $+x'$ y por ende f_d va a ser hacia $-x'$

Por el desarrollo de b:

$$3.4335\,[N] + f_d = a(m_1 + m_2)$$

$$3.4335\,[N] - 0.2\,|N| = a(0.5\,[kg] + 0.6\,[kg])$$

$$\frac{3.4335\,[N] - 0.2 \cdot \sqrt{3}\, 2.4525\,[N]}{1.1\,[kg]} = a$$

$$a = \frac{3.4335 - \sqrt{3}\, 0.4905}{1.1} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a \simeq 2.349 \quad [m/s^2]$$

d)

Por lo ya hecho:

$$T = -m_2 a + P_2$$

$$= -0.6\,[kg] \frac{3.4335 - \sqrt{3}\, 0.4905}{1.1} \left[\frac{m}{s^2}\right] + 5.886\,[N]$$

$$\simeq 4.4766 \quad [N]$$

e)
Asumo que M1 se mueve hacia el x+
Para que las masas se frenen la aceleración tiene que pasar a ser opuesta al movimiento y la fuerza producida por la diferencia de pesos tiene que ser suficientemente chica como para que el rozamiento estático la compense

Sobre la masa 1 en el eje x tenemos las siguentes fuerzas:
$-P_{1x'}, F_{21}, -f_d$

Y queremos que:

$-P_{1x'} + F_{21} - f_d \leq 0$ (1) (Para que la aceleración sea en el sentido correto)
$|-P_{1x'} + F_{21}| \leq \mu_e |N|$ (2) (Para que cuando se frena se quede frenado)

Desarrollemos:

(1):

$$-P_{1x'} + F_{21} - f_d \leq 0$$
$$-P_{1x'} + F_{21} - \mu_d |N| \leq 0$$
$$-\frac{1}{2}m_1 g + m_2 g - 0.2\frac{\sqrt{3}}{2}m_1 g \leq 0$$
$$-\frac{1}{2}m_1 + m_2 - 0.1\sqrt{3}m_1 \leq 0$$
$$-\left(\frac{1}{2} + 0.1\sqrt{3}\right)m_1 + m_2 \leq 0$$
$$-\left(\frac{1}{2} + 0.1\sqrt{3}\right)m_1 \leq -m_2$$
$$m_2 \leq \left(\frac{1}{2} + 0.1\sqrt{3}\right)m_1$$
$$m_2 \lesssim 0.6732 m_1$$

(2):

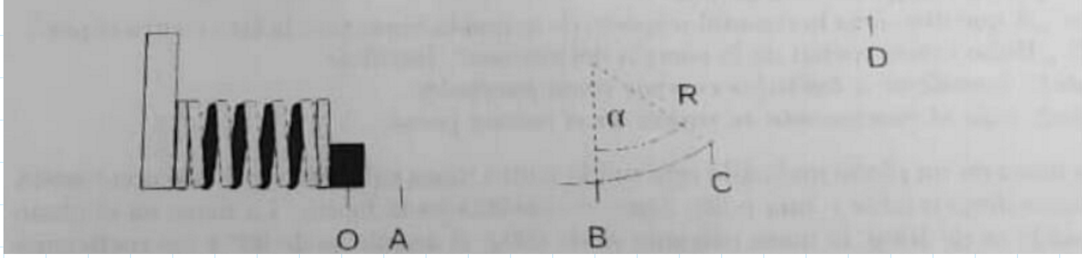
$$|-P_{1x'} + F_{21}| \leq \mu_e |N|$$
$$|-P_{1x'} + F_{21}| \leq \mu_e |N|$$
$$\left|-\frac{1}{2}m_1 g + m_2 g\right| \leq 0.4\frac{\sqrt{3}}{2}m_1 g$$
$$\left|-\frac{1}{2}m_1 + m_2\right| \leq 0.2\sqrt{3}m_1$$
$$\left|-\frac{1}{2}m_1 + m_2\right| \leq 0.2\sqrt{3}m_1$$
$$\left|-\frac{1}{2} + \frac{m_2}{m_1}\right| \leq 0.2\sqrt{3}$$
$$-0.2\sqrt{3} \leq -\frac{1}{2} + \frac{m_2}{m_1} \leq 0.2\sqrt{3}$$
$$-0.2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \leq \frac{m_2}{m_1} \leq 0.2\sqrt{3} + \frac{1}{2}$$
$$\left(-0.2\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)m_1 \leq m_2 \leq \left(0.2\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)m_1$$
$$0.1536 m_1 \lesssim m_2 \lesssim 0.8464 m_1$$

Combinando ambas:

$$\left(-0.2\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)m_1 \leq m_2 \leq \left(\frac{1}{2} + 0.1\sqrt{3}\right)m_1$$
$$0.1536 m_1 \lesssim m_2 \lesssim 0.6732 m_1$$

3. Una masa, $m = 100g$ se encuentra inicialmente en el punto O donde se halla en contacto con un resorte comprimido. Luego se suelta el resorte, liberándose la partícula del mismo en el punto A. La partícula se desliza horizontalmente hasta encontrar un empalme circular para luego ascender por una rampa hasta detenerse en el punto D. El resorte tiene una constante elástica $k = 40N/m$ y está inicialmente comprimido $10cm$. La distancia entre A y B es de $2m$, el radio $R = 1m$ y $\alpha = 30^o$. En el tramo $O - C$ no hay rozamiento entre la partícula y la superficie, mientras que luego de C hay rozamiento, $\mu_d = 0,5$.

(a) ¿Cuál ha sido el trabajo realizado por el resorte?
(b) ¿Cuál será la velocidad de la masa en el punto C? (módulo)
(c) ¿Cuál será la altura del punto D respecto del piso?
(d) ¿Cuál será el trabajo realizado por la fuerza de roce?
(e) Indicar el punto donde la aceleración normal a la trayectoria toma su valor máximo y calcularlo. (módulo)



a)

Llamemos $F_r(x)$ a la fuerza del resorte en x (tomando como 0 la longitud natural y T_r al trabajo total del resorte

Tenemos que:

$$T_r = \int_{-0.1[m]}^{0} F_r(x)\,dx$$

$$= \int_{-0.1[m]}^{0} k\,(0-x)\,dx \quad \text{Ley de Hooke}$$

$$= \left(-\frac{k x^2}{2}\right)_{x=-0.1[m]}^{x=0}$$

$$= -\left(-\frac{40[N/m]\,(-0.1[m])^2}{2}\right)$$

$$= 0.2[J]$$

b)

Llamemos E_{cX}, E_{pX} para $X \in \{A, B, C, D\}$ a las energia cinetica y potencia (tomando a A como 0 de potencial) en el punto X

Todo el trabajo del resorte se combierte en energia cinetica en A, es decir:

$$E_{cA} = T_r = 0.2\ [J]$$

Como hasta C no hay rozamiento, la energia se conserva:

$$E_{cC} + E_{pC} = E_{cA} \implies E_{cC} = E_{cA} - E_{pC}$$

Tomomos a A como el 0 en y y calculemos y_C:

$$R - y_C = \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) R$$

$$1[m] - y_C = \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right) 1[m]$$

$$y_C = \left(1 - \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)[m]$$

$$y_C = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[m]$$

$$y_C \simeq 0.134\,[m]$$

$\implies$

$$E_{pC} = m g y_C$$

$$= 0.1[kg]\ 9.81[m/s^2]\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[m]$$

$$= 0.981\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[J]$$

$\simeq 0.1314$ [J]

