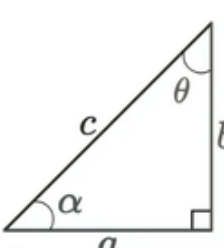


1. Trigonometría y Vectores



$$\sin \alpha = \frac{b}{c} \quad \sin \theta = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \theta = \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \quad \tan \theta = \frac{a}{b}$$

$$\mathbf{c} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{c} = [(a_2 \times b_3) - (a_3 \times b_2)] \mathbf{i} + [(a_3 \times b_1) - (a_1 \times b_3)] \mathbf{j} + [(a_1 \times b_2) - (a_2 \times b_1)] \mathbf{k}$$

- 180° = π Rad **Componentes de un Vector:** $A_x = A \cos \theta$, $A_y = A \sin \theta$
- $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$, $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos(\alpha)$

2. Cinemática

- Distancia entre dos puntos:** $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Velocidad Media:** $v_{med} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
- Aceleración Promedio:** $a_{prom} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$
- Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU):** $a = 0 \implies v = \text{constante} \implies x(t) = x_0 + v \cdot t$
- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV):** $a = \text{constante} \implies v(t) = v_0 + a \cdot t \implies x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$
- Movimiento Circular:**
 - Período (T): Tiempo por vuelta. $T = (2\pi R)/v$
 - Frecuencia (f): $f = 1/T$ (Hertz, Hz).
 - Aceleración centrípeta: $a_c = v^2/r = \omega^2 r$
 - Vector de Posición: $\vec{r}(t) = R[\cos(\theta(t))\hat{i} + \sin(\theta(t))\hat{j}] \implies |\vec{r}(t)| = R$
 - Velocidad Angular: $\omega(t) = d\theta(t)/dt$
 - Vector Velocidad: $\vec{v}(t) = R\omega(t)[- \sin(\theta(t))\hat{i} + \cos(\theta(t))\hat{j}] \implies |\vec{v}(t)| = R|\omega(t)|$
 - Aceleración Angular: $\gamma(t) = d\omega(t)/dt$
 - Vector Aceleración: $\vec{a}(t) = -R\omega^2(t)[\cos(\theta(t))\hat{i} + \sin(\theta(t))\hat{j}] + R\gamma(t)[- \sin(\theta(t))\hat{i} + \cos(\theta(t))\hat{j}] = -R\omega^2(t)\hat{r}(t) + R\gamma(t)\hat{u}_v(t) = \vec{a}_n(t) + \vec{a}_t(t)$

3. Dinámica y Cantidad de Movimiento

- Leyes de Newton:** $\Sigma \vec{F} = 0 \iff \text{Equilibrio}(\vec{v} = \text{constante}), \Sigma \vec{F} = m\vec{a}, \vec{F}_{a,b} = -\vec{F}_{b,a}$
- Fuerza y Momento Lineal:** $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ donde $\vec{P} = m\vec{v}$
- Impulso Lineal:** $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \Delta \vec{P}$
- Rozamiento:** $F_{re} \leq \mu_e N$ y $F_{rd} = \mu_d N$
- Ley de Hooke (Resortes):** $\vec{F} = -k\Delta x$

- Movimiento Oscilatorio Armónico (MOA):
 - A = amplitud con respecto al punto de equilibrio (el punto que estaría en reposo)
 - $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, $v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$, $a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$
 - $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$, $T = \frac{1}{f}$, $v_{\text{máx}} = A\omega$, $a_{\text{máx}} = A\omega^2$
 - MOA masa-resorte: $\omega = \sqrt{k/m}$, $T = 2\pi\sqrt{m/k}$
 - MOA péndulo simple (ángulos pequeños) : $\omega = \sqrt{g/\ell}$, $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

4. Trabajo y Energía

- **Trabajo (W):** $W = F\Delta r \cos(\theta)$ (fuerza cte), $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (fuerza no cte)
- **Energía Cinética (K):** $K = (mv^2)/2$
- **Teorema Trabajo-Energía Cinética:** $W_{\text{tot}} = \Delta K = K_f - K_i$
- **Fuerzas Conservativas:** $W_c = -\Delta U = U_i - U_f$
 - Energía Potencial Gravitatoria: $U_g = m \cdot g \cdot h$
 - Energía Potencial Elástica: $U_e = (k\Delta x^2)/2$
- **Energía Mecánica (E):** $E = K + U$
 - Si solo hay fuerzas conservativas: $\Delta E = 0$
 - Con fuerzas no conservativas: $\Delta E = W_{NC}$

