

Combos de Definiciones

Camila Nanini

7 de noviembre de 2025

Combo 1

Teorema 1 (del Filtro Primo). *Sea (L, s, i) un reticulado terna distributivo y F un filtro. Supongamos $x_0 \in L - F$. Entonces hay un filtro primo P tal que*

$$x_0 \notin P \quad \text{y} \quad F \subseteq P.$$

Lema 1 (Propiedades básicas de la consistencia). *Sea (Σ, τ) una teoría.*

- (1) *Si (Σ, τ) es inconsistente, entonces $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$, para toda sentencia φ .*
- (2) *Si (Σ, τ) es consistente y $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$, entonces $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau)$ es consistente.*
- (3) *Si $(\Sigma, \tau) \not\vdash \neg\varphi$, entonces $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau)$ es consistente.*

Combo 2

Teorema 2 (de Dedekind). *Sea (L, s, i) un reticulado terna. La relación binaria definida por:*

$$x \leq y \quad \text{si y sólo si} \quad xsy = y$$

es un orden parcial sobre L para el cual se cumple que:

$$\sup(\{x, y\}) = xsy, \quad \inf(\{x, y\}) = xiy$$

cualesquiera sean $x, y \in L$.

Demostración. Primero probaremos la reflexividad de \leq . Para todo $x \in L$ debemos mostrar $x \leq x$, es decir

$$x \ s \ x = x.$$

Ésta es precisamente la identidad de idempotencia para s (una de las igualdades axiomáticas del reticulado), por lo que $x \leq x$ para todo $x \in L$. Entonces \leq es reflexiva.

Ahora probaremos la antisimetría. Sean $x, y \in L$ tales que $x \leq y$ y $y \leq x$. Por la definición de \leq esto equivale a

$$x \ s \ y = y \quad \text{y} \quad y \ s \ x = x.$$

Pero s es conmutativa, luego $x \ s \ y = y \ s \ x$. Combinando las igualdades anteriores obtenemos

$$y = x \ s \ y = y \ s \ x = x,$$

es decir $x = y$. Por tanto \leq es antisimétrica. \square

Demostración. Veamos que \leq es transitiva con respecto a L . Supongamos que $x \leq y$ e $y \leq z$. Es decir, que por definición de \leq tenemos que

$$x \ s \ y = y \quad \text{y} \quad y \ s \ z = z.$$

Entonces

$$x \ s \ z = x \ s \ (y \ s \ z) = (x \ s \ y) \ s \ z = y \ s \ z = z,$$

por lo cual $x \leq z$. O sea que ya sabemos que (L, \leq) es un poset.

Veamos ahora que $\sup(\{x, y\}) = x \ s \ y$. Primero debemos ver que $x \ s \ y$ es una cota superior del conjunto $\{x, y\}$, es decir:

$$x \leq x \ s \ y \quad \text{y} \quad y \leq x \ s \ y.$$

Por la definición de \leq , debemos probar que

$$x \ s \ (x \ s \ y) = x \ s \ y \quad \text{y} \quad y \ s \ (x \ s \ y) = x \ s \ y.$$

Estas igualdades se pueden probar usando las propiedades (I1), (I2) y (I4).

Nos falta ver entonces que $x \ s \ y$ es menor o igual que cualquier cota superior de $\{x, y\}$. Supongamos $x, y \leq z$. Es decir que, por definición de \leq , tenemos que

$$x \ s \ z = z \quad \text{y} \quad y \ s \ z = z.$$

Pero entonces

$$(x \ s \ y) \ s \ z = x \ s \ (y \ s \ z) = x \ s \ z = z,$$

por lo que $x s y \leq z$. Es decir que $x s y$ es la menor cota superior.

Para probar que $\inf(\{x, y\}) = x i y$, probaremos que para todo $u, v \in L$,

$$u \leq v \quad \text{si y sólo si} \quad u i v = u,$$

lo cual le permitirá al lector aplicar un razonamiento similar al usado en la prueba de que $\sup(\{x, y\}) = x s y$.

Supongamos que $u \leq v$. Por definición tenemos que $u s v = v$. Entonces

$$u i v = u i (u s v).$$

Pero por (I7) tenemos que $u i (u s v) = u$, lo cual implica $u i v = u$.

