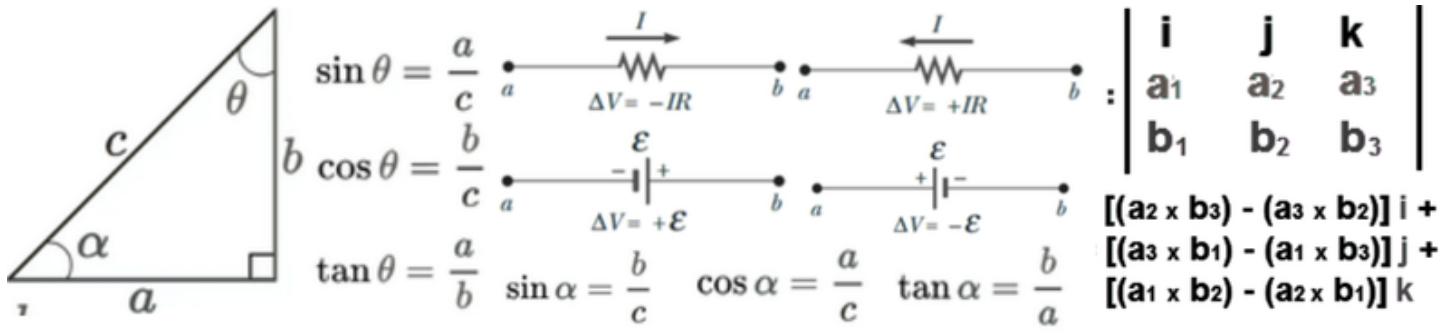


# 1. Trigonometría y Vectores



- $180^\circ = \pi$  Rad Com Vector:  $A_x = A \cos \theta, A_y = A \sin \theta, |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\alpha)$

## 2. Cinemática

- Distancia entre dos puntos:  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Velocidad Media:  $v_{med} = (x_f - x_i)/(t_f - t_i)$
- Aceleración Promedio:  $a_{prom} = (v_{xf} - v_{xi})/(t_f - t_i)$
- Mov. Rectilíneo Uniforme (MRU):  $a = 0 \implies v = \text{constante} \implies x(t) = x_0 + v \cdot t$
- Mov. Rect. Uni. Variado (MRUV):  $a = \text{cte} \implies v(t) = v_0 + a \cdot t \implies x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- Movimiento Circular:
  - Período ( $T$ ): Tiempo por vuelta.  $T = (2\pi R)/v$
  - Frecuencia ( $f$ ):  $f = 1/T$  (Hertz, Hz).
  - Aceleración centrípeta:  $a_c = v^2/r = \omega^2 r$
  - Vector de Posición:  $\vec{r}(t) = R[\cos(\theta(t))\hat{i} + \sin(\theta(t))\hat{j}] \implies |\vec{r}(t)| = R$
  - Velocidad Angular:  $\omega(t) = d\theta(t)/dt$
  - Vector Velocidad:  $\vec{v}(t) = R\omega(t)[-\sin(\theta(t))\hat{i} + \cos(\theta(t))\hat{j}] \implies |\vec{v}(t)| = R|\omega(t)|$
  - Aceleración Angular:  $\gamma(t) = d\omega(t)/dt$
  - Vector Aceleración:  $\vec{a}(t) = -R\omega^2(t)[\cos(\theta(t))\hat{i} + \sin(\theta(t))\hat{j}] + R\gamma(t)[-\sin(\theta(t))\hat{i} + \cos(\theta(t))\hat{j}] = -R\omega^2(t)\hat{r}(t) + R\gamma(t)\hat{u}_v(t) = \vec{a}_n(t) + \vec{a}_t(t)$

## 3. Dinámica y Cantidad de Movimiento

- Leyes de Newton:  $\Sigma \vec{F} = 0 \iff \text{Equilibrio}(\vec{v} = \text{constante}), \Sigma \vec{F} = m\vec{a}, \vec{F}_{a,b} = -\vec{F}_{b,a}$
- Fuerza y Momento Lineal:  $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$  donde  $\vec{P} = m\vec{v}$
- Impulso Lineal:  $\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \Delta \vec{P}$
- Rozamiento:  $F_{re} \leq \mu_e N$  y  $F_{rd} = \mu_d N$
- Ley de Hooke (Resortes):  $\vec{F} = -k\Delta x$
- Movimiento Oscilatorio Armónico (MOA):
  - $A = \text{amplitud con respecto al punto de equilibrio (el punto que estaría en reposo)}$

