Programme linéaire

Camille Simon 15/03/18

Variables :

- o, l'entrepôt
- K, le nombre de véhicules $(k = 1, \ldots, K)$
- Q, la capacité des véhicules. Cette capacité est identique pour tous les véhicules
- n, le nombre de nœuds du graphe $(clients = 1, \ldots, n-1)$ et $(nodes = 0, \ldots, n-1)$
- $G(V, A, C)$, le graphe représentant la situation avec :
  - $V = \{0, 1, \ldots, n\}$, l'ensemble des sommets du graphe formé par l'entrepôt et les clients
  - $A = \{(i,j), i, j \in V, i \neq j\}$, l'ensemble des arcs
  - $C = \{c_{ij}, (i,j) \in A\}$, l'ensemble des coûts associés aux arcs. Ici, les coûts seront les distances.
- x_{ijk} qui vaut 1 si le véhicule k parcourt l'arc (i,j), vaut 0 sinon.

Programme linéaire :

$$
\begin{array}{lllr}
\text{min} & \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ijk} & & (1) \\
\text{s.c.} & \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=0}^{n} x_{ijk} = 1 & \forall i \in V \backslash \{o\} & (2) \\
& \sum_{i=0}^{n} x_{ijk} = \sum_{l=0}^{n} x_{jlk} & \forall i \in V \backslash \{o\}; k = 1, \ldots, K & (3) \\
& \sum_{j=1}^{n} x_{ojk} = 1 & k = 1, \ldots, K & (4) \\
& \sum_{i=0}^{n} x_{iok} = 1 & k = 1, \ldots, K & (5) \\
& \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{n} q_i x_{ijk} \leq Q & k = 1, \ldots, K & (6) \\
& n_j \geq n_i + 1 - M(1 - x_{ijk}) & \forall (i,j) \in A; k = 1, \ldots, K \text{ et } M = n & (7)
\end{array}
$$

Explications du programme linéaire :

(1) La fonction objectif, cherche à minimiser le coût des tournées

(2) Permet de visiter chaque client une unique fois

(3) Assure que lorsque qu'un véhicule arrive chez un client, il en reparte (conservation de flot)

(4) Impose aux véhicules de partir de l'entrepôt

(5) Impose aux véhicules de finir leurs tournées à l'entrepôt

(6) Assure le respect de la capacité des véhicules

(7) Empêche les sous tours