García Ponce José Camilo

Tarea #3

1. Dada
   $y = f(x) = 1 + 2e^x - 3x$,
   proporcione la ecuación de la **recta tangente** a la función, que es paralela a la recta $3x - y = 5$.
   Realice en Desmos la gráfica de: (1) la función, (2) la recta $3x - y = 5$, y (3) la recta tangente encontrada.

   Requisito: Proporcione la ecuación de dicha recta en su forma $y - y_0 = m(x - x_0)$, donde las coordenadas de (x_0, y_0), NO SEAN números decimales.

   $y-(7-\ln(27)) = 3(x-\ln(3))$

2. Proporcione las ecuaciones de las rectas tangentes (en su forma punto-pendiente) a:
   $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, tales que sean **paralelas** a la recta $x - 2y = 2$.
   Incluya una gráfica (Desmos) de la función y las rectas tangentes.

   $y-2 = \frac{1}{2}(x+3)$
   $y-0 = \frac{1}{2}(x+1)$

3. Proporcione la ecuación de la recta tangente (en su forma punto-pendiente) a:
   $y = \sec x - 2\cos x$, en el punto $(\frac{\pi}{3}, 1)$.
   Incluya una gráfica (Desmos) de la función y la rectas tangente.

   $y-1 = 3\sqrt{3}\,(x - \frac{\pi}{3})$

4. Proporcione la ecuación de la recta tangente (en su forma punto-pendiente)a:
   $x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$, en el punto $(1, 2)$.
   Incluya una gráfica (Desmos) de la función y la rectas tangente.

   $y-2 = \frac{7}{2}(x-1)$

5. Sea $f(x) = x^x$, calcule $f'(x)$.
   Requisito: Muestre todo su procedimiento para calcular la derivada.

   $x^x(\ln x + 1)$

6. Encuentre los **números críticos** de: $y = x^3 + x^2 - x$.

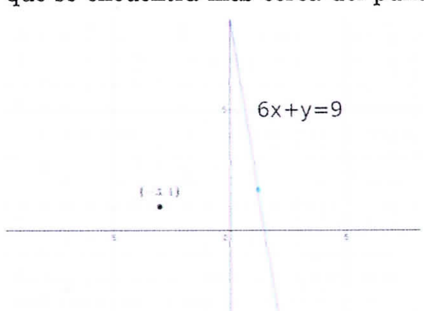
   $x = -1$ y $x = \frac{1}{3}$

7. Compruebe que la función, $y = x^3 + x - 1$,cumple con las 2 hipótesis del **teorema del valor medio** en el intervalo $[0, 2]$. Enuncie las hipótesis.
   Después determine todos los números "c" que cumplen con la conclusión del teorema del valor medio.

   $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

8. Proporcione las coordenadas (x, y) , del punto sobre la recta $6x + y = 9$, que se encuentra más cerca del punto $(-3, 1)$.

   $\left(\frac{45}{37}, \frac{63}{37}\right)$



9. Para el siguiente ejercicio, revise la **sección 4.5** del Stewart *Resumen de trazo de curvas*,
y, dada
$y = x(x+2)^3$,
obtenga:

   (a) A. Dominio $(-\infty, \infty)$ $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$
   (b) B. Intersecciones de la función con los ejes. en x $(-2,0)$ y $(0,0)$ y en y $(0,0)$
   (c) C. Simetría no es par, no es impar
   (d) D. Asíntotas no hay
   (e) E. Intervalos donde la función es **creciente/decreciente** creciente en $(-\frac{1}{2}, \infty)$ decreciente en $(-\infty,-2)$ y $(-2,-\frac{1}{2})$
   (f) F. Valores de los **máximos-mínimos**locales $x = -\frac{1}{2}$ mínimo local
   (g) G. Concavidad y **puntos de inflexión** puntos de inflexión $(-2,0)$ y $(-1,-1)$
   $(-\infty,-2)$ concava hacia arriba
   $(-2,-1)$ concava hacia abajo
   $(-1,\infty)$ concava hacia arriba
   (h) H. Con la información de los incisos anteriores, trazar la gráfica de la curva. hojita

Ejercicios Punto extra sobre la Calificación final de Tarea 3 (optativos) (Los dos siguientes ejercicios equivalen a 1 punto extra).

10. Cada lado de un **cuadrado** se incrementa a razón de $6\frac{cm}{s}$. ¿En qué proporcion se incrementa el área del cuadrado, cuando el área es de:

   - $4cm^2$ $24\ \frac{cm^2}{s}$

11. La circunferencia de una **esfera** se midió como 88 cm, con un posible error de 0.4 cm.

   - Utilice diferenciales para estimar el error máximo en el área superficial calculado. $28.011\ cm^2$
   - Utilice diferenciales para estimar el error máximo en el volumen calculado. $196.157\ cm^3$

García Ponce José Camilo

(1) $y = f(x) = 1 + 2e^{x} - 3x$

ecuacion de recta tangente ?
que es paralela a $3x - y = 5$

$3x - y = 5$

$3x - 5 = y$ $\quad y = mx + b$

3 es la pendiente $= m$ y dos rectas paralelas tienen la misma pendiente

$$\frac{d}{dx} 1 + 2e^{x} - 3x = \frac{d}{dx} 1 + \frac{d}{dx} 2e^{x} - \frac{d}{dx} 3x$$

$$= 0 + 2\frac{d}{dx}e^{x} - 3\frac{d}{dx}x$$

$$= 2(e^{x}) - 3(1) = 2e^{x} - 3$$

$2e^{x} - 3 = 3$

$2e^{x} = 6$

$e^{x} = \frac{6}{2} = 3$

$x = \ln(3)$

$x = 1.098612289...$

$y = f(\ln(3)) = 1 + 2e^{\ln(3)} - 3(\ln(3))$

$= 1 + 2(3) - \ln(27)$

$= 1 + 6 - \ln(27)$

$y = 7 - \ln(27)$

ecta tangente

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - (7 - \ln(27)) = 3(x - \ln(3))$

