Gorcía Ponce José Camilo

Tarea #1

1. Dada la siguiente función $h(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2} = \frac{P(x)}{Q(x)}$, indique las operaciones algebráicas correspondientes necesarias para proporcionar el dominio de la función.

   $\text{Dom } h = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1, -2\}$ $\quad (-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty)$

2. En el ejercicio anterior, indique :

   - ¿Qué tipo de asíntotas tiene la gráfica de la función? Verticales y horizontales
   - Proporcione las ecuaciones de dichas asíntotas. $x^2 + 3x + 2 = 0$ $\quad x_1 = -1$, $x_2 = -2$ $\quad \lim_{x \to \infty} \frac{5}{x} = 0$

3. Ambientalistas han observado que la cantidad de chirridos que emiten los grillos parece estár relacionada con la Temperatura ambiental. Es decir, observaron que cuando la temperatura es de 10 C, los grillos emiten 20 chirridos por minutos. Cuando la temperatura es de 26.7 C , emiten 173 chirridos por minuto.

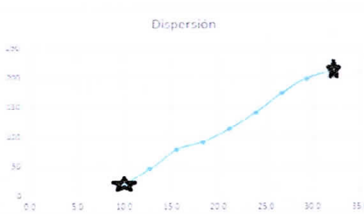
   - Realice una gráfica de los datos de la tabla.
   - Proponga un "Modelo lineal" del fenomeno. Para ello utilice los puntos extremos del conjunto de datos. Es decir, proporcione la ecuación de la línea recta que describe al conjunto de datos.
   - Utilice su Modelo lineal para predecir la temperatura a la que los grillos emitirán 280 $\frac{chirridos}{minuto}$.

$y - 20 = \frac{955}{111}(x - 10)$

$y = \frac{955}{111}x - \frac{7330}{111}$

40.219 C

Temeratura [C]	Cantidad de chirridos [Chirridos/minuto]
10.0	20
12.8	46
15.6	79
18.3	91
21.1	113
23.9	140
26.7	173
29.4	198
32.2	211



García Ponce José Camilo

4. Suponga que se da la gráfica de $y = f(x)$. Proporcione las ecuaciones que se obtienen a partir de la gráfica de $f(x)$, como se le indica a continuación:

   - Desplácela 5 unidades a la derecha. $y=f(x-5)$
   - Desplácela 5 unidades a la izquierda. $y=f(x+5)$
   - Desplácela 2 unidades hacia abajo. $y=f(x)-2$
   - Desplácela 1 unidad hacia arriba. $y=f(x)+1$
   - Refléjela respecto al eje x. $y=-f(x)$
   - Refléjela respecto al eje y. $y=f(-x)$

5. Dadas $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \sqrt[3]{1-x}$, calcule:

   - $f \circ g$ $\quad f\circ g(x) = \sqrt[6]{1-x}$ $\quad$ Dom $f\circ g = \{x\in\mathbb{R} \mid x \le 1\}$ $\quad (-\infty, 1]$
   - $g \circ f$ $\quad g\circ f(x) = \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$ $\quad$ Dom $g\circ f = \{x\in\mathbb{R} \mid x \ge 0\}$ $\quad [0, \infty)$
   - $f \circ f$ $\quad f\circ f(x) = \sqrt[4]{x}$ $\quad$ Dom $f\circ f = \{x\in\mathbb{R} \mid x \ge 0\}$ $\quad [0, \infty)$
   - $g \circ g$ $\quad g\circ g(x) = \sqrt[3]{1-\sqrt[3]{1-x}}$ $\quad$ Dom $g\circ g = \{x\in\mathbb{R} \mid x\}$ $\quad (-\infty, \infty)$

   y sus dominios.

6. Proporcione la ecuación canónica correspondiente a la cónica generada por $4x^2 + y^2 + 4x = 0$ $\quad \dfrac{(x+\frac{1}{2})^2}{\frac{1}{4}} + y^2 = 1$

   - Proporcione las coordenadas del centro $C(h, k)$ de la cónica. $C(-\frac{1}{2}, 0)$
   - Proporcione las coordenadas de los vértices de la cónica.