$\Rightarrow$

$$E_{CC} = E_{CA} - E_{PC}$$
$$\simeq 0.2\,[J] - 0.981\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[J]$$
$$= \left(-0.781 + 0.4905\sqrt{3}\right)[J]$$
$$\simeq 0.06857\,[J]$$

$\Rightarrow$

$$E_{CC} = \frac{m\,V_C^2}{2}$$

$$V_C = \sqrt{\frac{2\,E_{CC}}{m}}$$
$$\simeq \sqrt{\frac{2 \cdot 0.06857\,[J]}{0.1\,[kg]}}$$
$$\simeq 1.1711\,[m/s]$$

c) Llamemos:

T_r al trabajo del rozamiento

l a la distancia entre C y D

Sabemos que:

$$E_{CC} + E_{PC} = E_{PD} - T_r$$
$$T_r - E_{PC} + E_{PC} = m g y_D + |\vec{f_r}|\, l$$
$$T_r = m g y_D + |\vec{f_r}|\, l$$

Calculo $|\vec{f_d}|$:

Diagrama de cuerpo aislado en el movimiento entre C y D:

Tenemos:

$\vec{P} = -P_{x'}\hat{\imath}' - P_{y'}\hat{\jmath}' = \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\hat{\imath}' + \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\hat{\jmath}'\right)P$

$\vec{N} = N\hat{\jmath}' = P_{y'}\hat{\jmath}'$

$\vec{f_d} = f_d\hat{\imath}' = -\mu_d N\hat{\imath}'$

Calculando:

$-P = -mg$

$= 0.1\,[kg]\,9.81\,[m/s^2]$

$= 0.981\,[N]$

$-P_{y'} = \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2} - \frac{30\pi}{180}\right) 0.981\,[N]$

$= \operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) 0.981\,[N]$

$= -\frac{\sqrt{3}}{2} 0.981\,[N]$

$= \sqrt{3}\,0.4905\,[N] \simeq 0.8496\,[N]$

$N = \sqrt{3}\,0.4905\,[N]$

$f_d = 0.5\,N$

$= 0.5 \cdot \sqrt{3}\,0.4905\,[N]$

$= 0.24525\sqrt{3}\,[N]$

$\simeq 0.4248\,[N]$

$\Longrightarrow$

$\Rightarrow$

$T_r = mg\, y_D + |\vec{f_d}|\, l$

$T_r = mg\ \ y_D + |\vec{f_d}|\, l$

$0.2\,[J] = 0.1\,[kg]\ 9.81\,[m/s^2]\, y_D + \sqrt{3}\, 0.24525\,[N]\, l$

$\left| \begin{array}{l} sen(\alpha) = \frac{y_D - y_c}{l} \\ y_D = sen(\alpha)\, l + y_c \\ y_D = \frac{1}{2} l + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[m] \end{array} \right.$

$0.2\,[J] = 0.981\,[N]\left(\frac{1}{2} l + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\,[m]\right) + \sqrt{3}\, 0.24525\,[N]\, l$

$0.2\,[J] - 0.981\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)[J] = \left(0.981 \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{3}\, 0.24525\right)[N]\, l$

$l = \frac{-0.781 + 0.4905\sqrt{3}}{0.4905 + \sqrt{3}\, 0.24525}\,[m]$

$l \simeq 0.07492\ [m]$

$\Rightarrow$

$y_D = sen(\alpha)\, l + y_c$

$\simeq \frac{1}{2} 0.07492\,[m] + 0.134\ [m]$

$= 0.2436\ [m]$

d)

$T_d = |\vec{f_d}|\, l$

$\simeq 0.4248\,[N] \cdot 0.2185\ [m]$

$\simeq 0.09282\,[J]$

e)

Es en el punto B porque es el punto de la curva en el que más rápido va

$$a_{nB} = R\, w_B^2$$

$$= R\left(\frac{V_B}{R}\right)^2$$

$$= \frac{V_B^2}{R}$$

$$E_{cB} = \frac{m\, v_B^2}{2}$$

$$V_B = \sqrt{\frac{2\, E_{cB}}{m}}$$

$$= \frac{\frac{2\, E_{cB}}{m}}{R}$$

$$= \frac{2\, E_{cB}}{m R}$$

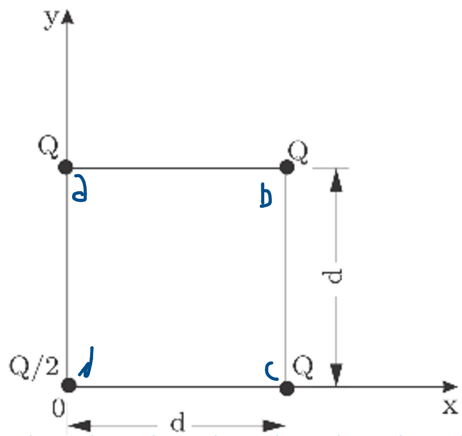
$$= \frac{2 \cdot 0.2\ [J]}{0.1 [kg]\ 1 [m]}$$

$$= 4\ [m/s^2]$$

🛠️ Parcial 2 2017-11-14

domingo, 12 de noviembre de 2023 15:15

3. (**40 pts.**) Dadas tres cargas puntuales de magnitud $+Q$, situadas como se muestra en la figura, determinar el vector fuerza eléctrica que ejercen sobre un carga de magnitud $+Q/2$ situada en el origen de coordenadas. Luego calcule el potencial debido a las tres cargas en el origen sin tener en cuenta la carga $Q/2$.



$$\vec{F}_d = \vec{F}_{ad} + \vec{F}_{bd} + \vec{F}_{cd}$$

$$= \frac{Q}{2} K_e \left(\frac{Q}{d^2}(-\hat{j}) + \frac{Q}{d^2+d^2}\left(-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\hat{i} - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\hat{j}\right) + \frac{Q}{d^2}(-\hat{i}) \right)$$

$$= \frac{Q}{2} K_e Q \left(-\frac{1}{d^2}\hat{j} - \frac{1}{2d^2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right) - \frac{1}{d^2}\hat{i} \right)$$

$$= \frac{Q^2}{2d^2} K_e \left(\left(-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{i} + \left(-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{j} \right)$$

$$= -\frac{Q^2}{2d^2} K_e \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\hat{i} + \hat{j})$$

