Rivera Hernandez Ernesto Yahir
García Ponce José Camilo

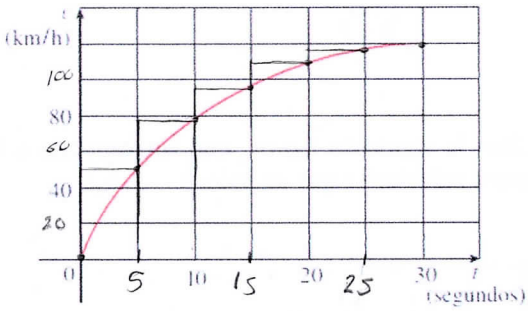
Tarea #4

1. En la tabla se muestran las lecturas del velocimetro de un coche, a intevalos de 12 segundos.
   - Realice una gráfica de v vs t. hojita
   - Calcule la distancia recorrida por la moto durante los primeros 60 *segundos*.

t (s)	0	12	24	36	48	60
v (pies/s)	30	28	25	22	24	27

estimacion por derecha 1512 pies

2. Se muestra la gráfica de velocidad de un vehículo que acelera del estado de reposo hasta una velocidad de 120 $\frac{km}{h}$ durante un periodo de 30 *segundos*. Calcule la distancia recorrida durante este periodo.



estimacion por derecha 791.66 m

3. Evalue cada integral, interpretándola en términos de "áreas bajo la curva".
   - a)

$$\int_{1}^{3} (3 - 2x)\, dx = 4$$

- b)

$$\int_{-1}^{2} (3 - 2x)\, dx \quad = 4$$

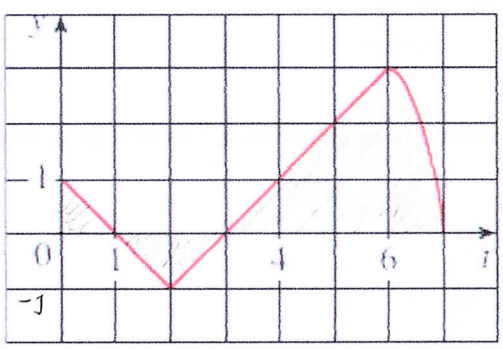
- c)

$$\int_{-1}^{2} |x|\, dx \quad = \frac{5}{2} = 2.5$$

4. Utilice una de las **propiedades de las integrales**, para encontrar el valor de: $\int_1^4 f(x)dx$, dado que:

   - $\int_1^5 f(x)dx = 12$ 8.4
   - $\int_4^5 f(x)dx = 3.6$

5. Sea $g(x) = \int_0^t f(t)dt$. Utilice la siguiente figura, que corresponde a la gráfica de la función $f(t)$, para calcular lo que se pide:



   - $g(0)$. $= 0$
   - $g(1)$. $= \frac{1}{2}$
   - $g(2)$. $= 0$
   - $g(3)$. $= -\frac{1}{2}$

- $g(4)$. $= 0$
- $g(5$. $= \frac{3}{2}$
- $g(6)$. $= 4$
- $g(7)$. ≈ 5.5
- ¿Dónde tiene un valor máximo $g(x)$. $x = 7$
- ¿Dónde tiene un valor mínimo $g(x)$. $x = 3$

6. Compruebe mediante derivación que:

   - $\int x \cos x dx = \cos x + x \sin x + C$
   - $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \sqrt{x^2+1} + C$

   en hojita

   Recuerde que:

$$\boxed{\int f(x)\,dx = F(x) \qquad \text{significa} \qquad F'(x) = f(x)}$$

7. Mediante una **gráfica** proporcione una estimación del área bajo la curva $y = \sec^2 x$, para $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$. 1.7980
   Después calcule el área exacta bajo la curva, por medio la integral correspondiente. $\sqrt{3}$ o 1.7320508
   Hint: para la "estimación", utilice rectángulos y triángulos rectángulos que lo ayuden a "estimar" el área bajo la curva.