Recíprocamente, si $u i v = u$, entonces

$$u s v = (u i v) s v = v s (u i v) \quad (\text{por (I2)}) = v s (v i u) \quad (\text{por (I3)}) = v \quad (\text{por (I6)}).$$

Lo cual nos dice que $u \leq v$. □

Lema 2. *Supongamos que \vec{a}, \vec{b} son asignaciones tales que si $x_i \in Li(\varphi)$, entonces $a_i = b_i$. Entonces:*

$$A \models \varphi[\vec{a}] \quad \text{si y sólo si} \quad A \models \varphi[\vec{b}].$$

Demostración. Sea $A = (A, i)$ una estructura de tipo τ . Queremos probar el caso base, hay dos subcasos:

Caso 1: φ es una igualdad atómica $t \equiv s$.

Supongamos que \vec{a}, \vec{b} coinciden en todas las variables que ocurren en φ . En particular, todas las variables que ocurren en t y en s son variables de $Li(\varphi)$. Así que tenemos

$$t^A[\vec{a}] = t^A[\vec{b}] \quad \text{y} \quad s^A[\vec{a}] = s^A[\vec{b}].$$

Esto por lema auxiliar. Entonces

$$\begin{aligned} A \models (t \equiv s)[\vec{a}] &\iff t^A[\vec{a}] = s^A[\vec{a}] && (\text{definición de satisfacción para igualdad}) \\ &\iff t^A[\vec{b}] = s^A[\vec{b}] && (\text{por las igualdades anteriores}) \\ &\iff A \models (t \equiv s)[\vec{b}]. \end{aligned}$$

Caso 2: φ es una fórmula atómica de predicado $r(t_1, \dots, t_m)$.

Nuevamente por lema auxiliar se da que en cada t_j :

$$t_j^A[\vec{a}] = t_j^A[\vec{b}] \quad \text{para } j = 1, \dots, m.$$

Entonces las m -uplas de valores de los términos coinciden:

$$(t_1^A[\vec{a}], \dots, t_m^A[\vec{a}]) = (t_1^A[\vec{b}], \dots, t_m^A[\vec{b}]).$$

Por la definición \models

$$\begin{aligned} A \models r(t_1, \dots, t_m)[\vec{a}] &\iff (t_1^A[\vec{a}], \dots, t_m^A[\vec{a}]) \in i(r) \\ &\iff (t_1^A[\vec{b}], \dots, t_m^A[\vec{b}]) \in i(r) \\ &\iff A \models r(t_1, \dots, t_m)[\vec{b}]. \end{aligned}$$

Veamos que Teo_k implica Teo_{k+1} . Sea $\varphi \in F_\tau^{k+1} - F_\tau^k$. Hay varios casos:

Caso $\varphi = (\varphi_1 \wedge \varphi_2)$.

Ya que $L_i(\varphi_i) \subseteq L_i(\varphi)$, $i = 1, 2$, Teo_k nos dice que $A \models \varphi_i[\vec{a}]$ sii $A \models \varphi_i[\vec{b}]$, para $i = 1, 2$. Se tiene entonces que:

$$\begin{aligned} A \models \varphi[\vec{a}] &\iff (\text{por (3) en la def. de } A \models \varphi[\vec{a}]) A \models \varphi_1[\vec{a}] \text{ y } A \models \varphi_2[\vec{a}] \\ &\iff (\text{por Teo}_k) A \models \varphi_1[\vec{b}] \text{ y } A \models \varphi_2[\vec{b}] \\ &\iff (\text{por (3) en la def. de } A \models \varphi[\vec{a}]) A \models \varphi[\vec{b}] \end{aligned}$$

Caso $\varphi = (\varphi_1 \vee \varphi_2)$.

Es completamente similar al anterior.

Caso $\varphi = (\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$.

Es completamente similar al anterior.

Caso $\varphi = (\varphi_1 \leftrightarrow \varphi_2)$.

Es completamente similar al anterior.

Caso $\varphi = \neg \varphi_1$.

Es completamente similar al anterior.

Caso $\varphi = \forall x_j \varphi_1$.