$$V_d = V_{ad} + V_{bd} + V_{cd}$$

$$= k_e \left(\frac{Q}{d} + \frac{Q}{\sqrt{d^2 + d^2}} + \frac{Q}{d} \right)$$

$$= k_e \left(\frac{2Q}{d} + \frac{Q}{\sqrt{2}\, d} \right)$$

$$= k_e \frac{Q}{d} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

🛠️ 🤔 Parcial 2 2018-11-15

viernes, 10 de noviembre de 2023 17:58

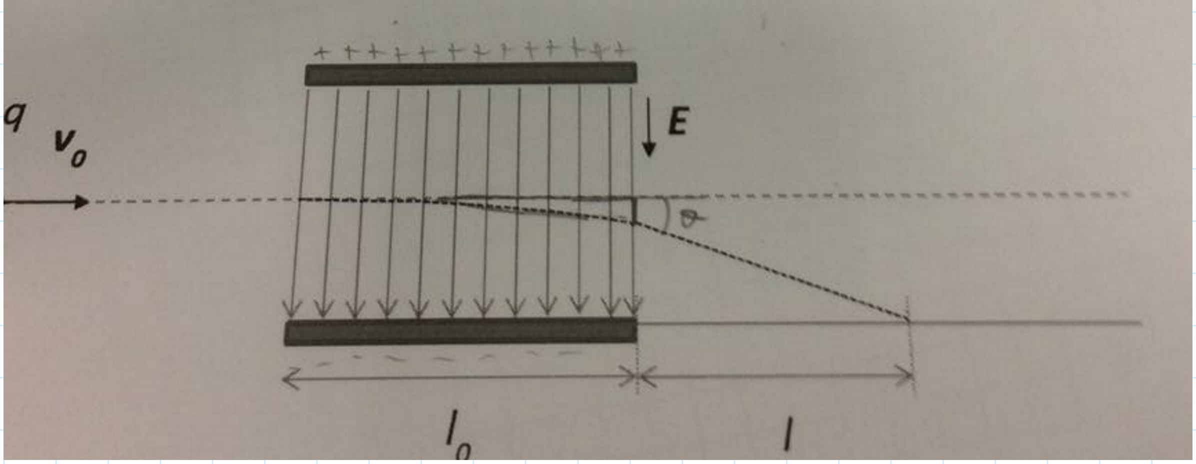
2) Una partícula de masa m=1 gr, con carga $q=10^{-3}$C, se desplaza con una velocidad constante de 1 m/s hasta entrar en una zona en la cual actúa sobre ésta un campo eléctrico de 1 N/C (ver dibujo). Suponga que el campo eléctrico está confinado entre las placas (desprecie efectos de borde). Sabiendo que la separación entre las placas es d=0.5 m y la longitud lateral de las mismas es l_0=0.5 m, calcule:

a) La aceleración a la que está sometida la partícula entre las placas. Dibuje al vector aceleración sobre la partícula en un instante sobre la trayectoria que ésta realiza entre las placas.

b) La deflexión que alcanza la trayectoria de la partícula al salir del campo eléctrico.

c) La distancia l a la cual la partícula cruza la línea horizontal que se encuentra a la altura de la placa inferior (ver dibujo).

d) El tiempo total desde que ingresa al campo eléctrico hasta el punto de cruce con la línea horizontal indicada (tiempo total en recorrer l_0+l).



Datos:

$m = 0.001 [kg]$

$q = 10^{-3} \; [C]$

$\vec{V_0} = 1 \; [m/s] \; \uparrow$

$\vec{E} = -1 \; [N/C] \; \hat{\jmath}$

$d = 0.5 \; [m]$

$l_0 = 0.5 \; [m]$

a)

La fuerza ejercida es:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$= 10^{-3}\,[C](-1\,[N/C]\,\hat{j})$$

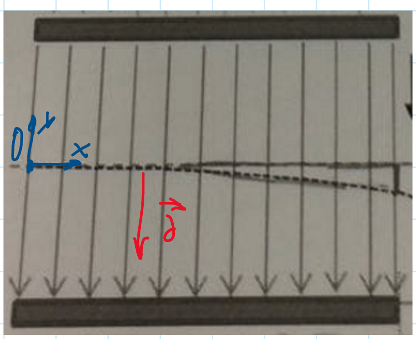
$$= -0.001\,[N]\,\hat{j}$$

$\Rightarrow$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$= \frac{-0.001\,[N]\,\hat{j}}{0.001\,[kg]}$$

$$= -1\,[m/s^2]\,\hat{j}$$



Ecuacionones de movimiento en el campo:

$$v_x(t) = v_0$$

$$v_y(t) = -at$$

$$x(t) = v_0 t$$

$$y(t) = -\frac{a}{2}t^2$$

b)

Llamemos t_e al tiempo en el que la carga sale del campo

$$x(t_e) = l_0$$

$$V_0 t_e = l_0$$

$$t_e = \frac{l_0}{V_0} = \frac{0.5\,[m]}{1\,[m/s]} = 0.5\,[s]$$

Velocidad en y en t:

$$V_y(t_e) = -a\frac{l_0}{V_0}\,t_e$$

Velocidad en t_e:

$$v(t_e) = v_0\hat{\imath} - a\frac{l_0}{V_0}\hat{\jmath}$$

$$= 1\,[m/s]\,\hat{\imath} - 1\,[m/s^2]\,\frac{0.5\,[m]}{1\,[m/s]}\,\hat{\jmath}$$

$$= (\hat{\imath} - 0.5\,\hat{\jmath})\,[m/s]$$

La deflexión es:

$$\theta = tg\left(\frac{V_y(t_e)}{V_x(t_e)}\right)$$

$$= tg\left(\frac{-0.5[m/s]}{1\ [m/s]}\right)$$

$$= -tg\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\simeq -0.5463$$

c, d)

Las ecuaciones de movimiento despues de que sale del campo quedan:

$$V_x'(t) = V_0$$

$$V_y'(t) = v_y(t_e) = 0.5\,[m/s]$$

$$x'(t) = V_0\,t$$

$$y'(t) = V_y(t_e)(t - t_e) + y(t_e)$$

$$= -0.5[m/s](t - 0.5\,[s]) - \frac{a}{2}(0.5\,[s])^2$$

$$= -0.5[m/s]\,t + 0.25\,[m] - 0.5[m/s^2]\,0.25\,[s^2]$$

$$= -0.5t\,[m/s]$$

Llamemos t_f al tiempo en el cual cruza la linea horizontal de la placa inferior

$$y(t_f) = -0.25\,[m]$$

$$-0.5\,t_f\,[m/s] = -0.25\,[m]$$

$$t_f = \frac{0.25}{0.5}\,[s]$$

$$t_f = 0.5\,[s]$$

Ahora calculemos l:

$$x'(t_f) = l_0 + l$$

$$V_0 t_f = l_0 + l$$

$$l = V_0 t_f - l_0$$

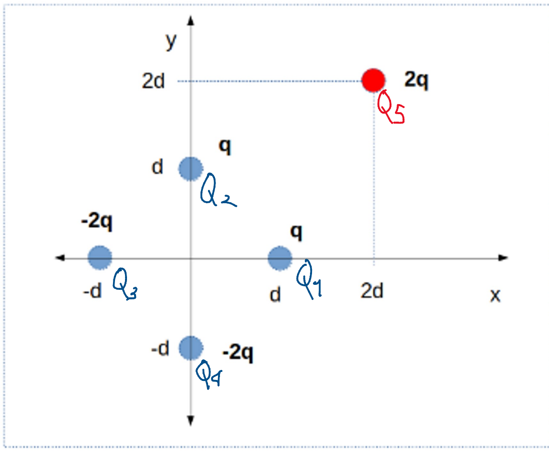
$$l = 1\,[m/s]\,0.5\,[s] - 0.5\,[m]$$

$$l = 0$$

Parcial 2 2020-11-16

jueves, 9 de noviembre de 2023 10:38

1. Cuatro cargas en azul se encuentran situadas fijas como se muestran en la figura, siendo $q = 2 \times 10^{-6}\ C$ y $d = 40\ cm$.



