

Règles de typage du μ -calcul

Règles actuelles [1]

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\Gamma \vdash \top : \bullet} \quad \frac{\Gamma \vdash \Phi_1 : \bullet \quad \Gamma \vdash \Phi_2 : \bullet}{\Gamma \vdash \Phi_1 \wedge \Phi_2 : \bullet} \quad \frac{\bar{\Gamma} \vdash \Phi : \tau}{\Gamma \vdash \neg \Phi : \tau} \\
 \\
 \frac{\Gamma \vdash \Phi : \bullet}{\{\sqcup\} \circ \Gamma \vdash \langle a \rangle_i \Phi : \bullet} \quad \frac{\Gamma \vdash \Phi : \bullet}{\Gamma \vdash \{\vec{i} \leftarrow \vec{j}\} \Phi : \bullet} \quad \frac{v \subseteq \{\sqcap, \sqcup\} \text{ or } v = any}{\Gamma, X^v : \tau \vdash X : \tau} \\
 \\
 \frac{\Gamma_1 \vdash \mathfrak{F} : \bullet^v \rightarrow \tau \quad \Gamma_2 \vdash \Phi : \bullet}{\Gamma \vdash \mathfrak{F} \Phi : \tau} \quad \frac{\Gamma_1 \preceq \Gamma_2}{\Gamma \preceq v \circ \Gamma_2} \\
 \\
 \frac{\Gamma, X^v : \tau \vdash \Phi}{\Gamma \vdash \mu X : \tau . \Phi} \quad X \notin vars(\Gamma) \quad \frac{\Gamma, X^v : \bullet \vdash \Phi : \tau}{\Gamma \vdash \lambda X^v : \bullet . \Phi : \bullet^v \rightarrow \tau} \quad X \notin vars(\Gamma)
 \end{array}$$

Nouvelles règles

On pose $type(\Delta, f) = (\Gamma, \tau)$ avec f , une formule écrite selon les règles du μ -calcul, Γ , l'environnement de typage de f et τ , le type de f . Δ représente un environnement de typage incomplet, sans les variances des variables, par exemple $\Delta = (X : \bullet, Y : \bullet^\emptyset \rightarrow \bullet)$. Notons que par contre les types qui apparaissent dans Δ ont les informations de variance. Par la suite, on essaiera de se passer de ces informations de variance, voire de Δ en entier... Pour le moment on suppose ce Δ donné, et ceci grace à des annotations de typage dans la formule que l'on cherche à typer. Seules les annotations de variance pour les variables introduites par λ ne sont pas données. Par exemple une formule f possible est $\lambda X : \bullet^\emptyset \rightarrow \bullet . X \top$.

TODO : rentre tout cela plus formel en donnant une grammaire pour f , pour Δ , pour τ , et pour Γ .

Dans la suite, \emptyset représente l'environnement de typage vide.

On note $v_1 \wedge v_2$ la variance "inf" des deux variances v_1 et v_2 au sens du treillis des variances. On note $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$ l'environnement de typage tel que :

- si $X^v : \tau$ apparait dans Γ_1 et $X \notin vars(\Gamma_2)$, alors $X^v : \tau$ apparait dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$
- si $X^v : \tau$ apparait dans Γ_2 et $X \notin vars(\Gamma_1)$, alors $X^v : \tau$ apparait dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$
- si $X^{v_1} : \tau_1$ apparait dans Γ_1 et $X^{v_2} : \tau_2$ apparait dans Γ_2 , alors (1) si

$\tau_1 \neq \tau_2$, $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$ n'est pas défini, et (2) si $\tau_1 = \tau_2$, alors $X^{v_1 \wedge v_2} : \tau_1$ apparaît dans $\Gamma_1 \wedge \Gamma_2$.

$$\frac{}{type(\Delta, \top) = (\emptyset, \bullet)} \quad \frac{type(\Delta, \Phi_1) = (\Gamma_1, \bullet) \quad type(\Delta, \Phi_2) = (\Gamma_2, \bullet)}{type(\Delta, \Phi_1 \wedge \Phi_2) = (\Gamma_1 \wedge \Gamma_2, \bullet)}$$

$$\frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \tau)}{type(\Delta, \neg \Phi) = (\{\top, \perp\} \circ \Gamma, \tau)} \quad \frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \bullet)}{type(\Delta, \langle a \rangle_i \Phi) = (\{\perp\} \circ \Gamma, \bullet)}$$

$$\frac{type(\Delta, \Phi) = (\Gamma, \bullet)}{type(\Delta, \{\vec{i} \leftarrow \vec{j}\} \Phi) = (\Gamma, \bullet)} \quad \frac{(X : \tau) \in \Delta}{type(\Delta, X) = (X^{\{\top, \perp\}} : \tau, \tau)}$$

$$\frac{type(\Delta, \mathfrak{F}) = (\Gamma_1, \sigma^v \rightarrow \tau) \quad type(\Delta, \Phi) = (\Gamma_2, \sigma)}{type(\Delta, \mathfrak{F}\Phi) = (\Gamma_1 \wedge v \circ \Gamma_2, \tau)} \\ \frac{type(\Delta \cup \{X : \tau\}, \Phi) = (\Gamma, \sigma) \quad \sigma = \tau \quad \Gamma = \Gamma' \cup \{X^v : \sigma\} \quad v \succeq \emptyset}{type(\Delta, \mu X : \tau . \Phi) = (\Gamma', \tau)} \\ \frac{type(\Delta \cup \{X : \sigma\}, \Phi) = (\Gamma, \tau) \quad \Gamma = \Gamma' \cup \{X^v : \sigma'\}}{type(\Delta, \lambda X : \sigma . \Phi) = (\Gamma', \sigma'^v \rightarrow \tau)}$$

Références

- [1] Lange, M., Lozes, E., Vargas Guzmán, M. : Model-checking process equivalences. Theoretical Computer Science **560**, 326 – 347 (2014). <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tcs.2014.08.020>, <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397514006574>, games, Automata, Logic and Formal Verification