8. Se dan la función **aceleración** $[\frac{m^2}{s}]$ y **velocidad inicial** de una partícula que se desplaza a lo largo de una recta.
   $a(t) = 2t + 3$, $v(0) = -4\frac{m}{s}$, $t \in [0, 3]$. Proporcione:

   - $v(t)$ $t^2 + 3t - 4$
   - La distancia recorrida por la partícula, en el intervalo de tiempo dado. $\frac{89}{6}$ m

9. Del fondo de un tanque de agua se fuga agua a una velocidad $r(t) = 200 - 4t$ $[\frac{litros}{minuto}]$, donde $t \in [0, 50]$.
   ¿Cuántos *litros* de agua se han fugado durante los primeros 10 minutos? 1800 litros

10. Evalue las siguientes integrales, efectuando la sustitución dada:

    (a) $\int_0^2 (x-1)^{25} dx$, $u = x - 1$ $= 0$

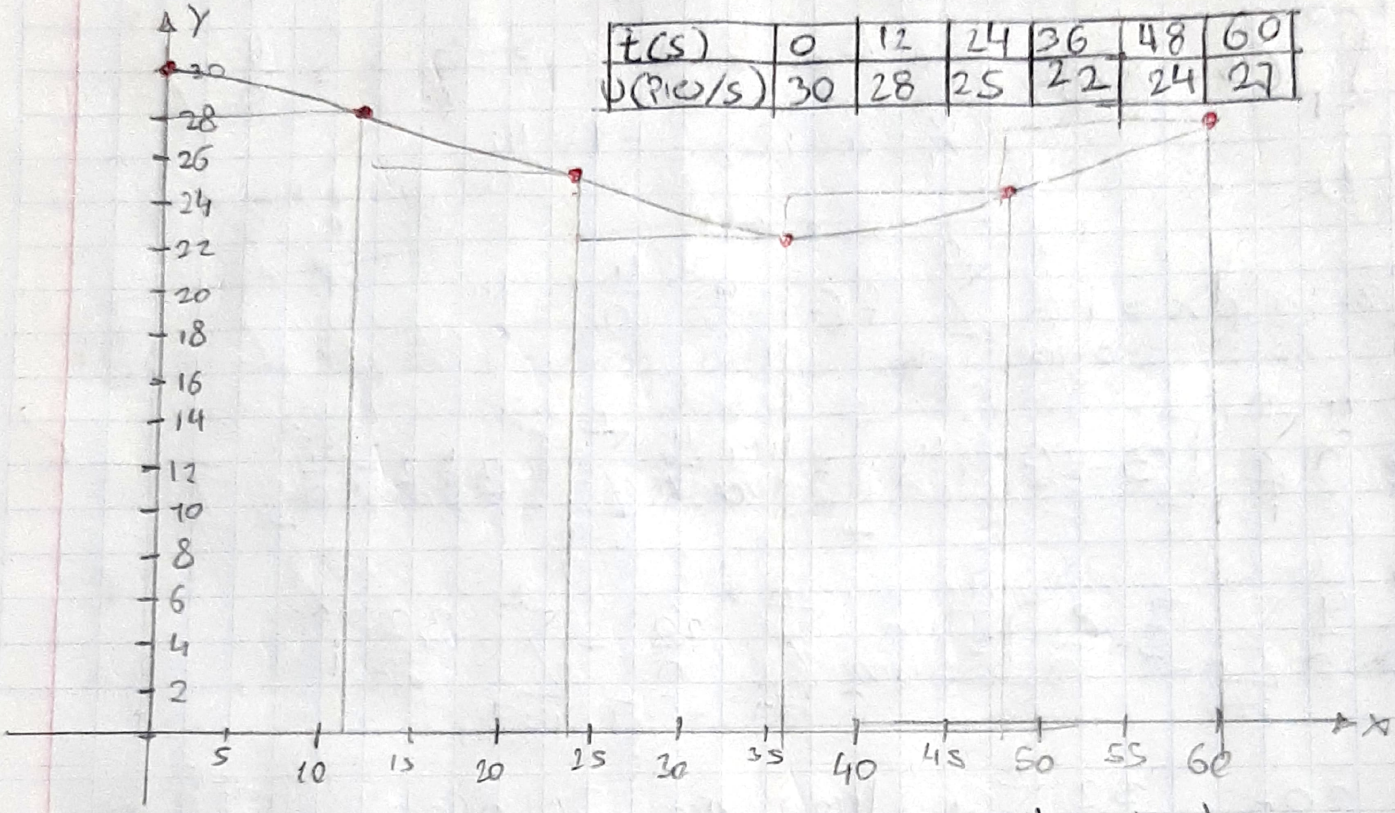
    (b) $\int_0^7 \sqrt{4+3x} dx$, $u = 4 + 3x$ $= 26$