5. Momento Lineal, Impulso y Choques

- **Momento Lineal o Cantidad de Movimiento Lineal:** $\vec{P} = m\vec{v}$.
- **Nueva versión de la 2da Ley de Newton:** $\sum \vec{F} = (d\vec{P})/dt$.
- **Teorema Impulso-Cantidad de Movimiento:**

$$\Delta \vec{P} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt \equiv \vec{I}$$

- Sistema aislado : se conserva P. El mismo antes y despues del choque.
- **Choque Inelástico (Plástico):**
 - Después del choque las partes quedan unidas en un solo cuerpo y $K_f < K_i$ (Ej:plastilina contra caja)
 - **Energía inicial del choque plástico:**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

- **Coefficiente de Restitución (e):** $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$, en general ($e < 1$) pero si es totalmente Inelástico ($e = 0$)

- Velocidad final masa 1:

$$v_{1f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} - m_2 e (v_{1i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

- Velocidad final masa 2:

$$v_{2f} = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} + m_1 e (v_{1i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

■ Choque Elástico ($e = 1$):

- Si la fuerza entre las partes del sistema son conservativas entonces se conserva la E. mecánica (Ej: bolas de billar)

- Energía Cinética Inicial (K_i):

$$K_i = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

- Energía Cinética Final (K_f):

$$K_f = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

- Relación de Velocidades: $v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$.

- Velocidad final masa 1 (v_{1f}):

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1i} + 2m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

- Velocidad final masa 2 (v_{2f}):

$$v_{2f} = \frac{2m_1 v_{1i} + (m_2 - m_1)v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

6. Electrostatica

■ Ley de Coulomb:

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

(fuerza eléctrica ejercida por q_1 sobre q_2 , donde \hat{r}_{12} es un vector unitario dirigido desde q_1 hacia q_2).

- $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ y $\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$

■ Principio de superposición de la fuerza electrostática:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad \vec{F}_i = k_e \frac{q q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

■ Campo eléctrico de una carga puntual:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

(campo eléc. gen. x una carga q , donde \hat{r} apunta desde la carga a el punto donde se evalúa el campo).

■ **Relación entre fuerza y campo eléctrico:** $\vec{F} = q \vec{E}$

■ **Distribución continua de carga:**

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

- dq : elemento infinitesimal de carga.
- r : distancia desde dq al punto donde se calcula \vec{E} .
- \hat{r} : vector unitario que apunta desde dq hacia el punto de observación.
- $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.
- Antes de integrar, dq debe expresarse en función de la densidad de carga:
 - Lineal: $dq = \lambda dl$
 - Superficial: $dq = \sigma dA$
 - Volumétrica: $dq = \rho dV$

■ **Ley de Gauss:**

$$\phi_E = \oint E \cos \phi \cdot dA = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

- Q_{enc} : carga total encerrada por la superficie gaussiana.
- ϵ_0 : permitividad del vacío.
- ϕ_E : flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana.
- **Caso: Esfera maciza uniformemente cargada (aislante)**
 - Interior ($r < R$):

$$Q_{\text{enc}} = Q \frac{r^3}{R^3}, E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r$$

- Exterior ($r \geq R$):

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

• **Caso: Esfera conductora cargada**

- Interior ($r < R$):

$$Q_{\text{enc}} = 0 \quad \Rightarrow \quad E = 0$$

- Exterior ($r \geq R$):

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

• **Caso: Carga lineal infinita**

$$Q_{\text{enc}} = \lambda L$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

• **Caso: Lámina infinita cargada**

$$Q_{\text{enc}} = \sigma A$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

■ **Carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme:**

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta U = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 E y$$

o sea que el caso de una carga puntual en el campo la energía potencial $U = q_0 E y$ donde y es la distancia vertical.

- **Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales:**

$$U = k_e \frac{qq_0}{r}$$

o sea la carga de prueba q_0 se desplaza en el campo generado por q .

- **Energía potencial eléctrica de un sistema de dos o más cargas puntuales:**

$$U = k_e q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

- **Potencial eléctrico:** El potencial eléctrico indica cuánta energía por unidad de carga tendría una carga de prueba si estuviera en ese punto.

$$V = \frac{U}{q_0} \rightarrow U = q_0 V$$

- **Potencial debido a una carga puntual:** $V = k_e \frac{q}{r}$

7. Capacitancia y Corriente Eléctrica

- **Capacitancia (C):** $C = Q/\Delta V$

- **Capacitancia de un capacitor de placas paralelas:** $C = \epsilon_0 A/d$

- **Capacitancia de un capacitor lleno de un material con constante dieléctrica κ :** $C = Q_0/\Delta V = \kappa Q_0/\Delta V_0$

- **Energía almacenada en un capacitor:** $U = (CV^2)/2$

- **Asociación de capacitores:**

- Serie: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$ las diferencias de potencial se suman.
- Paralelo: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$ los capacitores tienen el mismo potencial V .