(a) Determinar el campo eléctrico en el origen de coordenadas.
(b) Explique que le pasaría a una carga de magnitud $\pm q$ ubicada en el origen.
(c) De una buena estimación del campo eléctrico $\vec{E}(\vec{r})$ para $r >> d$.
(d) Calcular la fuerza $\vec{F}$ que sentirá la carga añadida en rojo, mostrada en la figura.

a)
La fórmula del campo magnetico de una carga en un punto es:

$$\vec{E} = \frac{k_e q}{r^2}\hat{r} = \frac{k_e q}{r^3}\vec{r}$$

Con $\vec{r}$ el vector que de la carga al punto

Calculo los campos en el origen de cada una de las cargas:

$$\overrightarrow{E_{Q_1 0}} = -\frac{k_e q}{d^2}\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{E_{Q_2 0}} = -\frac{k_e q}{d^2}\hat{\jmath}$$

$$\overrightarrow{E_{Q_3 0}} = -\frac{k_e 2q}{d^2}\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{E_{Q_4 0}} = -\frac{k_e 2q}{d^2}\hat{\jmath}$$

Por ende la carga total en el origen es:

$$\overrightarrow{E_0} = \overrightarrow{E_{Q_1 0}} + \overrightarrow{E_{Q_2 0}} + \overrightarrow{E_{Q_3 0}} + \overrightarrow{E_{Q_4 0}}$$
$$= -\frac{k_e q}{d^2}\hat{\imath} - \frac{k_e q}{d^2}\hat{\jmath} - \frac{k_e 2q}{d^2}\hat{\imath} - \frac{k_e 2q}{d^2}\hat{\jmath}$$
$$= -\frac{k_e 3q}{d^2}\hat{\imath} - \frac{k_e 3q}{d^2}\hat{\jmath}$$
$$= \frac{k_e 3q}{d^2}(-\hat{\imath} - \hat{\jmath})$$

b)

Sentiría una fuerza de $\pm q\overrightarrow{E_0}$, calculando eso:

Para $+q$:

$$q\overrightarrow{E_0} = \frac{k_e 3q^2}{d^2}(-\hat{\imath} - \hat{\jmath})$$

Para $+q$:

$$-q\overrightarrow{E_0} = \frac{k_e 3q^2}{d^2}(\hat{\imath} + \hat{\jmath})$$

c)

Cuando $r \gg d$ el campo se puede estimar haciendo como si las cargas fueran una sola en el origen sumadas:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k_e(Q_{suma})}{r^2}\hat{r}$$
$$= \frac{k_e(q + q - 2q - 2q)}{r^2}\hat{r}$$
$$= -\frac{k_e 2q}{r^2}\hat{r}$$

d)
Primero calculo el campo de cada carga en Q_5:

$$\overrightarrow{E_{Q_1Q_5}} = \frac{k_e q}{\sqrt{d^2+(2d)^2}^3}(d\hat{\imath}+2d\hat{\jmath})$$
$$= \frac{k_e q}{\sqrt{5d^2}^3} d(\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$
$$= \frac{k_e q}{5^{3/2}d^3} d(\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$
$$= \sqrt[3]{25}\frac{k_e q}{d^2}(\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{E_{Q_2Q_5}} = \frac{k_e q}{\sqrt{(2d)^2+d^2}^3}(d2\hat{\imath}+d\hat{\jmath})$$
$$= \sqrt[3]{25}\frac{k_e q}{d^2}(2\hat{\imath}+\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{E_{Q_3Q_5}} = -\frac{k_e 2q}{\sqrt{(3d)^2+(2d)^2}^3}(d3\hat{\imath}+d2\hat{\jmath})$$
$$= -\frac{k_e q}{\sqrt{13d^2}^3} d(3\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$
$$= -\sqrt[3]{169}\frac{k_e q}{d^2}(3\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{E_{Q_3Q_5}} = -\frac{k_e 2q}{\sqrt{(2d)^2+(3d)^2}^3}(d3\hat{\imath}+d2\hat{\jmath})$$
$$= -\sqrt[3]{169}\frac{k_e q}{d^2}(2\hat{\imath}+3\hat{\jmath})$$

Entonces el campo total es:

$$\overrightarrow{E_{Q_5}} = \overrightarrow{E_{Q_1Q_5}} + \overrightarrow{E_{Q_2Q_5}} + \overrightarrow{E_{Q_3Q_5}} + \overrightarrow{E_{Q_4Q_5}}$$
$$= \sqrt[3]{25}\frac{k_e q}{d^2}(\hat{\imath}+2\hat{\jmath}) + \sqrt[3]{25}\frac{k_e q}{d^2}(2\hat{\imath}+\hat{\jmath}) - \sqrt[3]{169}\frac{k_e q}{d^2}(3\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$

$$-\sqrt[3]{169}\,\frac{k_e q}{d^2}(3\hat{\imath}+2\hat{\jmath})$$

$$=\frac{k_e q}{d^2}\left(3\sqrt[3]{25}(\hat{\imath}+\hat{\jmath})-5\sqrt[3]{169}(\hat{\imath}+\hat{\jmath})\right)$$

$$=\frac{k_e q}{d^2}\left(3\sqrt[3]{25}-5\sqrt[3]{169}\right)(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$$

Por ende la fuerza que Q_5 experimentaria es:

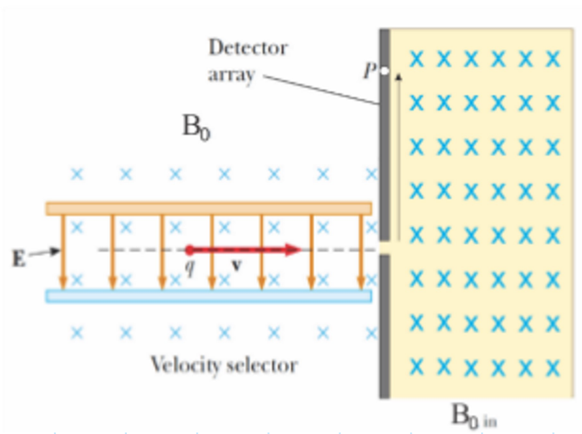
$$2q\overrightarrow{E_{Q_5}}=\frac{k_e 2q^2}{d^2}\left(3\sqrt[3]{25}-5\sqrt[3]{169}\right)(\hat{\imath}+\hat{\jmath})$$

2. Un espectrómetro de masas (ver figura a continuación) separa los iones de acuerdo a la relación m/q (masa/carga). La primera parte se conoce como selector de velocidad y se compone de un campo magnético $\vec{B_0}$ y un campo eléctrico $\vec{E_0}$ perpendiculares entre sí. Este selector permite “elegir” aquellas partículas que se mueven con la “misma” velocidad. En función de esto, determine:

(a) ¿Qué velocidad poseen aquellas partículas que pasan sin ser deflectadas? Estas partículas son las que ingresan por la rendija y se encuentran con un segundo campo magnético $\vec{B_0}$.

(b) Al entrar al segundo campo magnético, definir cual debe ser la relación m/q para que la partícula impacte sobre el detector A a una distancia P respecto del orificio de ingreso.

(c) Como se modifica la trayectoria en función del signo de la carga de la partícula.



a)

La fuerza que experimenta la carga es:

$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{E_0}\right)$

Para que no se desvíe queremos que la fuerza sea 0:

$\vec{F} = 0$
$\vec{v} \times \overrightarrow{B_0} + \overrightarrow{E_0} = 0$ (asumiendo $q \neq 0$)
$vB_0 - E_0 = 0$ (por direcciones de los campos)
$v = \frac{E_0}{B_0}$

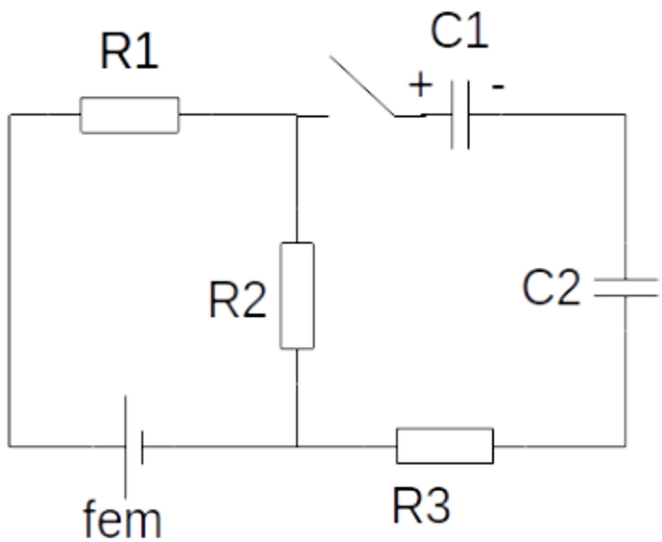
b)
El radio de rotación es:
$r = \frac{mv}{|q|B_0}$

Y para que se desvíe hacia arriba tiene que ser $q > 0$
Queremos:

$r = \frac{p}{2}$
$\frac{mv}{qB_0} = \frac{p}{2}$
$\frac{m}{q} = \frac{pB_0}{2v}$

c)
Con el signo positivo la particular se desvía hacía arriba y con el signo negativo hacía abajo

3. Considere el circuito que se muestra en la figura. Inicialmente se sabe que $R_1 = 30\Omega$ y que pasa por ella una corriente de $100mA$, siendo que $fem = 12V$. Por otra parte tenemos que las cargas en los capacitores son $Q_1 = 10\mu C$ y $Q_2 = 0$; $R_3 = 10\Omega$ y $C_1 = 10mF$.