Tarea 4

1.- En la tabla se muestran las lecturas del velocímetro de un coche a intervalos de 12 segundos

- Realize una gráfica de v vs t

t(s)	0	12	24	36	48	60
v(pie/s)	30	28	25	22	24	27



- Calcule la distancia recorrida por la moto durante los primeros 60 segundos

$$d = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(t_1)\Delta t \qquad \Delta t = \frac{b-a}{n} = \frac{60-0}{5} = 12$$

Por lo tanto la distancia es aproximadamente tomando el lado derecho de cada rectángulo:

$$d = f(12)(12) + f(24)(12) + f(36)(12) + f(48)(12) + f(60)(12)$$

$$d = 12(28+25+22+24+27) = 12(126) = 1512 \text{ pies aprox}$$

(2) hacemos estimaciones de la distancia con 7 rectangulos

v (m/s	0	$\frac{125}{9}$	$\frac{65}{3}$	$\frac{475}{18}$	$\frac{275}{9}$	$\frac{65}{2}$	$\frac{100}{3}$
t (s)	0	5	10	15	20	25	30

k volvemos km/h a m/s

veamos que los periodos son cada 5 segundos

-usando velocidad inicial de cada periodo (estimacion por izq)

$$(0\times5)+\left(\frac{125}{9}\times5\right)+\left(\frac{65}{3}\times5\right)+\left(\frac{475}{18}\times5\right)+\left(\frac{275}{9}\times5\right)+\left(\frac{65}{2}\times5\right)=$$

$$0+\frac{625}{9}+\frac{325}{3}+\frac{2375}{18}+\frac{1375}{9}+\frac{325}{2}=625\text{ m}$$

-usando velocidad final de cada periodo (estimacion por derecha)

$$\left(\frac{125}{9}\times5\right)+\left(\frac{65}{3}\times5\right)+\left(\frac{475}{18}\times5\right)+\left(\frac{275}{9}\times5\right)+\left(\frac{65}{2}\times5\right)+\left(\frac{100}{3}\times5\right)=$$

$$\frac{625}{9}+\frac{325}{3}+\frac{2375}{18}+\frac{1375}{9}+\frac{325}{2}+\frac{500}{3}=791.666\text{ m}$$

-usando velocidad media de cada periodo

$$\left(\frac{125}{10}\times5\right)+\left(\frac{356}{15}\times5\right)+\left(\frac{865}{36}\times5\right)+\left(\frac{1025}{36}\times5\right)+\left(\frac{1135}{36}\times5\right)+\left(\frac{395}{12}\times5\right)=$$

$$\frac{125}{2}+\frac{356}{3}+\frac{4325}{36}+\frac{5125}{36}+\frac{5675}{36}+\frac{1975}{12}=765.888\text{ m}$$