- $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi), v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$
- $\omega = 2\pi/T = 2\pi f, T = \frac{1}{f}, v_{\text{máx}} = A\omega, a_{\text{máx}} = A\omega^2$
- MOA masa-resorte:  $\omega = \sqrt{k/m}, T = 2\pi\sqrt{m/k}$
- MOA péndulo simple (ángulos pequeños):  $\omega = \sqrt{g/\ell}, T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

## 4. Trabajo y Energía

- **Trabajo ( $W$ ):**  $W = F\Delta r \cos(\theta)$  (fuerza cte),  $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$  (fuerza no cte)
- **Energía Cinética ( $K$ ):**  $K = (mv^2)/2$
- **Teorema Trabajo-Energía Cinética:**  $W_{\text{tot}} = \Delta K = K_f - K_i$
- **Fuerzas Conservativas:**  $W_c = -\Delta U = U_i - U_f$ 
  - Energía Potencial Gravitatoria:  $U_g = m \cdot g \cdot h$
  - Energía Potencial Elástica:  $U_e = (k\Delta x^2)/2$
- **E. Mecánica:**  $E = K + U$ . Solo conservativas:  $\Delta E = 0$  y con no conservativas:  $\Delta E = W_{NC}$

## 5. Momento Lineal, Impulso y Choques

- **Teorema Impulso-Cantidad de Movimiento:**

$$\Delta \vec{P} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt \equiv \vec{I}$$

- Sistema aislado : se conserva P. El mismo antes y despues del choque.
- **Choque Inelástico (Plástico):**
  - Dsp del choque las partes quedan unidas en un solo cuerpo y  $K_f < K_i$  (Ej:plastilina vs caja)
  - **Energía inicial del choque plástico:**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

- **Coeficiente de Restitución ( $e$ ):**  $e = \frac{v_{2f} - v_{1f}}{v_{1i} - v_{2i}}$ , en general ( $e < 1$ ) pero si es totalmente Inelástico ( $e = 0$ )
- **Velocidad final masa 1:**

$$v_{1f} = \frac{m_1v_{1i} + m_2v_{2i} - m_2e(v_{1i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

- **Velocidad final masa 2:**

$$v_{2f} = \frac{m_1v_{1i} + m_2v_{2i} + m_1e(v_{1i} - v_{2i})}{m_1 + m_2}$$

- **Choque Elástico ( $e = 1$ ):**

- Si la fuerza entre las partes del sistema son conservativas entonces se conserva la E. mecánica(Ej:bolas de billar)

- **Energía Cinética Inicial ( $K_i$ ):**

$$K_i = \frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2$$

- **Energía Cinética Final ( $K_f$ ):**

$$K_f = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

- **Relación de Velocidades:**  $v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$ .

- **Velocidad final masa 1 ( $v_{1f}$ ):**

$$v_{1f} = \frac{(m_1 - m_2)v_{1i} + 2m_2v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

- **Velocidad final masa 2 ( $v_{2f}$ ):**

$$v_{2f} = \frac{2m_1v_{1i} + (m_2 - m_1)v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

## 6. Electrostática

- **Ley de Coulomb:**

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

(fuerza eléctrica ejercida por  $q_1$  sobre  $q_2$ , donde  $\hat{r}_{12}$  es un vector unitario dirigido desde  $q_1$  hacia  $q_2$ ).

- $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$  y  $\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$

- **Principio de superposición de la fuerza electrostática:**

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad \vec{F}_i = k_e \frac{q_i q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

- **Campo eléctrico de una carga puntual:**

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

(campo eléc. gen. x una carga  $q$ , donde  $\hat{r}$  apunta desde la carga a el punto donde se evalúa el campo).

- **Relación entre fuerza y campo eléctrico:**  $\vec{F} = q \vec{E}$

- **Distribución continua de carga:**

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

- $dq$ : elemento infinitesimal de carga.
- $r$ : distancia desde  $dq$  al punto donde se calcula  $\vec{E}$ .
- $\hat{r}$ : vector unitario que apunta desde  $dq$  hacia el punto de observación.

