

$A_3(a, b, c)$ es un árbol ternario de naturales.

$\text{reflejo}(n) = n$, donde $n \in \mathbb{N}$ y n es el árbol sin ramas

$$\text{reflejo}(A_3(a, b, c)) = A_3(\text{reflejo}(c), \text{reflejo}(b), \text{reflejo}(a))$$

Demostremos $\text{reflejo}(\text{reflejo}(A_3(a, b, c))) = A_3(a, b, c)$

- Caso base

Sea, $n \in \mathbb{N}$, n el árbol trivial (sin ramas), veamos si se cumple

$$\begin{aligned} \text{reflejo}(\text{reflejo}(n)) &= \text{reflejo}(n) && \text{por definición} \\ &= n && \text{por definición} \end{aligned}$$

Entonces si se cumple

- Hip de inducción

Supongamos que para los árboles a , b y c (de los cuales tenemos al árbol $d = A_3(a, b, c)$) se cumple lo siguiente

$$\text{reflejo}(\text{reflejo}(a)) = a, \quad \text{reflejo}(\text{reflejo}(b)) = b \quad \text{y} \quad \text{reflejo}(\text{reflejo}(c)) = c$$

ya que $a \leq d$, $b \leq d$ y $c \leq d$

- Paso inductivo

Demostremos para el árbol $d = A_3(a, b, c)$

$$\text{reflejo}(\text{reflejo}(A_3(a, b, c) = d)) = \text{reflejo}(A_3(\text{reflejo}(c), \text{reflejo}(b), \text{reflejo}(a)))$$

por definición, luego $= A_3(\text{reflejo}(\text{reflejo}(a)), \text{reflejo}(\text{reflejo}(b)),$

$\text{reflejo}(\text{reflejo}(c)))$ por definición

después $= A_3(a, b, c)$ por hipótesis de inducción

y por como dijimos que es $d = A_3(a, b, c)$

Por último, por inducción, se cumple \square