3.- Evalue cada integral, interpretándola en términos de "área bajo la curva"

a) $\int_{-1}^{3} (3-2x)\,dx$

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-(-1)}{n} = \frac{4}{n}$$

$$x_i = a + i\Delta x = -1 + \frac{4i}{n}$$

$$\int_{-1}^{3} (3-2x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f\left(-1+\frac{4i}{n}\right)\frac{4}{n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[3-2\left(-1+\frac{4i}{n}\right)\right] = \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[3+2-\frac{8i}{n}\right] =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n} \sum_{i=1}^{n} \left[5-\frac{8i}{n}\right] = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{20}{n} - \sum_{i=1}^{n} \frac{32}{n^2} i$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{20n}{n} - \frac{32}{n^2} \sum_{i=1}^{n} i = \lim_{n\to\infty} 20 - \frac{32}{n^2}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} 20 - \frac{32}{n^2}\left(\frac{n^2+n}{2}\right) = \lim_{n\to\infty} 20 - \frac{32n^2+32n}{2n^2} = \lim_{n\to\infty} 20 - \frac{32n(1+n)}{2n(n)}$$

$$= \lim_{n\to\infty} 20 - 16(1+1/n) = 20-16 = \boxed{4}$$

c) $\int_{-1}^{2} |x| dx = \overset{①}{\int_{-1}^{0} -x dx} + \overset{②}{\int_{0}^{2} x dx}$

① $\int_{-1}^{0} -x dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ | $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{0-(-1)}{n} = \frac{1}{n}$, $x_i = a + i\Delta x = -1 + \frac{1}{n} i$

$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} -(-1+\frac{1}{n}i)\frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} 1 - \frac{1}{n} i$

$= \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n^2} i = \lim_{n\to\infty} \frac{1n}{n} - \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} i$

$= \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{1}{n^2}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{1}{n^2}\frac{(n^2+n)}{2} = \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{n^2+n}{2n^2}$

$= \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{n(n+1)}{2n(n)} = \lim_{n\to\infty} 1 - \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{n}\right) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \underline{0.5}$

② $\int_{0}^{2} x dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ | $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-0}{n} = \frac{2}{n}$, $x_i = a + i\Delta x = 0 + \frac{2}{n} i = \frac{2}{n} i$

$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{2}{n} i \frac{2}{n} = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{4}{n^2} i = \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n^2} \sum_{i=1}^{n} i$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n^2}\left(\frac{(n+1)n}{2}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{4}{n^2}\left(\frac{n^2+n}{2}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{4n^2+4n}{2n^2}$

$\lim_{n\to\infty} \frac{4n(n+1)}{2n(n)} = 2\left(1+\frac{1}{n}\right) = \underline{2}$

$\int_{-1}^{2} |x| dx = 0.5 + 2 = \underline{2.5}$

(4) encontrar $\int_1^4 f(x)\,dx$

sabiendo que $\int_1^5 f(x)\,dx = 12$ y

$\int_4^5 f(x)\,dx = 3.6$

cosas usadas

$$\int_a^c f(x)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx$$

por propiedad de las integrales sabemos que

$$\int_1^5 f(x)\,dx = \int_1^4 f(x)\,dx + \int_4^5 f(x)\,dx$$

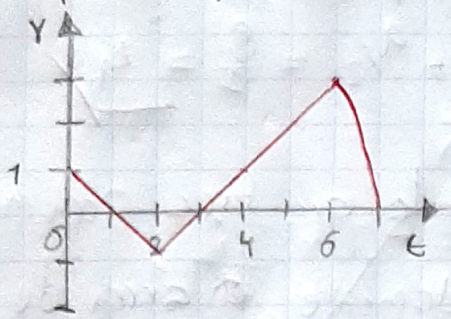
ahora reemplazamos los valores que sabemos

$$12 = \int_1^4 f(x)\,dx + 3.6$$

y ahora resolvemos

$$\int_1^4 f(x)\,dx = 12 - 3.6 = \frac{42}{5} = 8.4$$

5.- Sea $g(x) = \int_0^t f(t)\,dt$. Utilice la siguiente figura, que corresponde a la gráfica de la función $f(t)$, para calcular lo que se pide