- **Resistencia (R):** $R = \Delta V/I$, Ley de Ohm: $\Delta V = IR$

- **Asociación de resistencias:**

- Serie: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$ la diferencia de potencial se suma.
- Paralelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$ la diferencia de potencial es la misma en cada resistencia.

- La potencia disipada en un resistor: $P = I^2 R = \Delta V^2/R$

- **Leyes de Kirchhoff:**

- Ley de nudos: En cualquier nodo $\sum I_{in} = \sum I_{out}$
- Ley de mallas: En cualquier ciclo $\sum \Delta V = 0$

- **Carga y corriente en función del tiempo** si un capacitor C :

Se carga con una fem ε a través de una resistencia R :

$$Q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/\tau}) \quad I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/\tau}$$

Se descarga a través de una resistencia R :

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \quad I(t) = -\frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Con $\tau = RC$ (luego de este tiempo el capacitor está cargado en un 63,2 de la capacitancia)

8. Magnetismo

- Fuerza sobre una carga q con velocidad \vec{v} en un campo magnético \vec{B} es: $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$
- Theta es el ángulo entre \vec{v} y \vec{B} . Entonces $F = 0$ cuando \vec{v} es paralela/antiparalela a \vec{B} (0 o 180°) y es máxima cuando \vec{v} es perpendicular a \vec{B} (90°). $F = |q|vB \sin \theta$
- Si la partícula se mueve en una región donde hay campos eléctrico y magnético: $\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$
- Un conductor rectilíneo de longitud l , por el cual circula una corriente I , en un campo mag \vec{B} , experimenta la siguiente $\vec{F}_B: \vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$ La magnitud de la fuerza es $F_B = I l B \sin \phi$, con ϕ es el ángulo entre el conductor y el campo magnético y \vec{l} es un vector de modulo $= l$ y dirección de la corriente.
- (*Regla de la mano derecha*): pulgar apunta en dirección de la velocidad de la carga $+$ o de I ; los dedos extendidos en dirección del campo magnético y la palma señala la dirección de la fuerza magn.
- Flujo mag. a través de una sup.: $\Phi_B = \int B_\perp dA = \int B \cos \phi dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$. Si la sup. es cerrada $= 0$.
- Ac. centrípeta: $a_c = \frac{v^2}{R}$ y la única fuerza que actúa es la magnética. Por Newton: $|\vec{F}| = |q| v B = m \frac{v^2}{R}$
- Radio de una órbita circular en un campo magnético : $R = (mv)/(|q|B)$.
- Rapidez angular: $\omega = v/R$
- Frecuencia del ciclotrón es: $f = \omega/(2\pi)$
- La magnitud del par de torsión que actúa sobre una espira de corriente en un campo magnético es: $\tau = IBA \sin \phi$ y en forma vectorial: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
- Momento magnético de la espira: $\vec{\mu} = I \vec{A}$. Con N espiras de la misma área $\vec{\mu}_{bobina} = NI \vec{A}$
- La E pot. de un dipolo magnético en un campo magnético está dada por: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi$
- (*Ley de Biot-Savart*):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

con \hat{r} vector unitario que apunta desde el elemento de corriente hasta el punto de observación y r es la distancia entre ellos y la permeabilidad del espacio libre es $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$

- Una carga q con velocidad \vec{v} genera un campo magnético en un punto situado a una distancia r :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde \hat{r} es el vector unitario que apunta desde la carga hacia el punto de observación.

- La magnitud de la fuerza magnética entre dos alambres paralelos:

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

(I_1, I_2 corrientes en los alambres y a es la distancia entre ellos).

- (*Ley de Ampère*) La integral de línea del campo magnético \vec{B} a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es igual a μ_0 por la corriente total encerrada: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$

- Campo magnético de un toroide:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

y un solenoide : $B = \mu_0 n I$ donde $n = \frac{N}{\ell}$ es el número de vueltas por unidad de longitud.