$y - 7 + \ln(27) = 3x - \ln(27)$

$y = 3x - \ln(729) + 7$

graficos al final

(2) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ paralela a $x-2y=2$

$x-2y=2$

$x-2=2y$

$y = \frac{x}{2} - 1$

$y = \frac{1}{2}x - 1$

pendiente $\frac{1}{2} = m$

$y = \frac{u}{v}$ $y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$h(x) = x-1$ $h'(x) = 1-0 = 1$

$g(x) = x+1$ $g'(x) = 1+0 = 1$

$f'(x) = \frac{(1 \cdot (x+1)) - ((x-1) \cdot 1)}{(x+1)^2}$

$f'(x) = \frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)(x+1)} = \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

$\frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{x^2+2x+1} = \frac{1}{2}$

$2\left(\frac{2}{x^2+2x+1}\right) = 1$

$\frac{4}{x^2+2x+1} = 1$

$4 = x^2+2x+1$

$x^2+2x+1-4=0$

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$x_1 = -3$

$x_2 = +1$

$f(-3) = \frac{-3-1}{-3+1} = \frac{-4}{-2} = 2 = y_1$

$f(1) = \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0 = y_2$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y-2 = \frac{1}{2}(x+3)$ $y-0 = \frac{1}{2}(x-1)$

$y-2 = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$ $y = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$

$y = \frac{x}{2} + \frac{7}{2}$

graficas al final

(3) $f(x) = y = \sec x - 2\cos x$ punto $\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$

$$\frac{d}{dx} \sec x - 2\cos x =$$

$$= \frac{d}{dx} \sec x - \frac{d}{dx} 2\cos x = \frac{d}{dx} \sec x - 2\frac{d}{dx} \cos x$$

usando la tabla de derivadas

$$= (\sec x \tan x) - 2(-\sin x)$$

$$= \sec(x) \cdot \tan(x) + 2\sin(x) = f'(x)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \qquad f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$y - f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y - 1 = f'\left(\frac{\pi}{3}\right)\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y - 1 = 3\sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sec\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 2 \cdot \sqrt{3} + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

graficas al final

(4) $x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$ punto $(1,2)$

$$\frac{dy}{dx}\left[x^2 + 2xy - y^2 + x - 2\right] = 0$$

$$= \frac{dy}{dx}x^2 + \frac{dy}{dx}2xy - \frac{dy}{dx}y^2 + \frac{dy}{dx}x - \frac{dy}{dx}2 =$$

$$= 2x + (2x \cdot y') + (y \cdot 2) - 2yy' + 1 - 0 =$$

$$= 2x + 2xy' + 2y - 2yy' + 1 = 0$$

$$2xy' - 2yy' = -2x - 2y - 1$$

$$y'(2x - 2y) = -2x - 2y - 1$$

$$y' = \frac{-2x - 2y - 1}{2x - 2y} = -\frac{2x + 2y + 1}{2x - 2y} = \frac{dy}{dx}$$

$$m = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(1,2)}$$

$x \ y$

$$m = -\frac{2(1) + 2(2) + 1}{2(1) - 2(2)}$$

$$= -\frac{2 + 4 + 1}{2 - 4}$$

$$= -\frac{7}{-2}$$

$$m = \frac{7}{2}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 2 = m(x - 1)$$

$$y - 2 = \frac{7}{2}(x - 1)$$

graficas al final

(5) $f(x) = x^x$ $\quad f'(x) = ?$

usamos derivacion logaritmica y implicitamente

$$y = x^x$$

$$\ln y = \ln x^x$$ aplicamos ln de ambos lados

$$\ln y = x \cdot \ln x$$ por propiedad de ln

$$\frac{dy}{dx} \ln y = \frac{dy}{dx} x \cdot \ln x$$ vamos a sacar derivada

$$\frac{y'}{y} = (1 \cdot \ln x) + \left(x \cdot \frac{1}{x}\right)$$ derivacion de producto y ln

$$\frac{y'}{y} = \ln x + 1$$ simplificamos

$$y' = y(\ln x + 1)$$ despejamos a y'

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = x^x(\ln x + 1) = x^x \ln(x) + x^x$$ reemplazamos y

cosas usadas

$y = \ln u \qquad y' = \frac{u'}{u}$

$y = uv \qquad y' = u'v + uv'$

$\ln x^n \rightarrow n \cdot \ln x$

propiedad de ln

(6) numeros criticos de $y = x^3 + x^2 - x = f(x)$

$f'(x) = ?$

$$\frac{d}{dx}\, x^3 + x^2 - x = \frac{d}{dx}x^3 + \frac{d}{dx}x^2 - \frac{d}{dx}x = 3x^2 + 2x - 1 = f'(x)$$

* numero critico de una función f

es un numero C en el dominio de f tal qe $f'(c) = 0$ o $f'(c)$ no existe

el dominio d f es $(-\infty, \infty)$ $\quad$ $\operatorname{dom} f = \{n \mid n \in \mathbb{R}\}$

ahora vemos en que x's la derivada se vuelve 0

$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \longrightarrow (x+1)(3x-1)$$

3 2 -1

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & -1 \\ & -3 & 1 & \\ \hline 3 & -1 & 0 & \end{array}$$