Hallar:

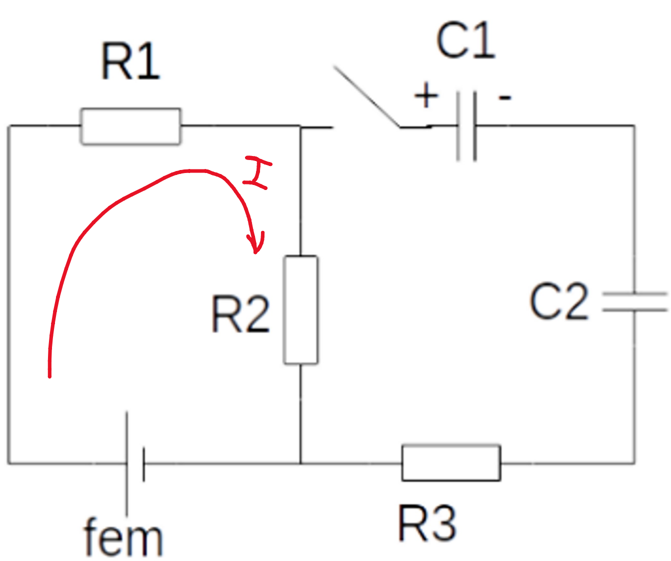
(a) Las caídas de potencial eléctrico sobre todos los elementos eléctricos para el instante inicial.

(b) El valor de la resistencia R_2.

(c) Las corrientes que circulan sobre todos los elementos eléctricos para instante inmediatamente posterior al cierre de la llave.

(d) Los valores de I_{R1}, C_2 y Q_2 para un tiempo muy posterior al cerrado de la llave, sabiendo que $Q_1 = 30\mu C$

a,b)



$V_{fem} = 12[V]$
$R_1 = 30[\Omega]$
$R_3 = 10[\Omega]$
$Q_1 = 10[\mu C]$
$Q_2 = 0$
$C_1 = 10[\mathrm{m}F]$
$I = 0.1[A]$

$$V_{fem} = R_{12} I$$
$$R_{12} = \frac{V_{fem}}{I}$$
$$R_{12} = \frac{12[V]}{0.1[A]}$$
$$R_{12} = 120[\Omega]$$

$$R_{12} = R_1 + R_2$$
$$R_2 = R_{12} - R_1$$
$$R_2 = 120[\Omega] - 30[\Omega]$$
$$R_2 = 90[\Omega]$$

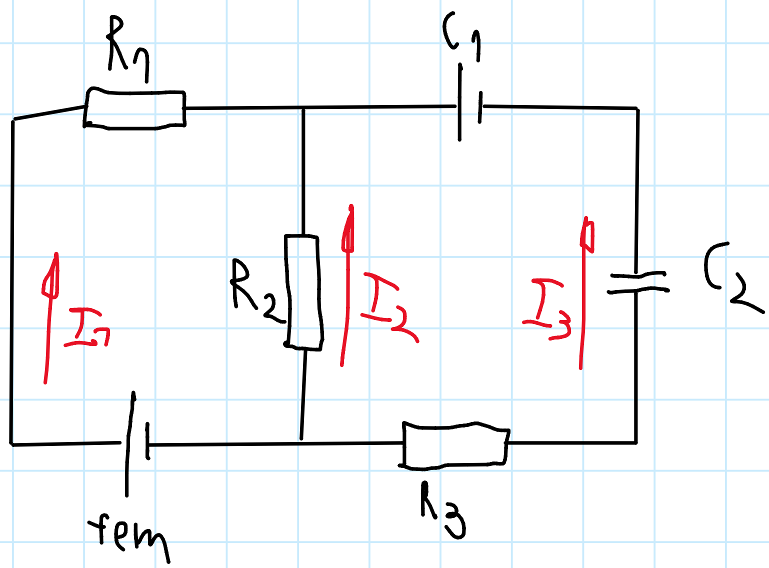
$$\begin{aligned} V_{R_1} &= R_1 I \\ &= 30[\Omega]0.1[A] \\ &= 3[V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{R_2} &= R_2 I \\ &= 90[\Omega]0.1[A] \\ &= 9[V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{C_1} &= \frac{Q_1}{C_1} \\ &= \frac{10[\mu C]}{10[\mathrm{m}F]} \\ &= 1[\mathrm{m}V] \end{aligned}$$

$$V_{C_2} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{0}{C_2} = 0$$

c)
Los capacitores actúan de baterías, aplico Kirchoff



Por circuito $femR_1R_2$:

$$I_1R_1 - I_2R_2 = -V_{fem}$$

Por circuito $R_2C_1C_2R_3$:

$$I_2R_2 - I_3R_3 = -V_{C_1} + V_{C_2}$$

Por punto:
$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Resolviendo:
$I_1 30[\Omega] - I_2 90[\Omega] = -12[V]$
$I_2 90[\Omega] - I_3 10[\Omega] = -1[\mathrm{m}V] + 0$
$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$$I_1 = -\frac{40003}{130000}[A]$$
$$I_2 = \frac{3999}{130000}[A]$$
$$I_2 = \frac{9001}{32500}[A]$$

$I_1 \simeq -0.30772[A]$
$I_2 \simeq 0.03076[A]$
$I_2 \simeq 0.27695[A]$

d)
Por los capacitores no circula corriente, por lo que I_{R_1} es lo mismo que antes de que se cierre la llave:
$I_{R_1} = 1[A]$

Sabemos que la fem induce la misma carga q en los dos capacitores:

$Q_1 = Q_{1inicial} + q$
$Q_2 = q$

$q = Q_1 - Q_{1inicial}$

$$= 30[\mu C] - 10[\mu C]$$
$$= 20[\mu C]$$

$$Q_2 = 20[\mu C]$$

Por los capacitores no circula corriente, y por ende por R_3 tampoco, así que $V_{R_3} = 0$

$$\Rightarrow$$
$$V_{C_{12}} = V_{R_2}$$
$$= R_2 I_{R_1}$$
$$= 90[\Omega]0.1[A]$$
$$= 9[V]$$

$$V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1}$$
$$= \frac{30[\mu C]}{10[\mathrm{m}F]}$$
$$= 0.003[V]$$

$$V_{C_{12}} = V_{C_1} + V_{C_2}$$
$$V_{C_2} = V_{C_{12}} - V_{C_1}$$
$$V_{C_2} = 9[V] - 0.003[V]$$
$$V_{C_2} = 8.997[V]$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{V_{C_2}}$$
$$= \frac{20[\mu C]}{8.997[V]}$$
$$\simeq 2.22296[\mu F]$$

🫣 Parcial 2 2021-11-09

domingo, 12 de noviembre de 2023 7:54

1. Tres cargas se colocan como se ilustra en la figura. La magnitud de q_1 es 2.00μC, pero no se conoce su signo. Tampoco sabemos la información de la carga q_2. La carga q_3 es de $+4.00\mu$C, y la fuerza neta sobre q_3 está por completo en la dirección negativa del eje x (flecha en rojo en la figura).

