

# localisation à partir de points d'accès wifi

TPOSE, club informatique de Camille Claudel

28 Janvier 2022 (dernière modification)

## 1 Définition du problème

### 1.1 Introduction

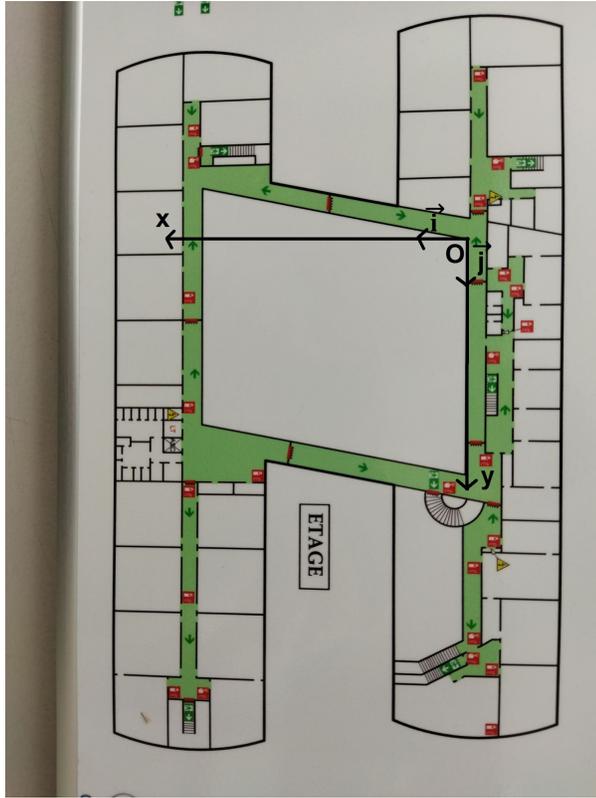
Chaque salle du lycée comporte un répéteur wifi au dessus de la porte. Un utilisateur peut mesurer l'intensité perçue du signal émis par chaque répéteur. Cette intensité devrait être inversement proportionnelle au carré de la distance du répéteur, elle devrait donc dépendre principalement de la position de l'utilisateur. On cherche à utiliser ces mesures d'intensité pour déduire la position de l'utilisateur.

Dans un premier temps, on cherche uniquement à localiser un utilisateur au premier étage.

### 1.2 Définition d'un repère

On définit un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  dans le lycée, où:

- $O$  est placé au coin Nord-Est des fenêtres
- $\vec{i}$  est orienté vers l'Ouest
- $\vec{j}$  est orienté vers le Sud
- $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1m$



## 2 Méthode

Soit  $D$  le nombre de répéteurs dans le lycée.

Soient  $N$  points d'étalonnage ayant chacun une position  $P_i(x_i; y_i)$  et une mesure représentée par un vecteur

$$\vec{v}_i \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \\ \vdots \\ v_{i,D} \end{bmatrix}$$

Où  $v_{i,j}$  est l'intensité du signal provenant du répéteur  $j$  captée au point  $P_i$ .

Une mesure de l'utilisateur peut également être représentée par un vecteur

$$\vec{m} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_D \end{bmatrix}$$

Où  $m_j$  est l'intensité du signal provenant du répéteur  $j$  captée par l'utilisateur.

Pour localiser l'utilisateur à partir d'une mesure  $\vec{m}$ , on associe à chaque point d'étalonnage  $i$  un score de différence  $s_i = \|\vec{m} - \vec{v}_i\|$ . On identifie ensuite les deux scores les plus faibles  $s_a$  et  $s_b$ , associés respectivement aux points d'étalonnage  $a$  et  $b$ .

Le vecteur position de l'utilisateur  $\vec{OP}_u$  est alors:

$$\vec{OP}_u = \vec{OP}_a + x(\vec{OP}_b - \vec{OP}_a)$$

Où

$$x = \frac{(\vec{v}_b - \vec{v}_a) \cdot (\vec{m} - \vec{v}_a)}{(\vec{v}_b - \vec{v}_a)^2}$$

### 3 Justification

Les points d'étalonnage  $a$  et  $b$  sont ceux dont la mesure est la moins différente de celle de l'utilisateur, on peut donc supposer que  $P_a$  et  $P_b$  sont les points les plus proches de l'utilisateur. On suppose alors que l'utilisateur se trouve proche de la droite  $(P_a P_b)$ , et on cherche à estimer la position de l'utilisateur sur cette droite. Pour cela, on cherche un paramètre  $x_1$  pour estimer la position  $P_u$  de l'utilisateur:

$$\vec{OP}_u = \vec{OP}_a + x_1(\vec{OP}_b - \vec{OP}_a)$$

On peut également trouver un paramètre  $x_2$  pour donner une approximation  $\vec{m}'$  de la mesure  $\vec{m}$  de l'utilisateur comme une moyenne pondérée de  $\vec{v}_a$  et  $\vec{v}_b$ :

$$\vec{m} \approx \vec{m}' = \vec{v}_a + x_2(\vec{v}_b - \vec{v}_a)$$

On peut alors chercher ce  $x_2$  pour minimiser  $\|\vec{m} - \vec{m}'\|$ . On raisonne géométriquement dans un espace à  $D$  dimensions. On définit un point origine  $O'$  (défini arbitrairement en  $D$  dimensions, à ne pas confondre avec l'origine  $O$  du repère dans le lycée en 2 dimensions) et les points  $V_a$ ,  $V_b$ ,  $M$  et  $M'$  tels que  $\vec{O'V}_a = \vec{v}_a$ ,  $\vec{O'V}_b = \vec{v}_b$ ,  $\vec{O'M} = \vec{m}$ , et  $\vec{O'M'} = \vec{m}'$ .

Ainsi,  $\|\vec{m} - \vec{m}'\| = MM'$ . Pour minimiser cette valeur,  $M'$  est alors le projeté orthogonal de  $M$  sur  $(V_a V_b)$ , d'où:

$$\begin{aligned} \vec{MM'} \cdot \vec{V}_a \vec{V}_b &= 0 \\ (\vec{m}' - \vec{m}) \cdot (\vec{v}_b - \vec{v}_a) &= 0 \\ (\vec{v}_a + x_2(\vec{v}_b - \vec{v}_a) - \vec{m}) \cdot (\vec{v}_b - \vec{v}_a) &= 0 \\ (\vec{v}_a - \vec{m}) \cdot (\vec{v}_b - \vec{v}_a) + x_2(\vec{v}_b - \vec{v}_a)^2 &= 0 \\ x_2(\vec{v}_b - \vec{v}_a)^2 &= (\vec{m} - \vec{v}_a) \cdot (\vec{v}_b - \vec{v}_a) \\ x_2 &= \frac{(\vec{v}_b - \vec{v}_a) \cdot (\vec{m} - \vec{v}_a)}{(\vec{v}_b - \vec{v}_a)^2} \end{aligned}$$

On suppose que  $x_1 \approx x_2$ , sans justification particulière, autre que l'interprétation intuitive " $x_2$  indique à quel point on est proche de  $V_a$  par rapport à  $V_b$ , ce qui doit également indiquer à quel point on est proche de  $P_a$  par rapport à  $P_b$ ".