$3x - 1 = 0$

$3x = 1$

$x = \frac{1}{3}$

$x_1 = -1$

$x_2 = \frac{1}{3}$

Ahora vemos las x's donde $f'(c)$ no existe

como vemos $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$, no existe

algun x donde no exista

$$f(-1) = -1^3 + -1^2 + 1 = -1 + 1 + 1 = 1$$

$$f(\tfrac{1}{3}) = (\tfrac{1}{3})^3 + (\tfrac{1}{3})^2 - \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{27} + \tfrac{1}{9} - \tfrac{1}{3} = -\tfrac{5}{27}$$

por lo tanto los numeros criticos son -1 y $\frac{1}{3}$

y los puntos criticos son $(-1, 1)$ y $(\frac{1}{3}, -\frac{5}{27})$

(7) comprobar que $y = x^3 + x - 1 = f(x)$, cumple con las 3 hipotesis del teorema del valor medio en el intervalo $[0,2]$ y determina los numeros "c" que cumplen la conclusion

hipotesis

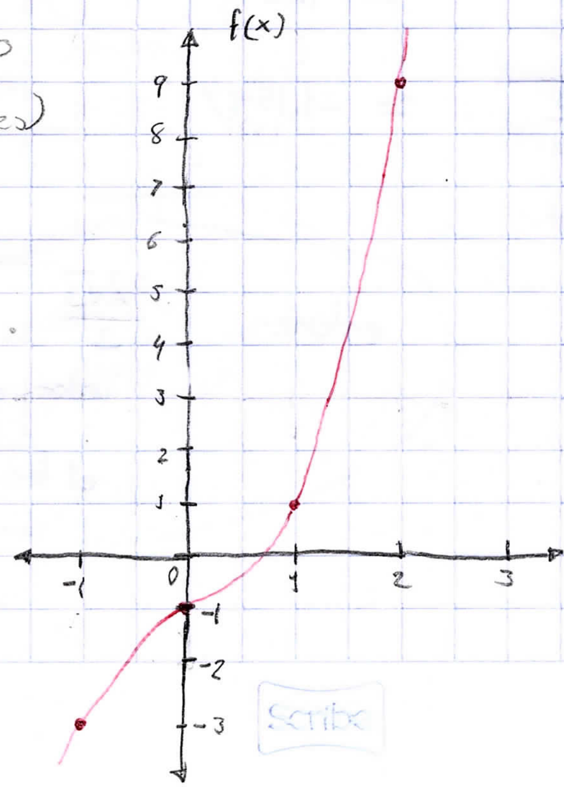
1.) que $f(x)$ sea continua en el intervalo cerrado $[0,2]$

sabemos que $f(x)$ es un polinomio y por lo tanto siempre es continuo en los reales, entonces es continua en el intervalo

2.) que $f(x)$ sea derivable en el intervalo abierto $(0,2)$

como la derivada de un polinomio es otro polinomio y un polinomio siempre esta definido, entonces es derivable en el intervalo

ademas haciendo un bosquejo de la grafica vemos que es continua (se puede hacer sin levantar el lapiz) y es derivable (es continua y no tiene picos o discontinuidades)



$a=0$ $b=2$

valores "c"

$$f'(x) = \frac{d}{dx} x^3 + x - 1 = \frac{d}{dx} x^3 + \frac{d}{dx} x - \frac{d}{dx} 1$$

$$= 3x^2 + 1 - 0 = 3x^2 + 1$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{(2)^3 + (2) - 1 - [(0)^3 + (0) - 1]}{2 - 0}$$

$$= \frac{8 + 2 - 1 + 1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$f'(c) = 3c^2 + 1 = 5$$

$$3c^2 + 1 = 5$$

$$3c^2 = 4$$

$$c^2 = \frac{4}{3}$$

$$c_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \simeq 1.1547$$

$$c_2 = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \simeq -1.1547$$

$c_1 \in (0,2)$

$c_2 \notin (0,2)$

entonces $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ es el valor que cumple el teorema

(8) coordenads (x,y) del punto sobre $6x+y=9$ que se encuentra más cerca de $(-3,1)$

$6x+y=9$

$y=-6x+9$

$y=mx+b$

$m=-6$

$b=9$

$\frac{-6}{1} \Rightarrow -\frac{1}{-6}(-1)=\frac{1}{6}$

$y=\frac{1}{6}x+b$

$1=\frac{1}{6}(-3)+b$

$1=-\frac{1}{2}+b$

$b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$y=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}$

* las pendientes de líneas perpendiculares son recíprocos negativos

punto de intersección entre dos rects

$y_1=-6x+9$

$y_2=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}$

$\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}=-6x+9$

multiplicamos por 6

$x+9=-36x+54$

$37x+9=54$

$37x=45$

$x=\frac{45}{37}\simeq 1.216$

$y=-6\left(\frac{45}{37}\right)+9$

$y=\frac{63}{37}\simeq 1.702$

$(x,y)=\left(\frac{45}{37},\frac{63}{37}\right)$

usando geometría?

$(-3,1)$

(8) usando optimizacion ?

$6x + y = 9$

$y = -6x + 9 = f(x)$

restriccion $\rightarrow$ $y = -6x + 9$

(x, y) ?

objetivo $\rightarrow$ distancia $d = \sqrt{(x+3)^2 + (y-1)^2}$

$= \sqrt{(x+3)^2 + (-6x+9-1)^2}$

$= \sqrt{(x+3)^2 + (-6x+8)^2}$

ahora minimizamos la funcion adentro de la raiz

sea $h(x) = (x+3)^2 + (-6x+8)^2$

$h'(x) = 2(x+3)(1) + 2(-6x+8)(-6)$

$h'(x) = 2x + 6 + 72x - 96$

$h'(x) = 74x - 90$

ahora igualamos a 0 para minimo $h'(x) = 0$

$74x - 90 = 0$

$74x = 90$

$x = \frac{90}{74} = \frac{45}{37}$

usamos segunda derivada para comprovar

$h''(x) = 74 > 0$ y es positiva

entonces $\frac{45}{37}$ minimiza la funcion y la distancia

para la y evaluamos $f\left(\frac{45}{37}\right)$

$y = -6\left(\frac{45}{37}\right) + 9 = -\frac{270}{37} + 9 = \frac{63}{37}$

entonces $(x, y) = \left(\frac{45}{37}, \frac{63}{37}\right)$

(9) $y = x(x+2)^3 = f(x)$

primero simplificamos un poco

$$y = x\,(x^3 + 6x^2 + 12x + 8)$$

$$y = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x = f(x)$$

(a) Dominio

como $f(x)$ es un polinomio, entonces siempre esta definido en los reales

$$\text{dom } f : (-\infty, \infty) \quad \text{o} \quad \{x \mid x \in \mathbb{R}\}$$