   Vértice 1 $(-\frac{1}{2}, 1)$, Vértice 2 $(-\frac{1}{2}, -1)$ eje mayor
   Vértice 3 $(0,0)$, Vértice 4 $(-1,0)$ eje menor

7. Un cultivo de bacterias tiene 500 bacterias al inicio de cierto experimento, y duplica su tamaño cada 30 minutos.

   - ¿Cuántas bacterias habrá después de 3.5 horas? 64000 bacterias
   - ¿Cuántas bacterias habra después de 40 minutos? 1259.92 bacterias
   - ¿Cuántas bacterias hay después de t horas? $f(t) = 500(2)^{2t}$
   - ¿En qué momento es la población de 99,999 bacterias? a las 3.821 horas

García Ponce José Camilo

8. Se dan dos funciones mediante las siguientes tablas.

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1.5	2.0	3.6	5.3	2.8	2.0

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1	2	4	8	16	32

Grafique los datos de ambas tablas (ambas funciones). ¿Cuál de los dos es una función *uno a uno*? la segunda

9. Cuando se apaga el flash de una cámara, las baterias empiezan a recagar inmediatamente el capacitor del flash. La carga eléctrica que puede almacenar el capacitor está dada por $Q(t) = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{a}})$, donde Q_0 es la capacidad máxima de carga del capacitor y t es el tiempo transcurrido.

   - Proporcione la función inversa de $Q(t)$, es decir, proporcione $t(Q)$. $t(Q) = -\left(a \ln\left(1 - \frac{t}{Q_0}\right)\right)$
   - Explique el significado de la ecuación $t(Q)$. el tiempo para cierta carga electrica almacenada en el capacitor
   - ¿Cuánto tiempo tarda el capacitor en obtener el 90% de su capacidad, si $a = 2$? 4.605 unidades de tiempo

10. Considere el siguiente par de ecuaciones paramétricas:
$x(t) = 1 - 2t$, $y(t) = \frac{1}{2}t - 1$, con $t \in [-2, 4]$.

   - Elimine el parámetro t para hallar la ecuación cartesiana de la curva. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$
   - Bosqueje la cura utilizando las ecuaciones paramétricas para ubicar puntos. Indique con una flecha la dirección en la cuál se traza la curva, a medida que t aumenta.

en las hojitas del final

García Ponce José Camilo

Tarea #1

Operaciones y razonamientos

1.- $h(x) = \frac{5x+4}{x^2+3x+2} = \frac{P(x)}{Q(x)}$

$\text{Dom } h = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1, -2\}$ $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, \infty)$

restricción $Q(x) = 0$

Dom h(x)

$x^2+3x+2=0$

$x \neq -1$

$x \neq -2$

$x_1 = -1$

$x_2 = -2$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ & -1 & -2 & \\ \hline 1 & 2 & 0 & \end{array}$$

$(x+1)(x+2) = x^2+3x+2=0$

$x+2=0$

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -2 \\ & -2 & \\ \hline 1 & 0 & \end{array}$$

2.- asíntotas

• vertical (denominador = 0)

$x^2+3x+2=0$

$x_1 = -1$

$x_2 = -2$

• horizontales (exp num ≤ exp den)

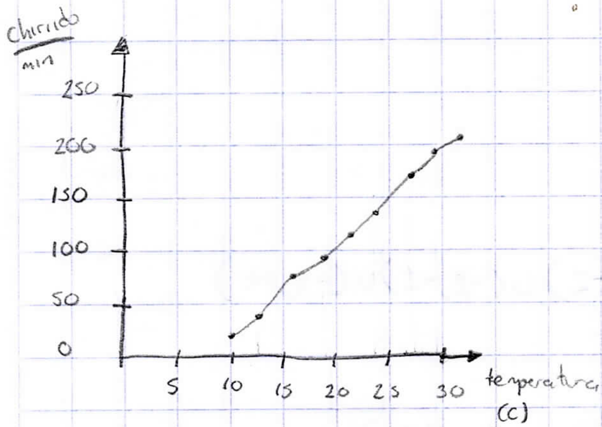
$\lim_{x \to \infty} \frac{5x+4}{x^2+3x+2} = 0$