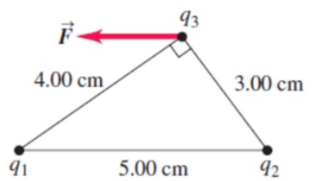
(a) Considere los diferentes signos posibles de q_1 y q_2. Hay cuatro posibles diagramas de fuerza que representan las fuerzas que ellas ejercen sobre q_3. Haga un esquema cualitativo de cada una de esas cuatro configuraciones de fuerza posibles.

(b) Con el empleo de los diagramas del inciso anterior y la dirección de la fuerza neta sobre q_3 deduzca los signos de las cargas q_1 y q_2.

(c) Calcule la magnitud de q_2.

(d) Determine F, la magnitud de la fuerza neta sobre q_3.

(e) Calcule la energía potencial eléctrica de la carga q_3 por estar en presencia de las otras dos cargas.



Ayuda: Note que la figura muestra un triángulo rectángulo de la forma (3,4,5). Con esa información puede averiguar los ángulos interiores.

a)

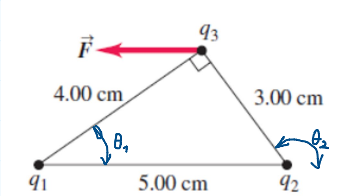
q_1	q_2	E_{13}	E_{23}	E_3
+	+	↗	↖	↑
+	−	↗	↘	→
−	+	↙	↖	←
−	−	↙	↘	↓

b)

Como la fuerza es hacia $\leftarrow$ y $q_3 > 0$ tiene que ser

$q_1 < 0$ y $q_2 > 0$

c)



$\text{sen}(\theta_1) = \frac{3}{5}$ $\text{sen}(\theta_2) = \frac{4}{5}$

$\cos(\theta_1) = \frac{4}{5}$ $\cos(\theta_2) = -\frac{3}{5}$

Queremos que:

$\vec{F_3} = -F_3 \hat{\imath}$

$q_3 \vec{E_3} = -q_3 E_3 \hat{\imath}$

$\vec{E_{13}} + \vec{E_{23}} = -E_3 \hat{\imath}$

$$\frac{K_e q_1}{d_{13}^2}(\cos(\theta_1)\hat{\imath} + \text{sen}(\theta_1)\hat{\jmath}) + \frac{K_e q_2}{d_{32}^2}(\cos(\theta_2)\hat{\imath} + \text{sen}(\theta_2)\hat{\jmath}) = -E_3\hat{\imath}$$

Por ahora nos interesa el calculo en $\hat{\jmath}$ para encontrar q_2:

$$\frac{K_e q_1}{d_{13}^2}\,\text{sen}(\theta_1) + \frac{K_e q_2}{d_{32}^2}\,\text{sen}(\theta_2) = 0$$

$$\frac{2\,[\mu C]}{(0.04\,[m])^2}\,\frac{3}{5} + \frac{q_2}{(0.03\,[m])^2}\,\frac{4}{5} = 0$$

$$750\,[\mu C] + \frac{8000}{9}\,q_2 = 0$$

$$q_2 = \frac{750\,[\mu C]}{8000}\cdot 9$$

$$q_2 = 0.84375\,[\mu C]$$

d)

Ahora hago el calculo en $\hat{\imath}$ para encontrar E_3

$$\frac{K_e q_1}{d_{13}^2}\cos(\theta_1) + \frac{q_2}{d_{32}^2}\cos(\theta_2) = -E_3$$

$$\frac{-2\,[\mu C]}{(0.04\,[m])^2}\,\frac{4}{5} + \frac{0.84375\,[\mu C]}{(0.03\,[m])^2}\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{E_3}{K_e}$$

$$-\frac{E_3}{K_e} = -1562.5\,[\mu C/m^2]$$

$$E_3 = 1562.5\,K_e\,[\mu C/m^2]$$

$\Rightarrow$

$$F_3 = E_3 q_3$$

$$= 1562.5\, k_e\, [NC/m^2]\ 4\, [NC]$$

$$= 6250\, k_e\, [NC^2/m^2]$$

$$\simeq 56.175\ [N]$$

e)

Primero calculo el potencial eléctrico:

$$V_3 = V_{13} + V_{23}$$

$$= \frac{k_e q_1}{d_{13}} + \frac{k_e q_2}{d_{23}}$$

$$= k_e \left(\frac{-2\,[NC]}{0.04\,[m]} + \frac{0.84375\,[NC]}{0.03\,[m]} \right)$$

$$= -21.875\, k_e\, [NC/m]$$

Tomando $U = 0$ en ∞:

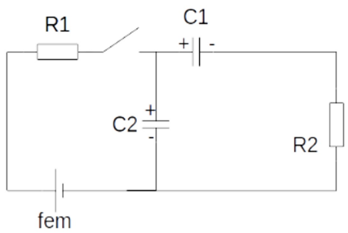
$$U_3 = q_3 V_3$$

$$= 4\,[NC]\,(-21.875\, k_e\, [NC/m])$$

$$= -87.5\, [NC^2/m]\, k_e$$

$$\simeq -786.45 \cdot 10^{-3}\ [J]$$

2. Considere el circuito que se muestra en la figura. Las características de los elementos del circuito son $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $C_1 = 4\mu F$, $C_2 = 8\mu F$, $fem = 12V$. Inicialmente la llave está levantada, se sabe que el capacitor C_1 tiene una $Q_1 = 15\mu C$ y que no circula corriente por R_2.



Hallar:

(a) Las caídas de potencial eléctrico sobre cada uno de los elementos del circuito antes de cerrar la llave.

(b) El valor de la carga Q_2 en esa situación.

(c) Las corrientes que circulan sobre cada uno de los elementos eléctricos para el instante inmediatamente posterior al cierre de la llave.

(d) Las caídas de tensión sobre cada uno de los elementos eléctricos y las cargas sobre ambos capacitores para un tiempo muy posterior al cerrado de la llave.

a)

No circula corriente por ningún lado

$\Rightarrow$

$$V_{R_1} = I_{R_1} R_1$$
$$= 0 \, R_1$$
$$= 0$$

$$V_{R_2} = I_{R_2} R_2$$
$$= 0 \, R_2$$
$$= 0$$

$$V_{C_1} = \frac{Q_1}{C_1}$$
$$= \frac{15 \, [\mu C]}{4 \, [\mu F]}$$
$$= 3.75 \, [V]$$

Por Kirchoff en $C_2 C_1 R_2$:

$$I_{R_2} R_2 = V_{C_2} - V_{C_1}$$
$$0 = V_{C_2} - V_{C_1}$$

$I_{R_2} R_2 = V_{C_2} - V_{C_1}$

$0 = V_{C_2} - V_{C_1}$

$V_{C_2} = V_{C_1}$

$V_{C_2} = 3.75\,[V]$

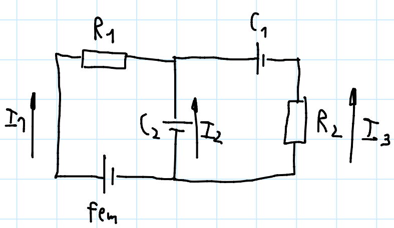
b)