(b) Intersecciones de la funcion con los ejes

- para eje x, reemplazamos 0 por y y resolvemos x

$$x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x = 0$$

$$\begin{array}{ccccc|c} 1 & 6 & 12 & 8 & 0 & -2 \\ & -2 & -8 & -8 & 0 & \\ \hline 1 & 4 & 4 & 0 & 0 & \end{array}$$

$x_1 = -2$

$x_2 = 0$

entonces intersecciones en eje x

$(-2,0)$ y $(0,0)$

$$x^3 + 4x^2 + 4x + 0 = 0$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \\ \hline 1 & 4 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 4 & -2 \\ & -2 & -4 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

• para eje y, reemplazamos 0 por x y resolvemos y

$$y = 0^4 + 6(0)^3 + 12(0)^2 + 8(0)$$

$$y = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

entonces intersecciones en eje y

$(0,0)$

(c) Simetria

• Si es par $f(-x) = f(x)$, reemplazamos x con $-x$

$$f(-x) = (-x)^4 + 6(-x)^3 + 12(-x)^2 + 8(-x)$$

$$f(-x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x \neq f(x)$$

por lo tanto no es una funcion par

• Si es impar $f(-x) = -f(x)$, reemplazamos y con $-y$

$$f(-x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x$$

$$-f(x) = -(x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x)$$

$$-f(x) = -x^4 - 6x^3 - 12x^2 - 8x \neq f(-x)$$

por lo tanto no es una funcion impar

(d) Asintotas

al ser $f(x)$ un polinomio, no puede tener asintotas de cualquier tipo

no hay asintotas

(e) intervalos donde la funcion es creciente / decreciente

como la funcion es un polinomio siempre es continua

calculamos $f'(x)$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\, x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x = \frac{d}{dx}x^4 + \frac{d}{dx}6x^3 + \frac{d}{dx}12x^2 + \frac{d}{dx}8x$$

$$= \frac{d}{dx}x^4 + 6\frac{d}{dx}x^3 + 12\frac{d}{dx}x^2 + 8\frac{d}{dx}x$$

$$= 4x^3 + 6(3x^2) + 12(2x) + 8(1) = 4x^3 + 18x^2 + 24x + 8$$

calculo $f'(x) = 0$

$$4x^3 + 18x^2 + 24x + 8 = 0$$

$$\begin{array}{cccc|c} 4 & 18 & 24 & 8 & -2 \\ & -8 & -20 & -8 & \\ \hline 4 & 10 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$4x^2 + 10x + 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc|c} 4 & 10 & 4 & -\frac{1}{2} \\ & -2 & -4 & \\ \hline 4 & 8 & 0 & \end{array}$$

$4x + 8 = 0$

$4x = -8$

$x = \frac{-8}{4} = -2$

$x_1 = -2$

$x_2 = -\frac{1}{2}$

$x_3 = -2$

valores criticos

intervalos

$-\infty \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad \infty$

puntos de control

$(-\infty, -2) \quad (-2, -\frac{1}{2}) \quad (-\frac{1}{2}, \infty)$

analizo signos en los intervalos (puntos de control)

y reemplazamos en $f'(x)$

$f'(-3) = 4(-3)^3 + 18(-3)^2 + 24(-3) + 8 = -10$

$f'(-1) = 4(-1)^3 + 18(-1)^2 + 24(-1) + 8 = -2$

$f'(0) = 4(0)^3 + 18(0)^2 + 24(0) + 8 = 8$

entones en los intervals

$(-\infty, -2)$ es decreciente

$(-2, -\frac{1}{2})$ es decreciente

$(-\frac{1}{2}, \infty)$ es creciente

(f) maximos - minimos locales

usando los numeros criticos encontrados en (e) $x_1 = -2$ y $x_2 = -\frac{1}{2}$

los Cuales hacen que $f'(x) = 0$, ahora no existen valores que

hasan que la derivada no exista, porque es un polinomio

usando la prueba de la primera derivada

podemos ver que f' cambia de negativa a positiva a en $-\frac{1}{2}$

entonces $x = -\frac{1}{2}$ es un minimo local sera el punto $(-\frac{1}{2}, -\frac{27}{16})$

y no pasamos de f' positiva a negativa entonces no hay maximos locales

(g) puntos de inflexion y concavidad

buscamos donde la segunda derivada equivale a 0

$$f''(x) = \frac{d}{dx}\, 4x^3 + 18x^2 + 24x + 8$$

$f''(x) = \frac{d}{dx} 4x^3 + \frac{d}{dx} 18x^2 + \frac{d}{dx} 24x + \frac{d}{dx} 8$ ...

$f''(x) = 4 \frac{d}{dx} x^3 + 18 \frac{d}{dx} x^2 + 24 \frac{d}{dx} x + 0$

$f''(x) = 4(3x^2) + 18(2x) + 24(1)$

$f''(x) = 12x^2 + 36x + 24$

ahora igualamos a $0 = f''(x)$

$12x^2 + 36x + 24 = 0$

12	36	24	$\lfloor -2$
	-24	-24	
12	12	0	

$x_1 = -2$

$x_2 = -1$

$12x + 12 = 0$

$12x = -12$

$x = \frac{-12}{12} = -1$

elegimos a la menor y mayor de cada punto

$x = -2$

$x = -3$ $\quad$ $x = -1.5$

$f''(-3) = 24$ $\quad$ $f''(-1.5) = -3$

entonces $x = -2$ es punto de inflexion

$x = -1$

$x = -1.5$ $\quad$ $x = 0$

$f''(-1.5) = -3$ $\quad$ $f''(0) = 24$

$x = -1$ es punto de inflexion

calculamos los puntos

$f(-2) = (-2)^4 + 6(-2)^3 + 12(-2)^2 + 8(-2) = 0$ $\quad$ $(-2, 0)$

$f(-1) = (-1)^4 + 6(-1)^3 + 12(-1)^2 + 8(-1) = -1$ $\quad$ $(-1, -1)$

los puntos de inflexion son $(-2, 0)$ y $(-1, -1)$

- Concavidad

con los puntos de inflexión obtenidos

$x_1 = -2$ y $x_2 = -1$ hacemos intervalos

$-\infty \quad (-3) \quad -2 \quad (-1.5) \quad -1 \quad (0) \quad \infty$

$(-\infty,-2) \quad (-2,-1) \quad (-1,\infty)$

analizar los signos en los intervalos (puntos de control) reemplazando en $f''(x)$

