

# Atividade B3-1 – Cálculo do tempo de execução do algoritmo Insertion Sort

## Enunciado:

### Instruções

Vimos que o tempo de execução de um algoritmo é dado pela quantidade de passo básicos executados por ele sobre uma certa instância de entrada.

posto isto, elabore a contagem de tempo para o seguinte algoritmo; INSERTION-SORT

```
INSERTION-SORT(A)
1  for j ← 2 to length[A]
2      do key ← A[j]
3          ▷ Insert A[j] into the sorted
              sequence A[1 .. j − 1].
4      i ← j − 1
5      while i > 0 and A[i] > key
6          do A[i + 1] ← A[i]
7              i ← i − 1
8      A[i + 1] ← key
```

FONTE; Algoritmos, teoria e prática (Cormen,2002)

Importante:

Considere cada instrução tempo um tempo *t*:

- Atribuição de valores á variáveis
- operação de lógica
- operação aritmética
- operação de acesso
- operação de retorno

a entrega deverá no Github, conforme padrão estabelecido na disciplina

## Explicação do Código:

Para analisar o tempo de execução do algoritmo, precisamos contar o número de operações básicas executadas em cada linha de código, considerando cada uma das instruções como uma operação que leva um tempo “*t*”.

- **Análise Linha por Linha:**

### **1. Linha 1: `for j <- 2 to length[A]`**

- A operação de atribuição (`j <- 2`) ocorre uma vez: t.
- O teste da condição no `for` (`j <= length[A]`) ocorre (n - 1) vezes (onde n é o tamanho do array): (n - 1) x t.
- A operação de incremento (`j++`) ocorre (n - 1) vezes: (n-1) x t.

**Total da linha 1:  $t + 2(n - 1)t = (2n - 1)t$ .**

### **2. Linha 2: `key <- A[j]`**

- A operação de atribuição (`key <- A[j]`) ocorre (n - 1) vezes, uma para cada valor de "j" no loop: (n - 1)t.

**Total da linha 2:  $(n - 1)t$ .**

### **3. Linha 3: `i <- j - 1`**

- A operação de atribuição (`i <- j - 1`) ocorre (n - 1) vezes: (n - 1)t.

**Total da linha 3:  $(n - 1)t$ .**

### **4. Linha 4: `while i > 0 and A[i] > key`**

- O número de vezes que este `while` é executado depende da posição do elemento `key` em relação aos elementos anteriores.
- Vamos supor que em um cenário específico, o `while` faz o máximo de comparações possíveis, ou seja, percorre todos os elementos anteriores a `key`. Neste caso, o número de iterações para cada valor de "j" será j - 1.
- O teste da condição `i > 0` ocorre uma vez para cada iteração do `while`, então o número total de comparações na pior hipótese é:  $\sum_{j=2}^n (j-1) = 2(n-1)n$ .
- Cada comparação tem 2 operações básicas (comparação `i > 0` e `A[i] > key`):  $2 \times 2(n - 1)n/2 t = n(n-1)t$ .

**Total da linha 4:  $n(n - 1)t$ .**

#### 5. Linha 5: `A[i + 1] <- A[i]`

- Atribuição dentro do `while`, executada sempre que a condição for verdadeira.
- O número de atribuições é igual ao número de iterações do `while`, que no caso é  $\sum_{j=1}^n 2n(j-1) = 2(n-1)n$ .

**Total da linha 5:  $5: (n-1)n/2 \times t$ .**

#### 6. Linha 6: `i <- i - 1`

- Atribuição dentro do `while`, também executada no pior caso:  $\sum_{j=1}^n 2n(j-1) = 2(n-1)n$  vezes.

**Total da linha 6:  $(n-1)n/2 \times t$ .**

#### 7. Linha 7: `A[i + 1] <- key`

- Atribuição após o `while`, ocorre  $(n-1)$  vezes.

**Total da linha 7:  $(n-1)t$ .**

#### Soma Total do Tempo de Execução:

- Somando o tempo gasto em todas as linhas:

- Linha 1:  $(2n-1)t$ .
- Linha 2:  $(n-1)t$ .
- Linha 3:  $(n-1)t$ .
- Linha 4:  $n(n-1)t$ .
- Linha 5:  $(n-1)n/2 \times t$ .
- Linha 6:  $(n-1)n/2 \times t$ .
- Linha 7:  $(n-1)t$ .

- Somando todos os termos:

$$T(n) = (2n-1)t + (n-1)t + (n-1)t + n(n-1)t + 2(n-1)nt + 2(n-1)nt + (n-1)t$$

- **Simplificando:**

$$T(n) = 4(n-1)t + n(n-1)t + (n-1)nt = 4nt - 4t + n^2t - nt + n^2t - nt$$

$$T(n) = 2n^2t + 2nt - 4t$$

$$T(n) = 2n^2t + 2nt - 4t$$

$$T(n) = 2n^2t + 2nt - 4t$$

### **Conclusão:**

O tempo de execução do algoritmo Insertion Sort no pior caso é  $T(n) = (2n^2t + 2nt - 4t)$ , o que corresponde à complexidade  $O(n^2)$ .