- $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .
- Antes de integrar,  $dq$  debe expresarse en función de la densidad de carga: Lineal:  $dq = \lambda dl$  , Superficial:  $dq = \sigma dA$  , Volumétrica:  $dq = \rho dV$

■ Ley de Gauss:

$$\phi_E = \oint E \cos \phi \cdot dA = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

- $Q_{\text{enc}}$ : carga total encerrada por la superficie gaussiana.
- $\epsilon_0$ : permitividad del vacío.
- $\phi_E$ : flujo eléctrico a través de la superficie gaussiana.

• Caso: Esfera maciza uniformemente cargada (aislante)

- Interior ( $r < R$ ):

$$Q_{\text{enc}} = Q \frac{r^3}{R^3}, E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r$$

- Exterior ( $r \geq R$ ):

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

• Caso: Esfera conductora cargada

- Interior ( $r < R$ ):

$$Q_{\text{enc}} = 0 \Rightarrow E = 0$$

- Exterior ( $r \geq R$ ):

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

• Caso: Carga lineal infinita

$$Q_{\text{enc}} = \lambda L$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

• Caso: Lámina infinita cargada

$$Q_{\text{enc}} = \sigma A$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

■ Carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta U = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 E d$$

es el caso de una carga puntual en el campo la energía potencial  $U = q_0 E y$  donde  $y$  es la distancia vertical. Es el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando una carga se mueve de A a B

■ Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales:

$$U = k_e \frac{qq_0}{r}$$

o sea la carga de prueba  $q_0$  se desplaza en el campo generado por  $q$ .

■ Energía potencial eléctrica de un sistema de dos o más cargas puntuales:

$$U = k_e q_0 \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

- **Potencial eléctrico:** El potencial eléctrico indica cuánta energía por unidad de carga tendría una carga de prueba si estuviera en ese punto.

$$V = \frac{U}{q_0} \rightarrow U = q_0 V$$

- **Potencial debido a una carga puntual:**  $V = k_e \frac{q}{r}$

## 7. Capacitancia y Corriente Eléctrica

- **Capacitancia ( $C$ ):**  $C = Q/\Delta V$
- **Capacitancia de un capacitor de placas paralelas:**  $C = \epsilon_0 A/d$
- **Capacitancia de un capacitor lleno de un material con constante dieléctrica  $\kappa$ :**  $C = Q_0/\Delta V = \kappa Q_0/\Delta V_0$
- **Energía almacenada en un capacitor:**  $U = (CV^2)/2$
- **Asociación de capacitores:**
  - Serie:  $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$  las diferencias de potencial se suman.
  - Paralelo:  $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots$  los capacitores tienen el mismo potencial V.
- **Resistencia ( $R$ ):**  $R = \Delta V/I$ , Ley de Ohm:  $\Delta V = IR$ , resistencia eléctrica de conductor homo  $R = \rho L/A$ ,  $L$  es la longitud del conductor y  $A$  es el área de la sección transversal
- **Asociación de resistencias:**
  - Serie:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$  la diferencia de potencial se suma.
  - Paralelo:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$  la diferencia de potencial es la misma en cada resistencia.
- La potencia disipada en un resistor:  $P = I^2 R = \Delta V^2/R$
- **Leyes de Kirchhoff:**
  - Ley de nudos: En cualquier nodo  $\sum I_{in} = \sum I_{out}$
  - Ley de mallas: En cualquier ciclo  $\sum \Delta V = 0$
- **Carga y corriente en función del tiempo** si un capacitor  $C$ :  
Se carga con una fem  $\varepsilon$  a través de una resistencia  $R$ :

$$Q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/\tau}) \quad I(t) = \frac{\varepsilon}{R}e^{-t/\tau}$$

Se descarga a través de una resistencia  $R$ :

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \quad I(t) = -\frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Con  $\tau = RC$  (luego de este tiempo el capacitor está cargado en un 63,2 de la capacitancia)