$\lim_{x \to \infty} \frac{5x}{x^2} = \frac{5}{x^2} = 0$

• oblicua (exp num = exp den + 1)

no hay

3.- grafica



• Modelo lineal

$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{211-20}{32.2-10}$$

$$= \frac{955}{111}$$

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y-20 = \frac{955}{111}(x-10)$$

$$y-20 = \frac{955}{111}x - \frac{9550}{111}$$

$$y = \frac{955}{111}x - \frac{7330}{111}$$

• predecir 280 chirridos/min

$$y+\frac{7330}{111} = \frac{955}{111}x$$

$$x = \frac{y+\frac{7330}{111}}{\frac{955}{111}}$$

$$x = \frac{111y}{955} + \frac{1466}{191}$$

$$\frac{111(280)}{955} + \frac{1466}{191} = 40.29\ C$$

4.-

$$y = f(x)$$

• 5 un der $\quad y = f(x-5)$

• 5 uni izq $\quad y = f(x+5)$

• 2 unidad abajo $\quad y = f(x)-2$

• 1 unidad arriba $\quad y = f(x)+1$

• Reflejo eje x $\quad y = -f(x)$

• Reflejo eje y $\quad y = f(-x)$

5.- $f(x) = \sqrt{x}$ $\qquad g(x) = \sqrt[3]{1-x}$

$$f \circ g\,(x) \equiv f(g(x))$$

$$f \circ g\,(x) = \sqrt{\sqrt[3]{1-x}}$$

$$f \circ g\,(x) = \left((1-x)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = (1-x)^{\frac{1}{6}}$$

$$f \circ g\,(x) = \sqrt[6]{1-x}$$

Dom fog $= \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ $\quad (-\infty, 1]$

restriccion $1-x \geq 0$

$$1-x \geq 0$$

$$1 \geq x$$

$$x \leq 1$$

$g \circ f\ (x) \equiv g(f(x))$

$g \circ f\ (x) = \sqrt[3]{1-\sqrt{x}}$

Dom $g \circ f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ $[0, \infty)$

restriccion

$x \geq 0$

$f \circ f\ (x) \equiv f(f(x))$

$f \circ f\ (x) = \sqrt{\sqrt{x}}$

$f \circ f\ (x) = ((x)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (x)^{\frac{1}{4}}$

$f \circ f\ (x) = \sqrt[4]{x}$

Dom $f \circ f = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ $[0, \infty)$

restriccion

$x \geq 0$

$g \circ g\ (x) \equiv g(g(x))$

$g \circ g\ (x) = \sqrt[3]{1-\sqrt[3]{1-x}}$

Dom $g \circ g = \{x \in \mathbb{R} \mid x\}$ $(-\infty, \infty)$

sin restriccion

6.- $4x^2+y^2+4x=0$

• Canonica

$4x^2+4x+y^2=0$

$4(x^2+x\quad)+y^2=0$

$4(x^2+x+\frac{1}{4})+y^2=1$

$4(x+\frac{1}{2})^2+y^2=1$

$$\frac{(x+\frac{1}{2})^2}{\frac{1}{4}}+y^2=1$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

• centro

$C(h,k)$

$C(-\frac{1}{2},0)$

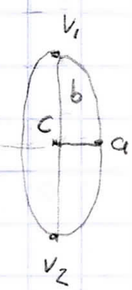
• vertices

$a^2=\frac{1}{4}$ $a=\pm\frac{1}{2}$

$b^2=1$ $b=\pm 1$

$\left.\begin{array}{l} V_1\ (-\frac{1}{2}, 1) \\ V_2\ (-\frac{1}{2}, -1) \end{array}\right\}$ eje mayor

$\left.\begin{array}{l} V_3\ (0, 0) \\ V_4\ (-1, 0) \end{array}\right\}$ eje menor