Supongamos $A \models \varphi[\vec{a}]$. Entonces, por (8) en la definición de $A \models \varphi[\vec{a}]$, se tiene que $A \models \varphi_1[\downarrow a_j(\vec{a})]$, para todo $a \in A$. Nótese que $\downarrow a_j(\vec{a})$ y $\downarrow a_j(\vec{b})$ coinciden en toda $x_i \in L_i(\varphi_1)$, ya que $L_i(\varphi_1) \subseteq L_i(\varphi) \cup \{x_j\}$. O sea, por Teo_k se tiene que $A \models \varphi_1[\downarrow a_j(\vec{b})]$ para todo $a \in A$, lo cual, por (8) en la definición de $A \models \varphi[\vec{a}]$, nos dice que $A \models \varphi[\vec{b}]$. La prueba de que $A \models \varphi[\vec{b}]$ implica que $A \models \varphi[\vec{a}]$ es similar.

Caso $\varphi = \exists x_j \varphi_1$.

Es similar al anterior. □

Teorema auxiliar: Sea A una estructura de tipo τ y sea $t \in T_\tau$. Supongamos que \vec{a}, \vec{b} son asignaciones tales que $a_i = b_i$ cada vez que x_i ocurra en t . Entonces

$$t^A[\vec{a}] = t^A[\vec{b}].$$

Demostración. Caso base Teo_0 , tiene dos subcasos.

Caso 1: t es una variable, digamos $t = x_k$.

Por definición del valor de un término en la estructura A para una asignación \vec{a} ,

$$t^A[\vec{a}] = a_k,$$

y de forma análoga

$$t^A[\vec{b}] = b_k.$$

Por la hipótesis del enunciado, si x_k ocurre en t (y aquí x_k es precisamente el término), entonces $a_k = b_k$. Por tanto $t^A[\vec{a}] = a_k = b_k = t^A[\vec{b}]$, como se quería demostrar.

Caso 2: t es una constante, digamos $t = c \in C$.

Por definición del valor de una constante en la estructura $A = (A, i)$,

$$t^A[\vec{a}] = c^A = i(c),$$

y análogamente

$$t^A[\vec{b}] = c^A = i(c).$$

Así $t^A[\vec{a}] = i(c) = t^A[\vec{b}]$.

Veamos que $\text{Teo}_k \Rightarrow \text{Teo}_{k+1}$. Supongamos $t \in T_\tau^{k+1} - T_\tau^k$ y sean \vec{a}, \vec{b} asignaciones tales que $a_i = b_i$ cada vez que x_i ocurra en t .

Nótese que $t = f(t_1, \dots, t_n)$, con $f \in F_n$, $n \geq 1$, y $t_1, \dots, t_n \in T_\tau^k$.

Para cada $j = 1, \dots, n$, tenemos que $a_i = b_i$ cada vez que x_i ocurra en t_j , lo cual, por hipótesis inductiva (Teo_k), nos dice que

$$t_j^A[\vec{a}] = t_j^A[\vec{b}], \quad j = 1, \dots, n.$$

Se tiene entonces que

$$\begin{aligned} t^A[\vec{a}] &= i(f)(t_1^A[\vec{a}], \dots, t_n^A[\vec{a}]) \quad (\text{por definición de } t^A[\vec{a}]) \\ &= i(f)(t_1^A[\vec{b}], \dots, t_n^A[\vec{b}]) \quad (\text{por hipótesis inductiva}) \\ &= t^A[\vec{b}] \quad (\text{por definición de } t^A[\vec{b}]). \end{aligned}$$

□

Combo 3

Teorema 3 (Lectura única de términos). *Dado $t \in T^\tau$, se da una de las siguientes:*

- (1) $t \in \text{Var} \cup C$
- (2) Hay únicos $n \geq 1$, $f \in F^n$, $t_1, \dots, t_n \in T^\tau$ tales que $t = f(t_1, \dots, t_n)$.

Lema 3. *Supongamos que $F : A \rightarrow B$ es un isomorfismo. Sea $\varphi \in F^\tau$. Entonces*

$$A \models \varphi[(a_1, a_2, \dots)] \text{ si y sólo si } B \models \varphi[(F(a_1), F(a_2), \dots)]$$

para cada $(a_1, a_2, \dots) \in A^N$. En particular, A y B satisfacen las mismas sentencias de tipo τ .