## 8. Magnetismo

- Fuerza sobre una carga  $q$  con velocidad  $\vec{v}$  en un campo magnético  $\vec{B}$  es:  $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$
- Theta es el ángulo entre v y B. Entonces  $F = 0$  cuando v es paralela/antiparalela a B (0 o 180°) y es máxima cuando v es perpendicular a B (90°).  $F = |q|vB \sin \theta$
- Si la partícula se mueve en una región donde hay campos eléctrico y magnético:  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$
- Un conductor rectilíneo de long l, por el cual circula una corriente  $I$ , en un campo mag  $\vec{B}$ , experimenta la siguiente  $\vec{F}_B$ :  $\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$  La magnitud de la fuerza es  $F_B = I l B \sin \phi$ , con  $\phi$  es el ángulo entre el conductor y  $\vec{l}$  es un vector de modulo = l y dirección de la corriente.
- (*Regla de la mano derecha*): pulgar apunta en dirección de la velocidad de la carga + o de I; los dedos extendidos en dirección del campo magnético y la palma señala la dirección de la fuerza magn.
- Flujo mag. a través de una sup.:  $\Phi_B = \int B_\perp dA = \int B \cos \phi dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ . Si la sup. es cerrada = 0.
- Ac. centrípeta:  $a_c = \frac{v^2}{R}$  y la única fuerza que actúa es la magnética. Por Newton:  $|\vec{F}| = |q|vB = m \frac{v^2}{R}$
- Radio de una órbita circular en un campo magnético :  $R = (mv)/(|q|B)$ .
- Rapidez angular:  $\omega = v/R$
- Frecuencia del ciclotrón es:  $f = \omega/(2\pi)$
- La magnitud del par de torsión que actúa sobre una espira de corriente en un campo magnético es:  $\tau = IBA \sin \phi$  y en forma vectorial:  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
- Momento magnético de la espira:  $\vec{\mu} = I \vec{A}$ . Con N espiras de la misma área  $\vec{\mu}_{bobina} = NI \vec{A}$
- La E pot. de un dipolo magnético en un campo magnético está dada por:  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi$
- (*Ley de Biot-Savart*):

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

con  $\hat{r}$  vector unitario que apunta desde el elemento de corriente hasta el punto de observación y  $r$  es la distancia entre ellos y la permeabilidad del espacio libre es  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  T·m/A

- Una carga  $q$  con velocidad  $\vec{v}$  genera un campo magnético en un punto situado a una distancia  $r$ :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde  $\hat{r}$  es el vector unitario que apunta desde la carga hacia el punto de observación.

- Campo mag de un alambre:  $(\mu_0 I)/(2\pi r)$  (con r la distancia entre el alambre y el pto que considero)
- $F_B$  entre dos alambres paralelos ( $a$  es la distancia entre ellos y  $l$  long de los alambres):

$$\frac{F_B}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

- (*Ley de Ampère*) La integral de línea del campo magnético  $\vec{B}$  a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0$  por la corriente total encerrada:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$

- Campo magnético de un toroide:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

y un solenoide :  $B = \mu_0 n I$  donde  $n = \frac{N}{\ell}$  es el número de vueltas por unidad de longitud.

- (*Ley de inducción de Faraday*)  $\mathcal{E} = -(d\Phi_B)/dt$
- $\Phi_B = \int_S \vec{B}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{A}$  con (S): una superficie cualquiera,  $(d\vec{A})$ : vector normal a la superficie, de módulo  $(dA)$  ( $\vec{B}(\vec{r}, t)$ ) campo magnético, que depende del tiempo y posición
- (*FEM de mov.*) Cuando un conductor de longitud  $l$  se mueve con velocidad  $\vec{v}$  en un campo magnético  $\vec{B}$ , la fuerza electromotriz inducida es:  $\mathcal{E} = B l v$  (caso de mov. perpendicular al campo magnético).
- La corriente inducida en un circuito de resistencia  $R$ :  $I = \mathcal{E}/R$
- Potencia disipada por una resistencia  $R$  debido a la corriente inducida:  $P = I^2 R = \mathcal{E}^2/R$

