Règles de typage du μ-calcul

Règles actuelles [?]

$$\frac{}{\Gamma \vdash \top : \bullet} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Phi_1 : \bullet \qquad \Gamma \vdash \Phi_2 : \bullet}{\Gamma \vdash \Phi_1 \wedge \Phi_2 : \bullet} \qquad \frac{\overline{\Gamma} \vdash \Phi : \tau}{\Gamma \vdash \neg\Phi : \tau}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \Phi : \bullet}{\{\sqcup\} \circ \Gamma \vdash \langle a \rangle_i \Phi : \bullet} \qquad \frac{\Gamma \vdash \Phi : \bullet}{\Gamma \vdash \{\vec{i} \leftarrow \vec{j}\}\Phi : \bullet} \qquad \frac{\upsilon \subseteq \{\sqcap, \sqcup\} \text{ or } \upsilon = any}{\Gamma, X^\upsilon : \tau \vdash X : \tau}$$

$$\frac{\Gamma_1 \vdash \mathfrak{F} : \bullet^\upsilon \to \tau \qquad \Gamma_2 \vdash \Phi : \bullet}{\Gamma \vdash \mathfrak{F}\Phi : \tau} \; {\scriptstyle \begin{array}{l} \Gamma \preceq \Gamma_1 \\ \Gamma \preceq \upsilon \circ \Gamma_2 \end{array}}$$

$$\frac{\Gamma, X^\upsilon : \tau \vdash \Phi}{\Gamma \vdash \mu X : \tau \,.\, \Phi} \; X \notin vars(\Gamma) \qquad \frac{\Gamma, X^\upsilon : \bullet \vdash \Phi : \tau}{\Gamma \vdash \lambda X^\upsilon : \bullet \,.\, \Phi : \bullet^\upsilon \to \tau} \; X \notin vars(\Gamma)$$

Nouvelles règles

On pose $\mathit{type}(\Delta, f) = (\Gamma, \tau)$ avec f, une formule écrite selon les règles du μ-calcul, Γ, l'environnement de typage de f et τ, le type de f. Δ représente un environnement de typage incomplet, sans les variances des variables, par exemple $\Delta = (X : \bullet, Y : \bullet^\emptyset \to \bullet)$. Notons que par contre les types qui apparaissent dans Δ ont les informations de variabnce. Par la suite, on essaiera de se passer de ces informations de variance, voire de Δ en entier... Pour le moment on suppose ce Δ donné, et ceci grace à des annotations de typage dans la formule que l'on cherche à typer. Seules les annotations de variance pour les variables introduites par λ ne sont pas données. Par exemple une formule f possible est $\lambda X : \bullet^\emptyset \to \bullet.\ X\top$.
TODO : rentre tout cela plus formel en donnant une grammaire pour f, pour Δ, pour τ, et pour Γ.

Dans la suite, $\emptyset$ représente l'environnement de typage vide.

On note $\upsilon_1 \wedge \upsilon_2$ la variance "inf" des deux variances υ_1 et υ_2 au sens du treillis des variances. On note $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$ l'environnement de typage tel que :

- si $X^\upsilon : \tau$ apparait dans Γ_1 et $X \notin \mathsf{vars}(\Gamma_2)$, alors $X^\upsilon : \tau$ apparait dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$
- si $X^\upsilon : \tau$ apparait dans Γ_2 et $X \notin \mathsf{vars}(\Gamma_1)$, alors $X^\upsilon : \tau$ apparait dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$
- si $X^{\upsilon_1} : \tau_1$ apparait dans Γ_1 et $X^{\upsilon_2} : \tau_2$ apparait dans Γ_2, alors (1) si

$\tau_1 \neq \tau_2$, $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$ n'est pas défini, et (2) si $\tau_1 = \tau_2$, alors $X^{\upsilon_1 \wedge \upsilon_2} : \tau_1$ apparait dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$.

$$\frac{}{type(\Delta, \top) = (\emptyset, \bullet)} \qquad \frac{type(\Delta, \Phi_1) = (\Gamma_1, \bullet) \qquad type(\Delta, \Phi_2) = (\Gamma_2, \bullet)}{type(\Delta, \Phi_1 \wedge \Phi_2) = (\Gamma_1 \wedge \Gamma_2, \bullet)}$$

$$\frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \tau)}{type(\Delta, \neg\Phi) = (\overline{\{\sqcap, \sqcup\}} \circ \Gamma, \tau)} \qquad \frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \bullet)}{type(\Delta, \langle a \rangle_i \Phi) = (\{\sqcup\} \circ \Gamma, \bullet)}$$

$$\frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \bullet)}{type(\Delta, \{\vec{i} \leftarrow \vec{j}\}\Phi) = (\Gamma, \bullet)} \qquad \frac{(X : \tau) \in \Delta}{type(\Delta, X) = (X^{\{\sqcap, \sqcup\}} : \tau, \tau)}$$

$$\frac{type(\Delta, \mathfrak{F}) = (\Gamma_1, \sigma^{\upsilon} \rightarrow \tau) \qquad type(\Delta, \Phi) = (\Gamma_2, \sigma)}{type(\Delta, \mathfrak{F}\Phi) = (\Gamma_1 \wedge \upsilon \circ \Gamma_2, \tau)}$$

$$\frac{type(\Delta \cup \{X : \tau\}, \Phi) = (\Gamma, \sigma) \qquad \sigma = \tau \qquad \Gamma = \Gamma' \cup \{X^{\upsilon} : \sigma\} \qquad \upsilon \succeq \varnothing}{type(\Delta, \mu X : \tau \,.\, \Phi) = (\Gamma', \tau)}$$

$$\frac{type(\Delta \cup \{X : \sigma\}, \Phi) = (\Gamma, \tau) \qquad \Gamma = \Gamma' \cup \{X^{\upsilon} : \sigma'\}}{type(\Delta, \lambda X : \sigma \,.\, \Phi) = (\Gamma', \sigma'^{\upsilon} \rightarrow \tau)}$$