$Q_2 = C_2 V_2$

$= 8\,[NF]\; 3.75\,[V]$

$= 30\,[NC]$

c)



Por Kirchoff:

En fem R_1 C_2:

$I_1 R_1 = V_{C_2} - V_{fem}$

En C_2 C_1 R_2:

$-I_3 R_2 = -V_{C_2} + V_{C_1}$

En punto:

$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

Resolviendo:

$I_1\, 30\,[\Omega] = 3.75\,[V] - 12\,[V]$ ①

$-I_3\, 20\,[\Omega] = -3.75\,[V] + 3.75\,[V]$ ②

$I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (3)

Por (1):

$$I_1 = -\frac{8.25\,[V]}{30\,[\Omega]}$$

$$= -0.275\,[A]$$

Por (2):

$I_3 = 0$

Remplazando en (3):

$-0.275\,[A] + I_2 + 0 = 0$

$I_2 = 0.275\,[A]$

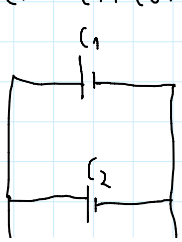
d)

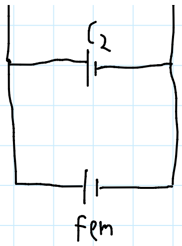
Como los capositores cortan todas las espiras, después de mucho tiempo deja de circular corriente

$\Rightarrow$

$V_{R_1} = V_{R_2} = 0$

Y el circuito es equivalente a:





Tenemos que:

$$V_{C_1} = V_{C_2} = V_{C_{12}}$$
$$= V_{fem}$$
$$= 12\,[V]$$

$$Q_1 = C_1 V_{C_1}$$
$$= 4\,[NF]\,12\,[V]$$
$$= 48\,[NC]$$

$$Q_2 = C_2 V_{C_2}$$
$$= 8\,[NF]\,12\,[V]$$
$$= 96\,[NC]$$

3. En el interior de dos alambres A1 y A2 paralelos e infinitos, separados una distancia d y de una pulgada de diámetro cada uno, circulan corrientes i_1 e i_2, respectivamente. Conociendo que el campo $\vec{B}$ generado por ellos se anula a una distancia d/3 respecto de A1 en la región externa a los dos alambres, determine:

(a) la relación entre i_1 e i_2 y su sentido relativo de circulación;
(b) el campo magnético a una distancia h sobre el conductor A1 en función de i_1;
(c) la fuerza que se ejercen los conductores por unidad de longitud suponiendo que la corriente $i_2 = 2$A.

a)

Los sentidos de circulación tienen que ser opuestos porque sino los campos afuera de los conductores se suman

Los campos en un punto $x < 0$ son:

$$\vec{B}_1(x) = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi x}\hat{\jmath}$$

$$\vec{B}_2(x) = -\frac{\mu_0 \, i_2}{2\pi(x-d)} \hat{j}$$

Sabemos que:

$$\vec{B}_1\left(-\tfrac{d}{3}\right) + \vec{B}_2\left(-\tfrac{d}{3}\right) = 0$$

$$\frac{\mu_0 \, i_1}{2\pi(-d/3)} \hat{j} - \frac{\mu_0 \, i_2}{2\pi(-d/3-d)} \hat{j} = 0$$

$$\frac{3 i_1}{d} = \frac{3 i_2}{4 d}$$

$$4 i_1 = i_2$$

$$i_2 = 4 i_1$$

b) No entiendo el enunciado

c)

$$i_2 = 2 \, [A]$$

$$i_1 = 0.5 \, [A]$$

Campos de cada conductor en el otro: (tomando i_1 con $\times$ e i_2 como $\bullet$)

$$\vec{B}_{12} = \frac{\mu_0 \, i_1}{2\pi d} \hat{j}$$

$$\vec{B}_{21} = \frac{\mu_0 \, i_2}{2\pi d} \hat{j}$$

Tomemos un tramo $\vec{L} = L\hat{k}$ de 1 [m] de longitud:

En ese tramo:

$$F_1 = i_1 \vec{L} \times \vec{B}$$

$$= i_1 L \left(\frac{\mu_0 i_2}{2\pi d} \right) \hat{\uparrow}$$

$$= 0.5[A]\,2[m]\,\frac{\mu_0\ 2[A]}{2\pi d} \hat{\uparrow}$$

$$= \frac{\mu_0}{\pi d} [m\ A^2] \hat{\uparrow}$$

$$= \frac{2}{d} 10^{-7} [N\ m] \hat{\uparrow}$$

Por ende la fuerza por metro es:

$$\frac{F_1}{[m]} = \frac{2}{d} 10^{-7} [N] \hat{\uparrow}$$

Por Newton la fuerza sobre i_2 es la opuesta a esta:

$$\frac{F_2}{[m]} = -\frac{2}{d} 10^{-7} [N] \hat{\uparrow}$$

🛠️ Parcial 2 2022-11-10

sábado, 11 de noviembre de 2023 13:47

1. Tres cargas $q_1 = -3\ \mu C$, $q_2 = 2\ \mu C$ y $q_3 = 4\ \mu C$ se colocan alineadas desde la primera a la tercera. La separación entre cargas sucesivas es de 300 mm.
   (a) Escriba la fuerza resultante sobre cada carga y grafíquelas.
   (b) Calcule y dibuje el vector campo eléctrico $\vec{E}$ en la posición de cada carga.
   (c) Calcule el potencial eléctrico en el lugar en que se encuentra cada carga debido a las otras dos.
   (d) Encuentre la posición de los puntos sobre el eje que une las cargas en donde el potencial eléctrico se anula.
   (e) ¿Es posible que el campo se anule fuera del eje donde se encuentran las cargas? Justifique
   (f) Dar la distancia respecto al origen, sobre la misma línea de las cargas, donde habría que colocar un positrón para que no sienta fuerza electrostática alguna.
   Nota: no olvidar dar toda respuesta con unidades adecuadas.

$q_1 \qquad q_2 \qquad q_3$

b)

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{21} + \vec{E}_{31}$$

$$= \frac{k_e q_2}{d_{21}^2}(-\hat{\imath}) + \frac{k_e q_3}{d_{31}^2}(-\hat{\imath})$$

$$= k_e\left(-\frac{2\,[\mu C]}{(0.3\,[m])^2} - \frac{4\,[\mu C]}{(0.6\,[m])^2}\right)\hat{\imath}$$

$$= -\frac{100}{3} k_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right]\hat{\imath}$$

$$\simeq -299.6 \cdot 10^3\ [N/C]\ \hat{\imath}$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{12} + \vec{E}_{32}$$

$$= \frac{k_e q_1}{d_{12}^2}\hat{\imath} + \frac{k_e q_3}{d_{32}^2}(-\hat{\imath})$$

$$= k_e\left(\frac{-3\,[\mu C]}{(0.3\,[m])^2} - \frac{4\,[\mu C]}{(0.3\,[m])^2}\right)\hat{\imath}$$

$$= -\frac{700}{9} k_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right]\hat{\imath}$$

$$\simeq -699.066 \cdot 10^3\ [N/C]\ \hat{\imath}$$

$$\vec{E_3} = \vec{E_{13}} + \vec{E_{23}}$$

$$= \frac{K_e\, q_1}{d_{13}^2} \uparrow + \frac{K_e\, q_2}{d_{23}^2} \uparrow$$

$$= K_e \left(\frac{-3\,[\mu C]}{(0.6\,[m])^2} + \frac{2\,[\mu C]}{(0.3\,[m])^2} \right) \uparrow$$