Teorema 4. *Sea $T = (\Sigma, \tau)$ una teoría. Entonces*

$$(S^\tau / \dashv\vdash_T, s^T, i^T, c^T, 0^T, 1^T)$$

es un álgebra de Boole.

Pruebe sólo el ítem (6).

Combo 4

Lema 4 (Propiedades básicas de la deducción). *Sea (Σ, τ) una teoría.*

- (1) (Uso de teoremas) *Si $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi_1, \dots, \varphi_n$ y $(\Sigma \cup \{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}, \tau) \vdash \varphi$, entonces $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$.*
- (2) *Supongamos $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi_1, \dots, \varphi_n$. Si R es una regla distinta de GENERALIZACIÓN y ELECCIÓN y φ se deduce de $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ por la regla R , entonces $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$.*
- (3) $(\Sigma, \tau) \vdash (\varphi \rightarrow \psi)$ *si y sólo si* $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau) \vdash \psi$.

Teorema 5. *Sea $(L, s, i, c, 0, 1)$ un álgebra de Boole y sean $a, b \in B$. Se tiene que:*

- (1) $(aib)^c = a^c s b^c$
- (2) $aib = 0$ *si y sólo si* $b \leq a^c$

Demostración. (1)

$$(a \ i \ b)^c = a^c \ s \ b^c.$$

Sea $(L, s, i, c, 0, 1)$ un álgebra de Boole, es decir, un reticulado complementado distributivo. En un álgebra de Boole vale la distributividad:

$$x \ s \ (y \ i \ z) = (x \ s \ y) \ i \ (x \ s \ z), \quad x \ i \ (y \ s \ z) = (x \ i \ y) \ s \ (x \ i \ z).$$

Queremos probar que $(a \ i \ b)^c$ cumple las propiedades de complemento de $a^c \ s \ b^c$. Para ello verificamos:

$$(a \ i \ b) \ s \ (a^c \ s \ b^c) = 1 \quad \text{y} \quad (a \ i \ b) \ i \ (a^c \ s \ b^c) = 0.$$

Primero, la unión da 1:

$$\begin{aligned} (a \ i \ b) \ s \ (a^c \ s \ b^c) &= ((a \ s \ a^c) \ s \ (b \ s \ b^c)) \quad (\text{por distributividad}) \\ &= (1 \ s \ 1) = 1. \end{aligned}$$

Luego, la intersección da 0:

$$\begin{aligned} (a \ i \ b) \ i \ (a^c \ s \ b^c) &= ((a \ i \ a^c) \ s \ (b \ i \ b^c)) \quad (\text{por distributividad}) \\ &= (0 \ s \ 0) = 0. \end{aligned}$$

Por unicidad del complemento, se tiene entonces:

$$(a \ i \ b)^c = a^c \ s \ b^c.$$

(2) Queremos probar que

$$a \ i \ b = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad b \leq a^c.$$

(\Rightarrow) Supongamos $a \ i \ b = 0$. Se tiene

$$\begin{aligned} b &= (b \ i \ a) \ s \ (b \ i \ a^c) \quad (\text{por lema anterior}) \\ &= (a \ i \ b) \ s \ (b \ i \ a^c) \\ &= 0 \ s \ (b \ i \ a^c) \\ &= (b \ i \ a^c) \leq a^c, \end{aligned}$$

por lo cual $b \leq a^c$.

(\Leftarrow) Supongamos ahora $b \leq a^c$. Ya que $a \leq a$, por lema de "ser menor que infimo", aplicado al reticulado par (B, \leq) , nos dice que

$$a \ i \ b \leq a \ i \ a^c.$$

Ya que $a \ i \ a^c = 0$, obtenemos que

$$a \ i \ b = 0.$$

□

Lema 5. Sean (L, s, i) y (L', s', i') reticulados terna y sean (L, \leq) y (L', \leq') los posets asociados. Sea $F : L \rightarrow L'$ una función. Entonces F es un isomorfismo de (L, s, i) en (L', s', i') si y sólo si F es un isomorfismo de (L, \leq) en (L', \leq') .