$$f''(-3) = 12(-3)^2 + 36(-3) + 24 = 24$$

$$f''(-1.5) = 12(-1.5)^2 + 36(-1.5) + 24 = -3$$

$$f''(0) = 12(0)^2 + 36(0) + 24 = 24$$

entonces en los intervalos

$(-\infty,-2)$ $f''(x)$ es positiva entonces es concava hacia arriba

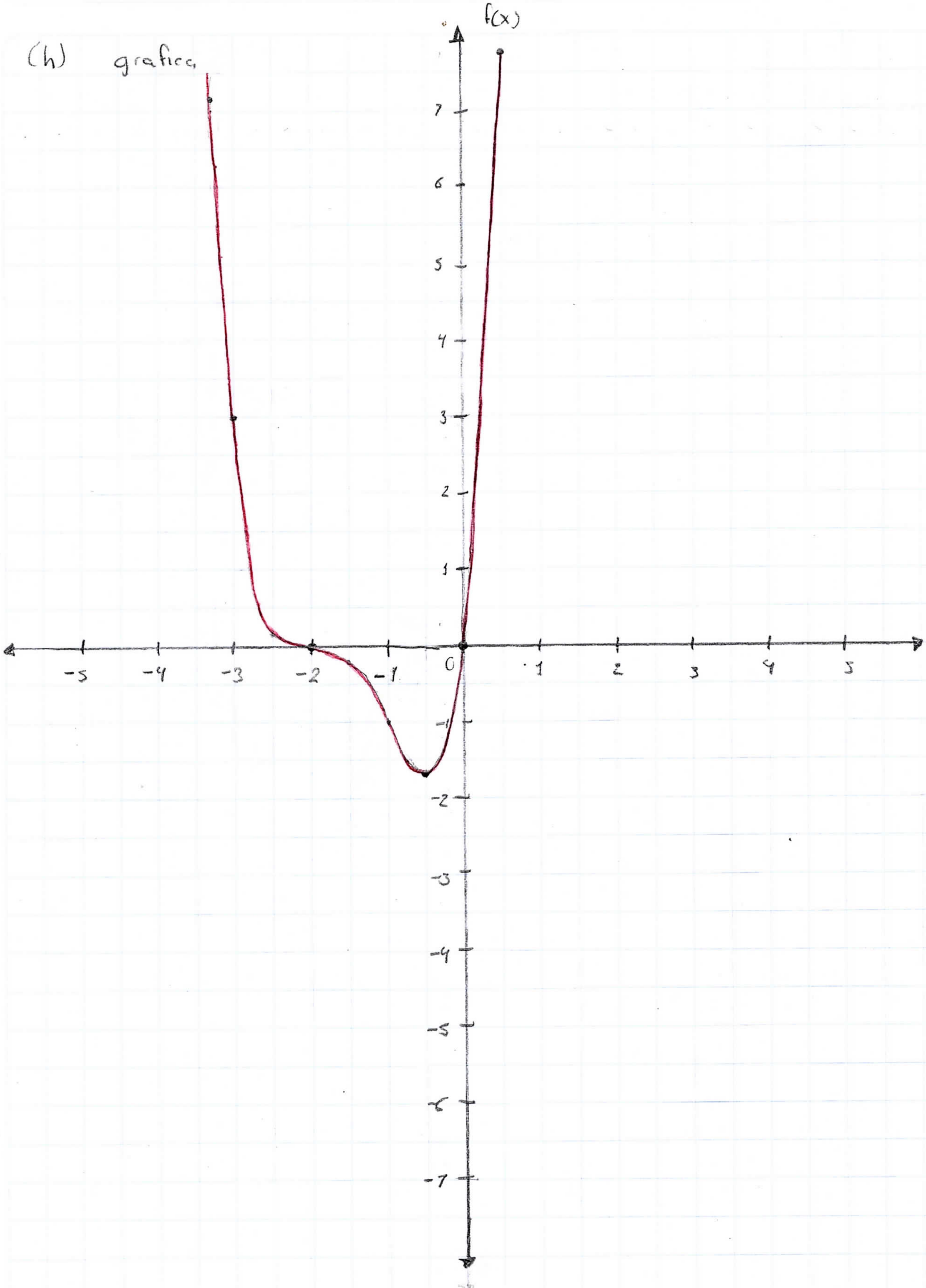
$(-2,-1)$ $f''(x)$ es negativa entonces es concava hacia abajo

$(-1,\infty)$ $f''(x)$ es positiva entonces es concava hacia arriba

12

$f(x) = x(x+2)^2 = x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x$

(h) grafica



las curvas no me salen
muy bien

(10) cuadrado con lado que se incrementa $6 \frac{cm}{s}$

proporcion se incrementa area, cuando es $4cm^2$?

Sea L el lado del cuadrado, entonces su area es

$$A = L^2$$

entonces $4 = L^2$ y $L = 2$ y no -2 porque es longitud

en espacio y no puede ser negativo

tenemos que $L' = \frac{dL}{dt} = 6 \frac{cm}{s}$

$L = 2 \, cm$

$L' = 6 \frac{cm}{s}$

ahora $A' = \frac{dA}{dt} = 2L \frac{dL}{dt} = 2LL'$

y ahora solo evaluamos con lo que sabemos

$$A' = 2(2)(6) = (4)(6) = 24$$

entonces $\frac{dA}{dt} = A' \approx 24 \frac{cm^2}{s}$

diferencial :

$$f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\,dx$$

$$\frac{d}{dx} y = f'(x)$$

$$dy = f'(x) \cdot dx$$

(11) circunferencia de esfera se midio 88 cm , con posible error de 0.5 cm

(11.1) estimar error maximo en el area superficial

tenemos que la circunferencia

el radio

$$c = 2\pi r = 88 \quad \text{entonces} \quad r = \frac{c}{2\pi} = \frac{88}{2\pi} \approx 14.005$$