- $g(0) = \int_0^0 f(t)\,dt$ como $a=b$, $0=0$

entonces $g(0) = 0$

- $g(1)$ de la gráfica podemos observar que es el área de un triángulo que tiene altura y base 1 por lo que

$$g(1) = \int_0^1 f(t)\,dt = \frac{1\cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

- $g(2) = \int_0^1 f(t)\,dt + \int_1^2 f(t)\,dt$ por la gráfica podemos notar que $\int_1^2 f(t)\,dt$ también es un triangulo base y altura 1 y además tiene valores negativos por lo que

$$g(2) = 1/2 - 1/2 = 0$$

- $g(3) = \int_0^2 f(t)\,dt + \int_2^3 f(t)\,dt$ de la grafica observamos que $\int_2^3 f(t)\,dt$ es un triángulo con área $1/2$ y es negativo por lo que

$$g(3) = 0 + (-1/2) = -1/2$$

- $g(4) = \int_0^3 f(t)\,dt + \int_3^4 f(t)\,dt$ como $\int_3^4 f(t)\,dt$ es un triángulo de área $1/2$ entonces

$$g(4) = -1/2 + 1/2 = 0$$

- $g(5) = \int_0^3 f(t)\,dt + \int_3^5 f(t)\,dt$ en la gráfica observamos que $\int_3^5 f(t)\,dt$ es el área de un triangulo base y altura 2 por lo que

$$g(5) = \int_0^3 f(t)\,dt + \int_3^5 f(t)\,dt = -1/2 + \frac{2\cdot 2}{2} = -1/2 + 4/2 = 3/2 = 1.5$$

- $g(6) = \int_0^3 f(t)dt + \int_3^6 f(t)dt$ de la gráfica vemos que $\int_3^6 f(t)dt$ es un triángulo con base y altura 3 por lo que

$$g(6) = -\frac{1}{2} + \frac{3 \cdot 3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

- $g(7) = \int_0^6 f(t)dt + \int_6^7 f(t)dt$ de la gráfica podemos observar que $\int_6^7 f(t)dt$ es aproximadamente el área de un triángulo con base 1 y altura 3 por lo que

$$g(7) = g(6) + \frac{3 \cdot 1}{2} = 4 + \frac{3}{2} = 5.5 \text{ aproximadamente}$$

- ¿Dónde tiene un valor máximo $g(x)$? en $x = 7$
- ¿Dónde tiene un valor mínimo $g(x)$? en $x = 3$

(6) comprobar que

(a) $\int x\cos x \, dx = \cos x + x\sin x + C$

derivamos $(\cos x) + (x\sin x) + (C) = f(x)$

$f'(x) = (-\sin x) + \left[(1\cdot\sin x) + (x\cdot\cos x)\right] + (0)$

$= -\sin x + \sin x + x\cos x$

$= x\cos x$ por lo tanto la integral indefinida esta bien

(b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \, dx = \sqrt{x^2+1} + C$

derivamos $\sqrt{x^2+1} + C = f(x)$ y $f(x) = h(g(x))$
$h(x) = \sqrt{x}$
$g(x) = x^2+1$