## 9. Termodinámica

- Dos objetos están en **contacto térmico** si pueden intercambiar energía entre ellos. Y están en **equilibrio térmico** si están en contacto térmico y no hay intercambio neto de energía entre ellos.
- **Celsius a Fahrenheit:**  $T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32$
- **Celsius a Kelvin:**  $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273,15$
- **Expansión Lineal:**  $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$  o bien  $L - L_0 = \alpha L_0(T - T_0)$ . Con  $L$  longitud final,  $T$  temperatura final y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión lineal en unidades  $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ .
- **Expansión de Área:**  $A = A_0(1 + 2\alpha \Delta T)$  o bien  $A = A_0 + 2\alpha A_0 \Delta T$
- **Cambio de Área:**  $\Delta A = A - A_0 = \gamma A_0 \Delta T$ . Donde  $\gamma = 2\alpha$  es el coeficiente de expansión de área.
- **Expansión Volumétrica:**  $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$ . Con  $\beta$  coeficiente de expansión volumétrica y  $\beta = 3\alpha$ .
- **Calor requerido:**  $Q = mc\Delta T$ . Donde  $\Delta T = T_2 - T_1$  es el cambio de temperatura y  $c$  es el calor específico.  $C = mc$  Representa la cantidad de calor necesaria para elevar un grado la temperatura de toda la masa del objeto. A veces en vez de la masa se usa la cantidad de sustancia ( $n$ ) y la masa de sus moles ( $M$ ) en ese caso  $m = nM$
- **Calor de cambio de fase:**  $Q = \pm mL$ . Se usa (+) si el material se vaporiza (entra calor) y (-) si se congela (sale calor). *Nota: Durante el cambio de fase no hay variación de temperatura.*
  - **Constantes para el agua:**
    - Fusión:  $L_f = 3,34 \times 10^5 \text{ J/kg} = 79,6 \text{ cal/g} = 333 \text{ kJ/kg}$
    - Vaporización:  $L_v = 2,256 \times 10^6 \text{ J/kg} = 539 \text{ cal/g} = 2256 \text{ kJ/kg}$
- **Ecuación de los Gases Ideales:**  $PV = nRT$ . Donde:  $P$  es la presión = Modulo de Fuerza/Área.  $V$  es el volumen.  $n$  es el número de moles.  $R$  es la constante universal de los gases ( $8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$ ).  $T$  es la temperatura absoluta en Kelvin ( $K$ ).
- **Ley de Boyle:** A temperatura constante, la presión de un gas es inversamente proporcional a su volumen. O sea:  $P = \frac{1}{V}$ .

- **Ley de Charles:** A presión constante, el volumen de un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta. Matemáticamente:  $\frac{V}{T} = \text{cte}$ .
  - Masa constante de gas ideal, el producto  $nR$  es constante y  $\frac{pV}{T}$  tmb. Si los subíndices 1 y 2 son dos estados distintos entonces:
- $$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{cte}$$
- Procesos: isotérmicos = T cstate , isobéricos = P cstate , isocóricos = V cstate, adiabáticos = aislados
  - **Número de Avogadro ( $N_A$ ):** Cantidad de moléculas en un mol:  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
  - **Masa Molar ( $M$ ):** Es la masa de un mol de sustancia, equivalente a la masa de una molécula ( $m$ ) por el número de Avogadro:  $M = N_A m$
  - Convenciones: Calor positivo entra al sistema y negativo si sale. Trabajo positivo cuando el sistema realiza trabajo sobre el entorno y negativo cuando el entorno realiza trabajo sobre el sistema.
  - En un cambio finito de volumen desde  $V_1$  hasta  $V_2$ , el trabajo realizado está dado por

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

- **En un proceso isobárico:** El trabajo realizado por el gas se calcula como

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1)$$

- **Primera Ley de la Termodinámica:**  $\Delta U = Q - W$
- Trabajo isotérmico:  $W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$

## 10. Unidades

Velocidad: m/s Aceleración: m/s<sup>2</sup> Newton: N = 1 kg · m/s<sup>2</sup> Joule: J = 1 N · m Watts: W = 1 J/s Volt: 1 V = 1 J/C Faradio: 1 F = 1 C<sup>2</sup>/(N m) Ampere: 1 A = 1 C/s Ohm: 1 Ω = 1 V/A Tesla:

$$1 \text{ T} = \frac{\text{V s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{J}}{\text{A m}^2} = \frac{\text{Ns}}{\text{C m}} = \frac{\text{kg}}{\text{Cs}} = \frac{\text{N}}{\text{A m}}$$