$$dc = \pm 0.5\,cm$$

el area superficial $S = 4\pi r^2$

$$dr = \frac{dc}{2\pi} = \frac{\pm 0.5}{2\pi}$$

diferencial S

$$dS = 8\pi r\, dr$$

ahora ponemos los valores que tenemos

$$dS = 8\pi\left(\frac{88}{2\pi}\right)\left(\frac{\pm 0.5}{2\pi}\right) = 8\pi\left(\frac{88(\pm 0.5)}{4\pi^2}\right) = 8\pi\left(\frac{22(\pm 0.5)}{\pi^2}\right)$$

$$dS = \frac{176\pi(\pm 0.5)}{\pi^2} = \frac{176(\pm 0.5)}{\pi} \approx \pm 28.011\ cm^2$$

entonces el error maximo seria $28.011\,cm^2$

(11.2) estimar error maximo de volumen

sabemos que $r = \frac{88}{2\pi}$ y $dr = \frac{\pm 0.5}{2\pi}$

ademas volumen $= V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$dV = \frac{4}{3}\pi\, 3r^2\, dr = 4\pi r^2\, dr$$

$$dv = 4\pi r^2 \, dr$$

ahora ponemos los valores que conocemos

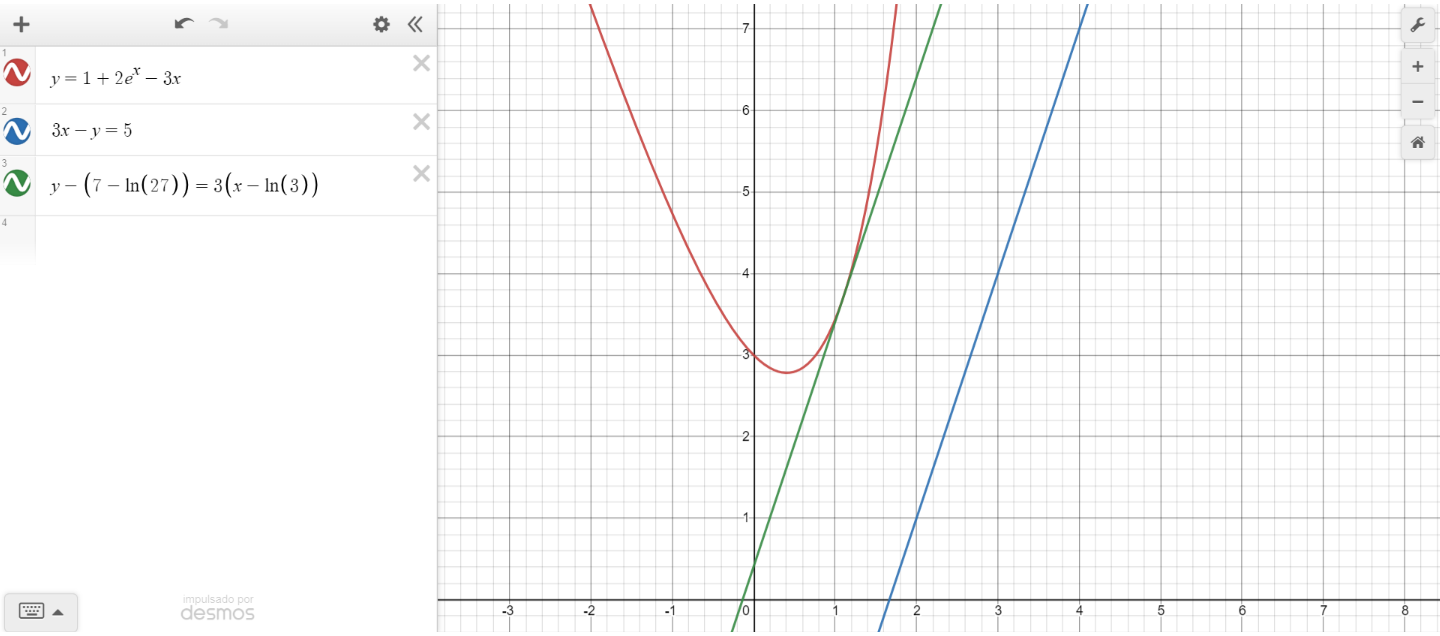
$$dv = 4\pi\left(\frac{88}{2\pi}\right)^2\left(\frac{\pm 0.5}{2\pi}\right) = 4\pi\left(\frac{7744}{4\pi^2}\right)\left(\frac{\pm 0.5}{2\pi}\right) = 4\pi\left(\frac{1936}{\pi^2}\right)\left(\frac{\pm 0.5}{2\pi}\right)$$

$$= 4\pi\left(\frac{1936(\pm 0.5)}{2\pi^3}\right) = 4\pi\left(\frac{968(\pm 0.5)}{\pi^3}\right) = \frac{3872\cancel{\pi}(\pm 0.5)}{\pi^{\cancel{3}}} = \frac{3872(\pm 0.5)}{\pi^2}$$