$f'(x) = h'(g(x))\cdot g'(x) + 0$

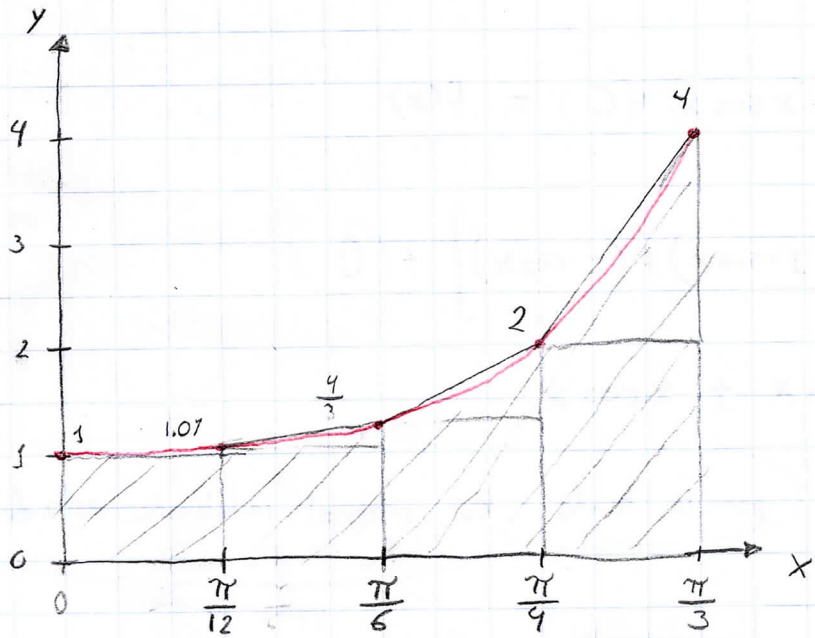
$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ y $g'(x) = 2x$

entonces $f'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\cdot 2x\right) + 0$

$= \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ por lo tanto la integral indefinida esta bien

(7). $y = \sec^2 x$ para $x \in [0, \frac{\pi}{3}]$

· grafica y estimacion



estimacion del area

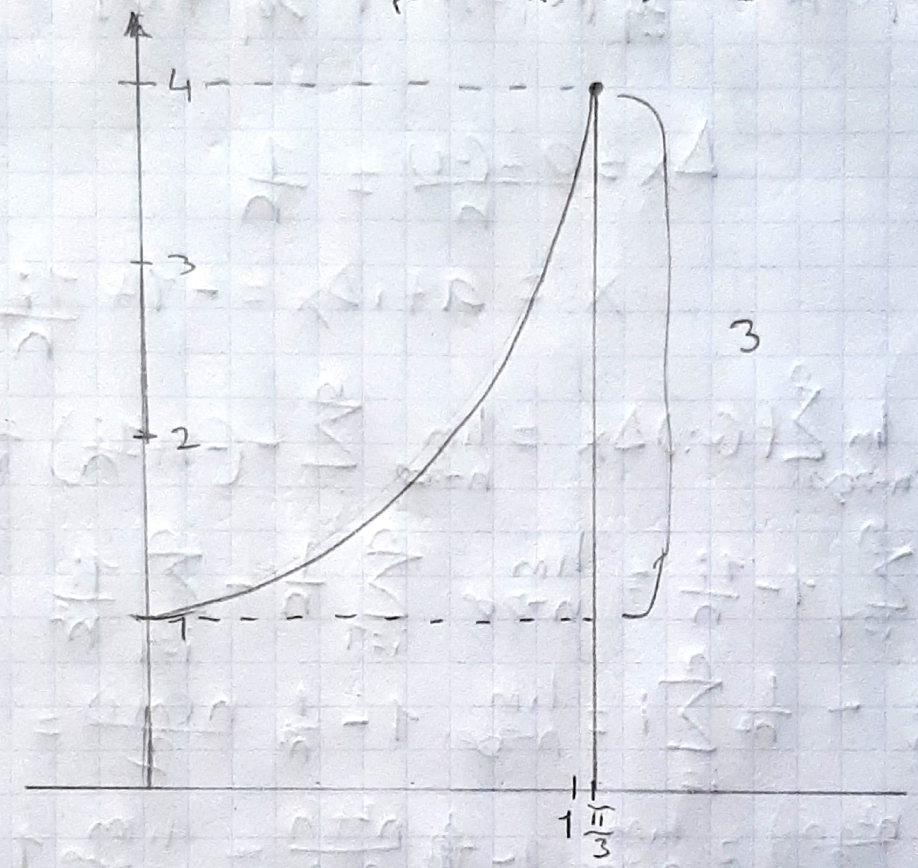
$$A = \left(\frac{\pi}{12} \times 1\right) + \left(\frac{\pi}{12} \times 1.07\right) + \left(\frac{0.263 \times \frac{\pi}{12}}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{12} \times \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{\frac{2}{3} \times \frac{\pi}{12}}{2}\right)$$