Demostración. Sea $F : L \rightarrow L'$ un isomorfismo de posets, es decir:

- a) F es biyectiva,
- b) para todo $x, y \in L$, se cumple que

$$x \leq y \iff F(x) \leq' F(y).$$

Queremos probar que F es un isomorfismo de reticulados terna, es decir, que además preserva las operaciones:

$$F(x \, s \, y) = F(x) \, s' \, F(y), \quad F(x \, i \, y) = F(x) \, i' \, F(y),$$

para todo $x, y \in L$.

Por el teorema de Dedekind sabemos que

$$a \, s \, b = \sup\{a, b\} \text{ en } (L, \leq).$$

Entonces $a \leq a \, s \, b$ y $b \leq a \, s \, b$.

Sean $x, y \in L$ y definamos $z := x \, s \, y$ en L . Queremos probar que

$$F(z) = F(x) \, s' \, F(y).$$

1. $F(z)$ es cota superior de $\{F(x), F(y)\}$

Puesto que z es cota superior de $\{x, y\}$ en L , se tiene $x \leq z$ y $y \leq z$. Por la hipótesis de isomorfismo, $F(x) \leq' F(z)$ y $F(y) \leq' F(z)$. Por tanto, $F(z)$ es cota superior de $\{F(x), F(y)\}$ en L' .

2. $F(z)$ es la menor cota superior

Sea $w' \in L'$ cualquier cota superior de $\{F(x), F(y)\}$; es decir, $F(x) \leq' w'$ y $F(y) \leq' w'$. Como F es biyectiva, existe $w \in L$ tal que $F(w) = w'$.

Usando la reflexión del orden (isomorfismo), obtenemos $x \leq w$ y $y \leq w$. Entonces $z = \sup\{x, y\} \leq w$. Aplicando F y usando que F preserva el orden, se tiene

$$F(z) \leq' F(w) = w'.$$

Esto muestra que cualquier cota superior w' de $\{F(x), F(y)\}$ domina a $F(z)$. Por la definición de supremo, $F(z)$ es la menor cota superior, es decir:

$$F(z) = \sup_{L'} \{F(x), F(y)\}.$$

Por la definición de la operación s' en el reticulado terna asociado a (L', \leq') , se cumple:

$$\sup_{L'} \{F(x), F(y)\} = F(x) s' F(y).$$

Por tanto,

$$F(x s y) = F(z) = F(x) s' F(y),$$

como queríamos.

La prueba para el ínfimo es dual. □

Combo 5

Teorema 6 (de Completitud). *Sea $T = (\Sigma, \tau)$ una teoría de primer orden. Si $T \models \varphi$, entonces $T \vdash \varphi$.*

Haga sólo el caso en que τ tiene una cantidad infinita de nombres de constantes que no ocurren en las sentencias de Σ . En la exposición de la prueba no es necesario que demuestre los ítems (1) y (5).

Combo 6

Teorema 7 (de Completitud). *Sea $T = (\Sigma, \tau)$ una teoría de primer orden. Si $T \models \varphi$, entonces $T \vdash \varphi$.*

Haga sólo el caso en que τ tiene una cantidad infinita de nombres de constantes que no ocurren en las sentencias de Σ . En la exposición de la prueba no es necesario que demuestre los ítems (1), (2), (3) y (4).

Combo 7

Lema 6 (Propiedades básicas de la deducción). *Sea (Σ, τ) una teoría.*

- (1) *(Uso de teoremas) Si $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi_1, \dots, \varphi_n$ y $(\Sigma \cup \{\varphi_1, \dots, \varphi_n\}, \tau) \vdash \varphi$, entonces $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$.*
- (2) *Supongamos $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi_1, \dots, \varphi_n$. Si R es una regla distinta de GENERALIZACIÓN y ELECCIÓN y φ se deduce de $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ por la regla R , entonces $(\Sigma, \tau) \vdash \varphi$.*

(3) $(\Sigma, \tau) \vdash (\varphi \rightarrow \psi)$ si y sólo si $(\Sigma \cup \{\varphi\}, \tau) \vdash \psi$.