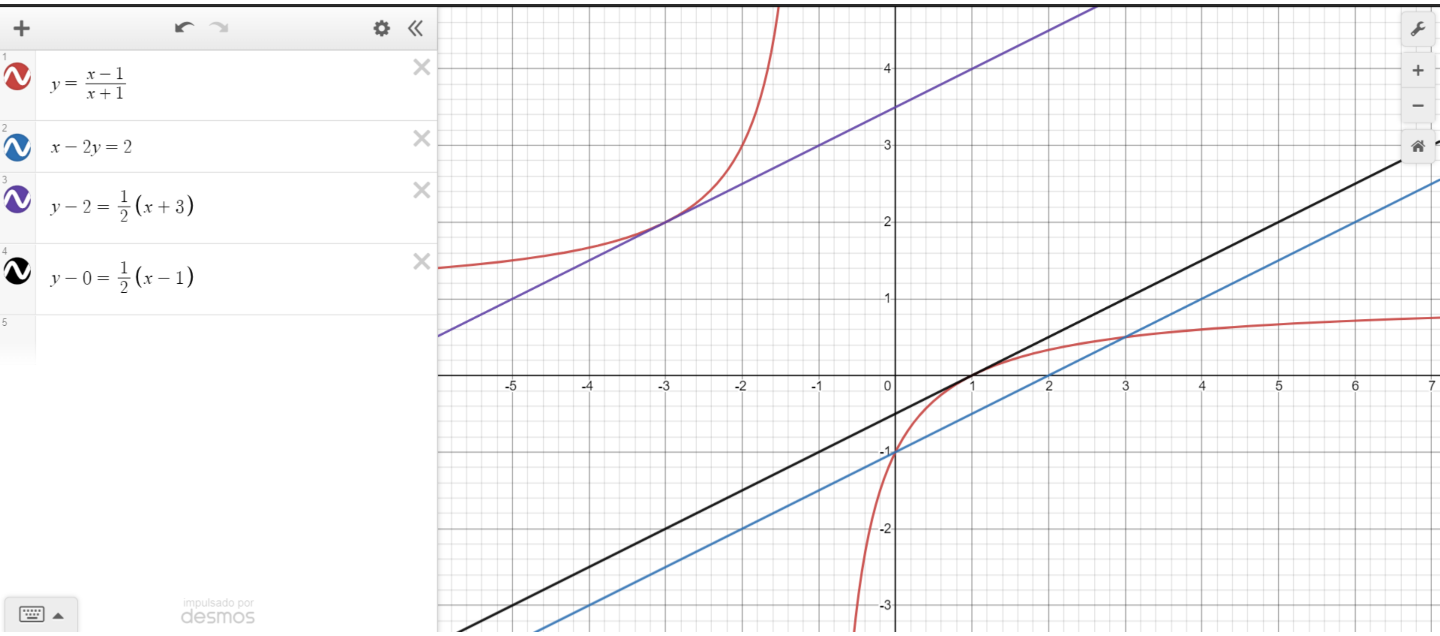
$$\approx \pm 196.157 \ cm^3$$

entonces el error maximo seria $196.157 \ cm^3$

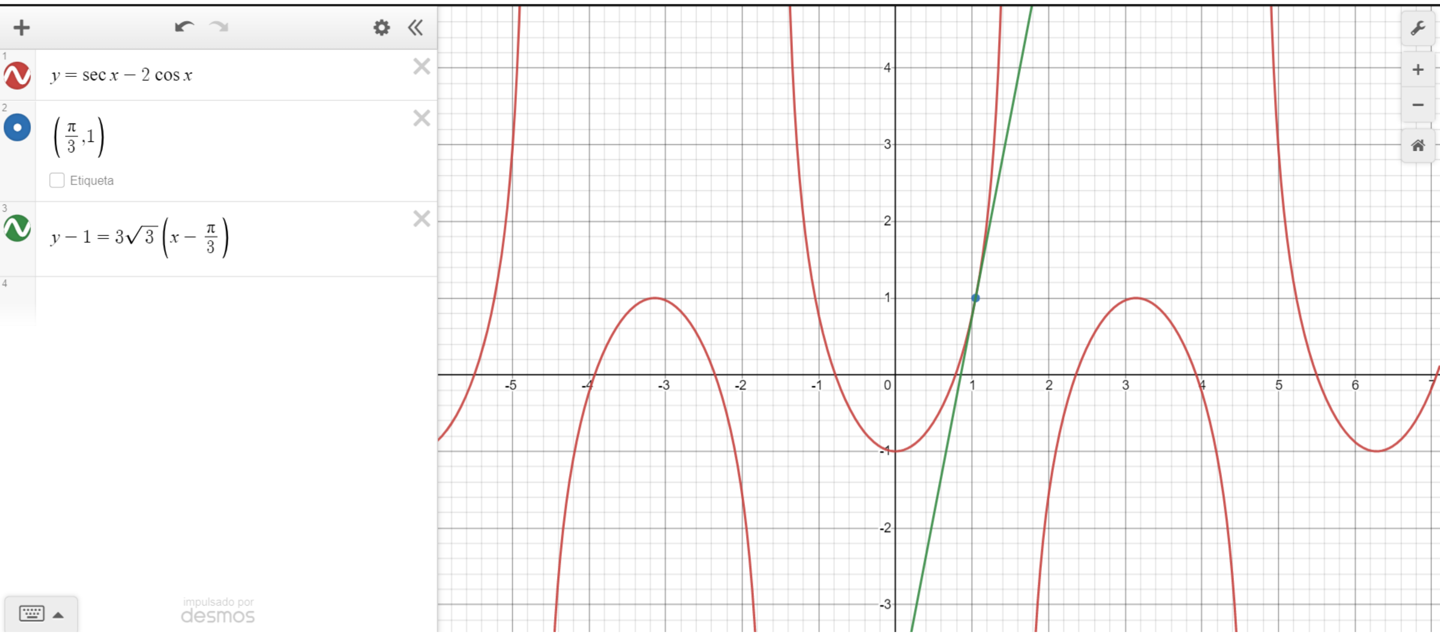
1.


$y = 1 + 2e^x - 3x$
$3x - y = 5$
$y - (7 - \ln(27)) = 3(x - \ln(3))$
impulsado por desmos

2.