$$+ \left(\frac{\pi}{12} \times 2\right) + \left(\frac{2 \times \frac{\pi}{12}}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{12} + \frac{107\pi}{1200} + 0.0344 + \frac{\pi}{9} + \frac{\pi}{36} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}$$

$$\approx 1.7980$$

7- Mediante una gráfica proporcione una estimación del área bajo la curva $y = \sec^2 x$ para $x \in [0, \pi/3]$



Para estimar el área podemos tomar al rectángulo que tiene de base $\pi/3$ y de altura 1 y el triángulo rectángulo de base $\pi/3$ y de altura 3 por lo que

$$A = 1(\pi/3) + \frac{\left(\frac{\pi}{3} \cdot 3\right)}{2} = \pi/3 + \frac{\pi}{2} = 2.6$$

Por lo que el área es menor a 2.6

Después calcule el área exacta bajo la curva, por medio de la integral correspondiente

la integral es $\int_0^{\pi/3} \sec^2 x \, dx$ y la antiderivada es $\tan x$

Por lo tanto $\int_0^{\pi/3} \sec^2 x \, dx = \tan \Big]_0^{\pi/3} = \tan \pi/3 - \tan(0)$

$$\int_0^{\pi/3} \sec^2 x \, dx = 1.732050807 - 0 = \underline{1.732050807}$$

(8) $a(t) = 2t+3 \ \frac{m^2}{s}$ y $v(0) = -4\frac{m}{s}$, $t \in [0,3]$

cosas usadas

$\int dt = t+C$

$\int f(t) \pm g(t)\,dt = \int f(t)\,dt \pm \int g(t)\,dt$

$\int t^n\,dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} + C$

$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$

- $v(t)$

buscamos la antiderivada de $2t+3$ es decir $\int 2t+3\,dt$?

$\int 2t+3\,dt =$

$\int 2t\,dt + \int 3\,dt =$

$2\int t\,dt + 3\int dt = 2\frac{t^2}{2} + 3t + C = t^2+3t+C$

por lo tanto $v(t) = t^2+3t+C$

sabemos que $v(0) = -4 = 0^2+3(0)+C$

$-4 = 0+0+C$ entonces $C=-4$

por lo tanto $v(t) = t^2+3t-4$

- distancia recorrida de $t \in [0,3]$

$$\int_0^3 |t^2+3t-4|\,dt$$

ahora veamos que de $[0,1]$ $v(t)$ es negativa y de $[1,3]$ es positiva

entonces tenemos

$$\int_0^1 -(t^2+3t-4)\,dt + \int_1^3 (t^2+3t-4)$$

$$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

ahora calculemos

$$-\int_0^1 t^2+3t-4\,dt + \int_1^3 t^2+3t-4\,dt$$

veamos la antiderivada de t^2+3t-4

$$\int t^2+3t-4\,dt = \int t^2 dt + \int 3t\,dt - \int 4\,dt =$$

$$\frac{t^3}{3} + 3\int t\,dt - 4\int dt + C = \frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} - 4t + C$$

por conveniencia tenemos que $v(0)=0$ por lo tanto $C=0$

ahora evaluamos

$$-\left(\frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} - 4t\Big]_0^1\right) + \frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} - 4t\Big]_1^3 =$$

$$-\left[\left(\frac{1^3}{3} + 3\frac{1^2}{2} - 4(1)\right) - \left(\frac{0^3}{3} + 3\frac{0^2}{2} - 4(0)\right)\right] + \left[\left(\frac{3^3}{3} + 3\frac{3^2}{2} - 4(3)\right) - \left(\frac{1^3}{3} + 3\frac{1^2}{2} + 4(1)\right)\right]$$