(Ver combo 4.1)

Lema 7. Sea (L, s, i) un reticulado terna y sea θ una congruencia de (L, s, i) . Entonces:

(1) $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$ es un reticulado terna.

(2) El orden parcial \leq asociado al reticulado terna $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$ cumple:

$$x/\theta \leq y/\theta \quad \text{ssi} \quad y\theta(xsy).$$

Demostración. **(1) $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$ es un reticulado terna.**

Por hipótesis θ es una congruencia, por lo tanto las operaciones

$$x/\theta \tilde{s} y/\theta := (xsy)/\theta, \quad x/\theta \tilde{i} y/\theta := (xiy)/\theta$$

están bien definidas (la condición de congruencia garantiza que la clase cociente no depende de los representantes).

Queda verificar las identidades (I1)–(I7) para las operaciones \tilde{s}, \tilde{i} en L/θ . Tomaremos representantes y usaremos que (L, s, i) satisface (I1)–(I7).

- (I1) Identidad idempotente:

$$(x/\theta) \tilde{s} (x/\theta) = (xsx)/\theta = x/\theta,$$

porque $xsx = x$ en L . De manera análoga $(x/\theta) \tilde{i} (x/\theta) = x/\theta$.

- (I2) Conmutatividad de \tilde{s} :

$$(x/\theta) \tilde{s} (y/\theta) = (xsy)/\theta = (ysx)/\theta = (y/\theta) \tilde{s} (x/\theta).$$

Igual para \tilde{i} usando la conmutatividad de i en L .

- (I4) Asociatividad de \tilde{s} :

$$((x/\theta) \tilde{s} (y/\theta)) \tilde{s} (z/\theta) = ((xsy)sz)/\theta = (xs(ys z))/\theta = (x/\theta) \tilde{s} ((y/\theta) \tilde{s} (z/\theta)).$$

Análogo para \tilde{i} por (I5).

- (I6) Absorción:

$$(x/\theta) \tilde{s} ((x/\theta) \tilde{i} (y/\theta)) = (xs(xiy))/\theta = x/\theta,$$

porque en L vale $xs(xiy) = x$. La otra ley de absorción (I7) se verifica igual.

Por lo tanto $(L/\theta, \tilde{s}, \tilde{i})$ satisface (I1)–(I7), es decir es un reticulado terna.

(2) Relación de orden $\tilde{\leq}$ en el cociente.

Por definición de $\tilde{\leq}$ tenemos que

$$x/\theta \tilde{\leq} y/\theta \text{ sii } y/\theta = x/\theta \tilde{s} y/\theta.$$

Pero

$$x/\theta \tilde{s} y/\theta = (x s y)/\theta \quad (\text{por definición de } \tilde{s}),$$

por lo cual tenemos que

$$x/\theta \tilde{\leq} y/\theta \text{ sii } y/\theta = (x s y)/\theta.$$

□

Lema 8. Sean (L, s, i) y (L', s', i') reticulados terna y sean (L, \leq) y (L', \leq') los posets asociados. Sea $F : L \rightarrow L'$ una función. Entonces F es un isomorfismo de (L, s, i) en (L', s', i') si y sólo si F es un isomorfismo de (L, \leq) en (L', \leq') .

(Ver combo 4.3)

Combo 8

Lema 9. Supongamos que $F : A \rightarrow B$ es un isomorfismo. Sea $\varphi =_d \varphi(v_1, \dots, v_n) \in F_\tau$. Entonces:

$$A \models \varphi[a_1, a_2, \dots, a_n] \text{ sii } B \models \varphi[F(a_1), F(a_2), \dots, F(a_n)]$$

para cada $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$.

Lema 10. Sean (P, \leq) y (P', \leq') posets. Supongamos que F es un isomorfismo de (P, \leq) en (P', \leq') .

- (a) Para cada $S \subseteq P$ y cada $a \in P$, se tiene que a es cota superior (resp. inferior) de S si y sólo si $F(a)$ es cota superior (resp. inferior) de $F(S)$.
- (b) Para cada $S \subseteq P$, se tiene que existe $\sup(S)$ si y sólo si existe $\sup(F(S))$ y en tal caso se cumple que:

$$F(\sup(S)) = \sup(F(S)).$$