$$= \frac{125}{9} K_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right] \uparrow$$

$$\simeq 124.83 \cdot 10^3\ [N/C] \uparrow$$

d)

$$\vec{F_1} = \vec{E_1}\, q_1$$

$$= -\frac{100}{3} K_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right] \uparrow (-3\,\mu C)$$

$$= 100\, K_e\, [\mu C^2/m^2] \uparrow$$

$$\simeq 898.8 \cdot 10^{-3}\ [N]$$

$$\vec{F_2} = \vec{E_2}\, q_2$$

$$= -\frac{700}{9} K_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right] \uparrow\ 2\,[\mu C]$$

$$= -\frac{1400}{9} K_e \left[\frac{\mu C^2}{m^2}\right] \uparrow$$

$$\simeq 1398.13 \cdot 10^{-3}\ [N]$$

$$\vec{F_3} = \vec{E_3}\, q_3$$

$$= \frac{125}{9} K_e \left[\frac{\mu C}{m^2}\right] \uparrow\ 4\,[\mu C]$$

$$= \frac{500}{9} K_e \left[\frac{\mu C^2}{m^2}\right] \uparrow$$

$$\simeq 499.33 \cdot 10^{-3} [N] \uparrow$$

c)

$$V_1 = V_{21} + V_{31}$$

$$= \frac{k_e q_2}{d_{21}} + \frac{k_e q_3}{d_{31}}$$

$$= k_e \left(\frac{2 [\mu C]}{0.3 [m]} + \frac{4 [\mu C]}{0.6 [m]} \right)$$

$$= \frac{40}{3} k_e \left[\frac{\mu C}{m} \right]$$

$$\simeq 119.84 \cdot 10^{3} [V]$$

$$V_2 = V_{12} + V_{32}$$

$$= \frac{k_e q_1}{d_{12}} + \frac{k_e q_3}{d_{32}}$$

$$= k_e \left(\frac{-3 [\mu C]}{0.3 [m]} + \frac{4 [\mu C]}{0.3 [m]} \right)$$

$$= \frac{10}{3} k_e \left[\frac{\mu C}{m} \right]$$

$$\simeq 29.96 \cdot 10^{3} [V]$$

$$V_3 = V_{13} + V_{23}$$

$$= \frac{k_e q_1}{d_{13}} + \frac{k_e q_2}{d_{23}}$$

$$= k_e \left(\frac{-3 [\mu C]}{0.6 [m]} + \frac{2 [\mu C]}{0.3 [m]} \right)$$

$$= \frac{5}{3} k_e \left[\frac{\mu C}{m} \right]$$

$$\simeq 14.98 \cdot 10^{3} [V]$$

d)

$$V(x) = 0$$

$$V_1(x) + V_2(x) + V_3(x) = 0$$

$$\frac{K_e q_1}{d_1(x)} + \frac{K_e q_2}{d_2(x)} + \frac{K_e q_3}{d_3(x)} = 0$$

$$\frac{-3[\mu C]}{x} + \frac{2[\mu C]}{|x-0.3[m]|} + \frac{4[\mu C]}{|x-0.6[m]|} = 0$$

Tiene que ser un punto ente q_1 y q_2

$$-\frac{3}{x} + \frac{2}{0.3[m]-x} + \frac{4}{0.6[m]-x} = 0$$

$$\frac{-3(0.3[m]-x)(0.6[m]-x) + 2x(0.6[m]-x) + 4x(0.3[m]-x)}{x(0.3[m]-x)(0.6[m]-x)} = 0$$

$$-3 \cdot 0.3[m]\,0.6[m] + 3 \cdot 0.3[m]\,x + 3x\,0.6[m] - 3x^2 + 2x\,0.6[m] - 2x^2 + 4x\,0.3[m] - 4x^2 = 0$$

$$-0.54[m^2] + 5.1[m]\,x - 7x^2 = 0$$

$$x = \frac{-5.1 \pm \sqrt{5.1^2 - 4\cdot(-0.54)\cdot(-7)}}{2(-7)}[m]$$

$$x = \frac{5.1 \pm 3.3}{14}[m]$$

$$x = 0.6[m] \lor x = 9/70 \ [m]$$

$x < 0.3[m]$

$$x = 9/70[m]$$

$$\simeq 0.1285[m]$$

e)

No puede pasar

Los campos son de la forma:

Entre q_2 y q_3 los campos en $\hat{i}$ se suman, por lo que para ser 0 tendrían que ser opuestos al de q_1, pero en ese caso los campo en $\hat{i}$ se suman

f) Tiene que estar entre q_1 y q_2

$\vec{E}(x) = 0$

$\vec{E}_1(x) + \vec{E}_2(x) + \vec{E}_3(x) = 0$

$$\frac{K_e\, q_1}{x^2}\hat{i} + \frac{K_e\, q_2}{(x-0.3[m])^2}\hat{i} - \frac{K_e\, q_3}{(x-0.6[m])^2}\hat{i} = 0$$

$$-\frac{3[\mu C]}{x^2} + \frac{2[\mu C]}{x^2 - 0.6x[m] + 0.09[m^2]} - \frac{4[\mu C]}{x^2 - 1.2x[m] + 0.36[m^2]} = 0$$

3. Dados dos conductores rectilíneos, paralelos e indefinidos separados una distancia d=10 cm circulan corrientes de intensidades I_1 e I_2 en sentidos opuestos como se muestra en la figura a continuación. Si $I_1 = 2I_2$, determine:

(a) cualitativamente la dirección de los vectores campo magnético para x<0, 0<x<d y x>d tomando un sistema de coordenadas colocado sobre el conductor 1.

(b) Determine la posición para la cual se anula el campo $\vec{B}$ teniendo en cuenta que d = 1 m.

(c) Determine la fuerza por unidad de longitud que se aplica entre los conductores y si es repulsiva o atractiva. (considere la separación mencionada anteriormente y use i_1=1 A)

(d) Calcule el campo $\vec{B}$ para las coordenadas (d/2, d/2, 0)

(e) Determine el campo $\vec{B}$ sobre la coordenada x para una distancia muy grande respecto a la separación entre conductores.

a) Voy a usar r en lugar de x para no confundir con producto cruz

$$\vec{B}(r) = \vec{B_1}(r) + \vec{B_2}(r)$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 \hat{k} \times \frac{\vec{r}}{|r|^3} + \frac{\mu_0}{2\pi}(-I_2\hat{k}) \times \frac{\vec{r}-\vec{d}}{|r-d|^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\left(I_1 \frac{r}{|r|^3}\hat{j} - 2 I_1 \frac{r-d}{|r-d|^3}\hat{j}\right)$$

Como solo nos interesa la dirección, lo que importa es ver si (tomando a r y d como sin unidades para simplificar):

$$\frac{r}{|r|^3} - 2\frac{r-d}{|r-d|^3} \overset{?}{>} 0$$

$$\frac{r}{|r|^3} \overset{?}{>} 2\frac{r-d}{|r-d|^3}$$

Para $r < 0$:

$$\frac{r}{|r|^3} \overset{?}{>} 2\frac{r-d}{|r-d|^3}$$

$$-\frac{1}{r^2} \overset{?}{>} -\frac{2}{(r-d)^2}$$

$$r^2 \qquad (r-d)^2$$

$$(r-d)^2 \overset{?}{<} 2r^2$$

$$r^2 - 2rd + d^2 \overset{?}{<} 2r^2$$

$$-r^2 - 2rd + d^2 \overset{?}{<} 0$$

$$-r^2 - 0.2r + 0.01r \overset{?}{<} 0$$