$$= -\left[\left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4\right) - 0\right] + \left[\left(\frac{27}{3} + \frac{27}{2} - 12\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 4\right)\right]$$

$$= -\left[-\frac{13}{6}\right] + \left[\left(\frac{21}{2}\right) - \left(-\frac{13}{6}\right)\right]$$

$$= \frac{13}{6} + \frac{21}{2} + \frac{13}{6} = \frac{89}{6} = 14.833$$

9.- Del fondo de un tanque de agua se fuga agua a una velocidad $r(t) = 200 - 4t$ litros/minutos donde $t \in [0, 50]$

¿Cuántos litros de agua se han fugado durante los primeros 10 minutos?

$$\int_0^{10} 200 - 4t \, dt = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{10-0}{n} = \frac{10}{n}$$

$$x_i = 0 + \frac{10}{n} i$$

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} \left(200 - 4\left(\frac{10}{n} i\right)\right) \frac{10}{n} = \lim_{n \to \infty} \frac{10}{n} \sum_{i=1}^{n} 200 - \sum_{i=1}^{n} \frac{40}{n} i$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{2000n}{n} - \frac{400}{n^2} \sum_{i=1}^{n} i = \lim_{n \to \infty} 2000 - \frac{400}{n^2}\left(\frac{n^2+n}{2}\right)$$

$$= \lim_{n \to \infty} 2000 - \frac{400n^2 + 400n}{2n^2} = \lim_{n \to \infty} 2000 - \frac{400n(n+1)}{2n(n)}$$

$$= \lim_{n \to \infty} 2000 - 200\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2000 - 200 = 1800 \text{ litros}$$

(10) evalua

(a) $\int_0^2 (x-1)^{25}\,dx$, $u = x-1$

cosas usadas

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\int_a^b f(x)dx =$

$F(b) - F(a)$

primero sustituimos $x-1$ por u

y calculamos la integral indefinida

entonces tenemos $u = x-1$ $\frac{du}{dx} = 1$ $du = 1\,dx$

$$\int u^{25}\,du =$$

$$\frac{u^{26}}{26} + C$$

ahora sustituimos u y tenemos

$$\frac{(x-1)^{26}}{26} + C$$ por conveniencia $C=0$

ahora evaluamos

$$\left.\frac{(x-1)^{26}}{26}\right]_0^2 =$$

$$\frac{(2-1)^{26}}{26} - \frac{(0-1)^{26}}{26} =$$

$$\frac{1}{26} - \frac{1}{26} = 0$$

(b) $\int_0^7 \sqrt{4+3x}\, dx$ $\qquad u = 4+3x$

cosas usadas

$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

primero sustituimos $4+3x$ por u

y calculamos la integral indefinida

entonces tenemos $\qquad u = 4+3x \quad \frac{du}{dx} = 3$

$du = 3dx$

$$\int \frac{1}{3}\sqrt{u}\, du =$$

$$\frac{1}{3}\int u^{\frac{1}{2}}\, du =$$

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{2u^{\frac{3}{2}}}{3} = \frac{2\sqrt{u^3}}{9} + C$$

y ahora sustituimos u y tenems

$$\frac{2\sqrt{(4+3x)^3}}{9} + C$$ por conveniencia $C=0$.

ahora evaluamos

$$\left.\frac{2\sqrt{(4+3x)^3}}{9}\right]_0^7$$

$$\frac{2\sqrt{(4+3(7))^3}}{9} - \frac{2\sqrt{(4+3(0))^3}}{9} = \frac{2\sqrt{25^3}}{9} - \frac{2\sqrt{4^3}}{9} =$$

$$\frac{2(125)}{9} - \frac{2(8)}{9} = \frac{250}{9} - \frac{16}{9} = \frac{234}{9} = 26$$