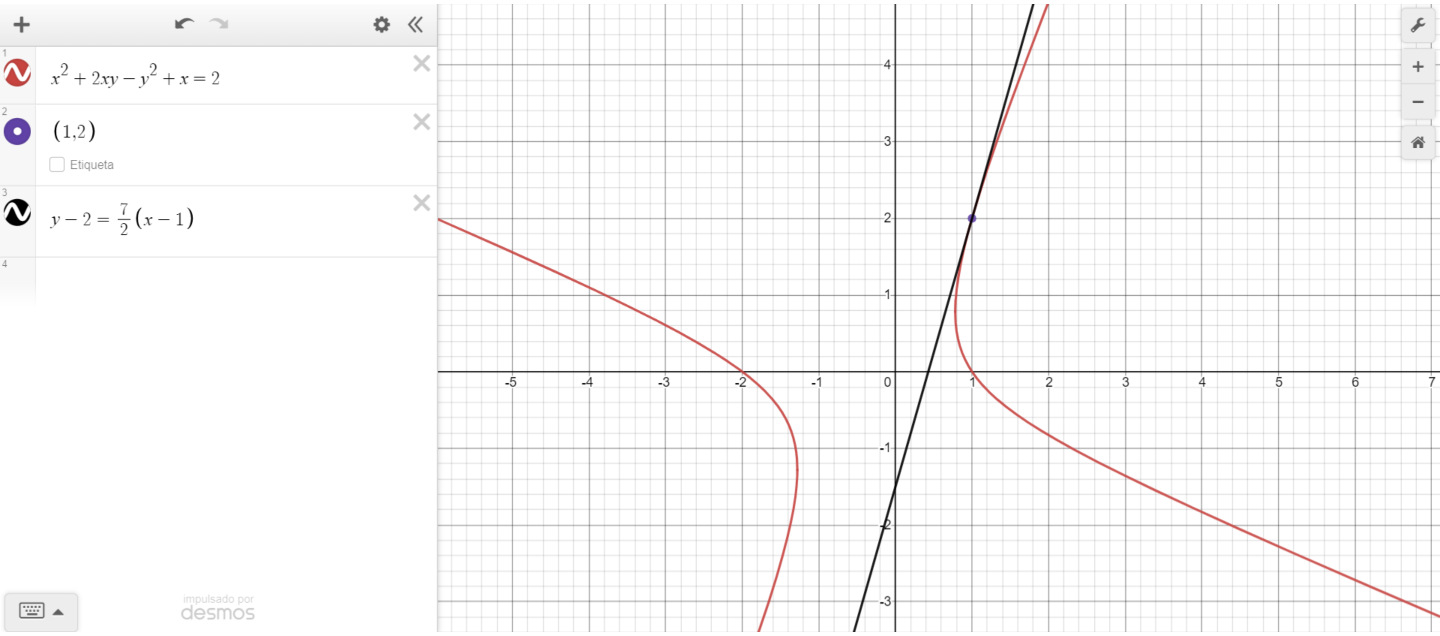

$y = \frac{x-1}{x+1}$
$x - 2y = 2$
$y - 2 = \frac{1}{2}(x + 3)$
$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1)$
impulsado por desmos

3.



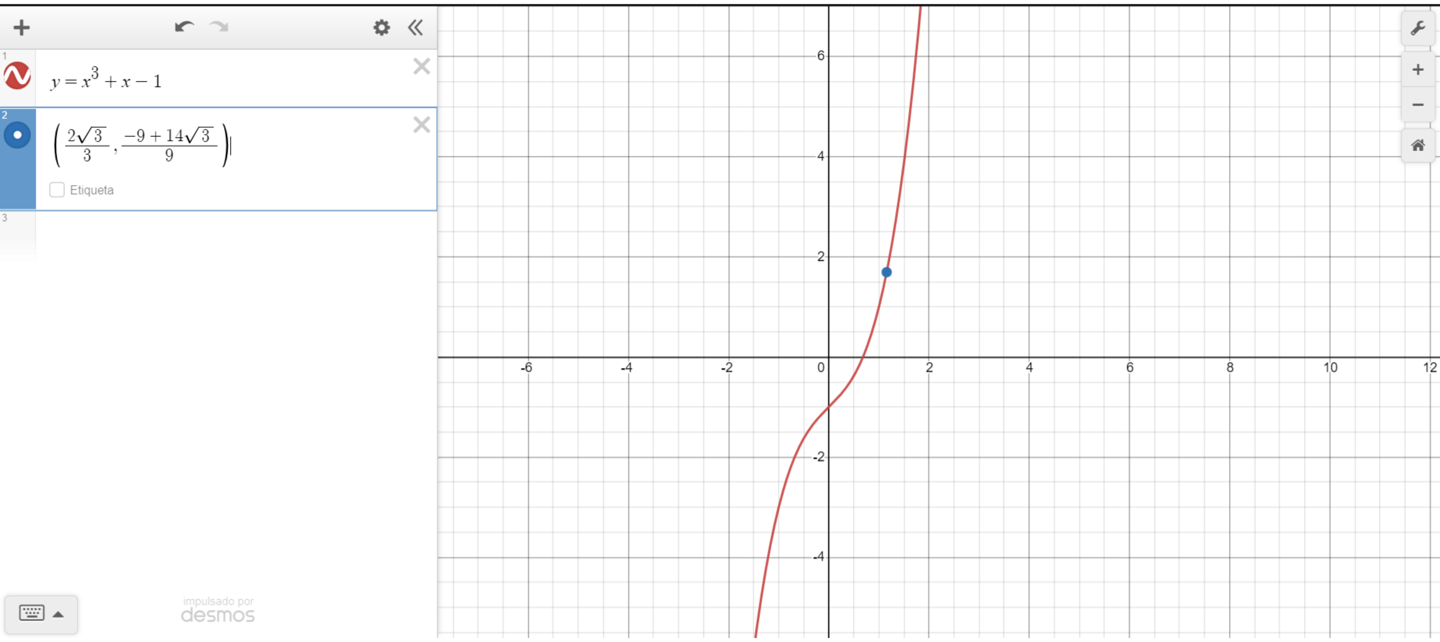
$y = \sec x - 2\cos x$
$\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$
Etiqueta
$y - 1 = 3\sqrt{3}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$
impulsado por
desmos

4.



$x^2 + 2xy - y^2 + x = 2$
$(1, 2)$
Etiqueta
$y - 2 = \frac{7}{2}(x - 1)$
impulsado por
desmos

7.



$y = x^3 + x - 1$
$\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{-9+14\sqrt{3}}{9}\right)$
Etiqueta
impulsado por desmos