- (*Ley de inducción de Faraday*)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

- (*FEM de mov.*) Cuando un conductor de longitud l se mueve con velocidad \vec{v} en un campo magnético \vec{B} , la fuerza electromotriz inducida es: $\mathcal{E} = B l v$ (caso de mov. perpendicular al campo magnético).
- La corriente inducida en un circuito de resistencia R : $I = \frac{\mathcal{E}}{R}$
- La potencia disipada/entregada por una resistencia R debido a la corriente inducida es: $P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$

9. Termodinámica

- Dos objetos están en **contacto térmico** si pueden intercambiar energía entre ellos. Dos objetos están en **equilibrio térmico** si están en contacto térmico y no hay intercambio neto de energía entre ellos.
- **Ley cero de la termodinámica:** Si los objetos A y B están por separado en equilibrio térmico con un tercer objeto C, entonces A y B están en equilibrio térmico uno con el otro.
- **Celsius a Fahrenheit:** $T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32$
- **Celsius a Kelvin:** $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$
- **Expansión Lineal:** $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$ o bien $L - L_0 = \alpha L_0 (T - T_0)$. Con L longitud final, T temperatura final y α es el coeficiente de expansión lineal en unidades $(^{\circ}\text{C})^{-1}$.
- **Expansión de Área:** $A = A_0(1 + 2\alpha\Delta T)$ o bien $A = A_0 + 2\alpha A_0 \Delta T$
- **Cambio de Área:** $\Delta A = A - A_0 = \gamma A_0 \Delta T$. Donde $\gamma = 2\alpha$ es el coeficiente de expansión de área.
- **Expansión Volumétrica:** $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$. Donde β es el coeficiente de expansión volumétrica y $\beta = 3\alpha$.
- **Calor requerido:** $Q = mc\Delta T$. Donde $\Delta T = T_2 - T_1$ es el cambio de temperatura y c es el calor específico. $C = mc$ Representa la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de toda la masa del objeto. A veces en vez de la masa se usa la cantidad de sustancia (n) y la masa de sus moles (M) en ese caso $m = nM$
- **Calor de cambio de fase:** $Q = \pm mL$. Se usa (+) si el material se vaporiza (entra calor) y (-) si se congela (sale calor). *Nota: Durante el cambio de fase no hay variación de temperatura.*
 - **Constantes para el agua:**
 - Fusión: $L_f = 3,34 \times 10^5 \text{ J/kg} = 79,6 \text{ cal/g} = 333 \text{ kJ/kg}$
 - Vaporización: $L_v = 2,256 \times 10^6 \text{ J/kg} = 539 \text{ cal/g} = 2256 \text{ kJ/kg}$
- **Ecuación de los Gases Ideales:** $PV = nRT$. Donde: P es la presión = Modulo de Fuerza/Área. V es el volumen. n es el número de moles. R es la constante universal de los gases ($8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$). T es la temperatura absoluta en Kelvin (K).

- **Ley de Boyle:** A temperatura constante, la presión de un gas es inversamente proporcional a su volumen. O sea: $P = \frac{1}{V}$.
- **Ley de Charles:** A presión constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta. Matemáticamente: $\frac{V}{T} = \text{cte}$.

- Masa constante de gas ideal, el producto nR es constante y $\frac{pV}{T}$ tmb. Si los subíndices 1 y 2 son dos estados distintos entonces:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{cte}$$

- Procesos: isotérmicos = T cte , isobéricos = P cte , isocóricos = V cte, adiabáticos = aislados
- **Número de Avogadro (N_A):** Cantidad de moléculas en un mol: $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- **Masa Molar (M):** Es la masa de un mol de sustancia, equivalente a la masa de una molécula (m) por el número de Avogadro: $M = N_A m$
- Convenciones: Calor positivo entra al sistema y negativo si sale. Trabajo positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre el entorno y negativo cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema.
- En un cambio finito de volumen desde V_1 hasta V_2 , el trabajo realizado está dado por

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

- **En un proceso isobárico:** El trabajo realizado por el gas se calcula como

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p (V_2 - V_1)$$

- **Primera Ley de la Termodinámica:** $\Delta U = Q - W$
- Trabajo isotérmico: $W = nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$

10. Unidades

- Velocidad: m/s
- Aceleración: m/s²
- Newton: N = 1 kg · m/s²
- Joule: J = 1 N · m
- Wats: W = 1 J/s
- Volt: 1 V = 1 J/C
- Faradio: 1 F = 1 C²/(N m)
- Ampere: 1 A = 1 C/s
- Ohm: 1 Ω = 1 V/A
- Tesla:

$$1 \text{ T} = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \frac{\text{J}}{\text{A m}^2} = \frac{\text{Ns}}{\text{C m}} = \frac{\text{kg}}{\text{C s}} = \frac{\text{N}}{\text{A m}}$$