7.- 500 base duplica 30 min 30 min = $\frac{1}{2}$ hora

$$f(t) = 500(2)^{2t} \qquad t = \text{horas}$$

• 3.5 horas $\quad f(3.5) = 500(2)^{2(3.5)} = 64000$

• 40 min $\quad f(\frac{2}{3}) = 500(2)^{2(\frac{2}{3})} = 1259.92$

inversa de $f(t)$

$t = 500(2)^{2y}$ (invertir variables)

$\frac{t}{500} = 2^{2y}$

$\log_2\left(\frac{t}{500}\right) = 2y$

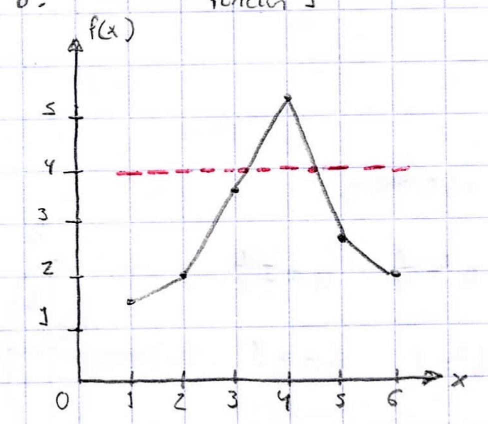
$$y = \frac{\log_2\left(\frac{t}{500}\right)}{2}$$

$$t(f) = \frac{\log_2\left(\frac{t}{500}\right)}{2}$$

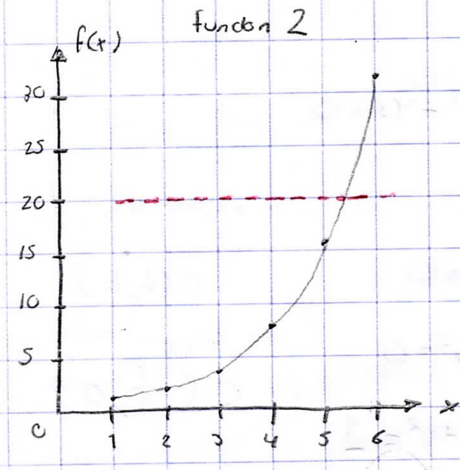
$$t(99{,}999) = \frac{\log_2\left(\frac{99999}{500}\right)}{2} = 3.821 \text{ horas}$$

8.-

funcion 1



funcion 2



la segunda es la funcion uno a uno porque la linea roja solo la toca en un punto

9.- $Q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{a}}\right)$

inversa

cambio variable

$t = Q_0\left(1 - e^{-\frac{y}{a}}\right)$

despejo y

$\frac{t}{Q_0} = 1 - e^{-\frac{y}{a}}$

$e^{-\frac{y}{a}} = 1 - \frac{t}{Q_0}$

$-\frac{y}{a} = \ln\left(1 - \frac{t}{Q_0}\right)$

$-y = a\ln\left(1 - \frac{t}{Q_0}\right)$

$y = -\left(a\ln\left(1 - \frac{t}{Q_0}\right)\right)$

90% de capacidad y $a = 2$

$t = ??$

$y = -\left(2\ln\left(1 - \frac{.9}{1}\right)\right)$

$y = -\left(2\ln\left(\frac{1}{10}\right)\right)$

$y = -(2(-2.302))$

$y = -(-4.605)$

$y = 4.605$ unidades de tiempo

10.- $x(t) = 1-2t$, $y(t) = \frac{1}{2}t - 1$, con $t \in [-2, 4]$

• eliminar t

despejar t de $x(t)$

$$x = 1-2t$$

$$2t = 1-x$$

$$t = \frac{1-x}{2}$$

sustituir t en $y(t)$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{1-x}{2}\right) - 1$$

$$y = \frac{1-x}{4} - 1 = \frac{1-x}{4} - \frac{4}{4}$$

$$y = \frac{1-x-4}{4} = \frac{-x-3}{4}$$

$$y = -\frac{x}{4} - \frac{3}{4}$$

bosquejo de curva

t	x	y
-2	5	-2
-1	3	$-\frac{3}{2}$
0	1	-1
1	-1	$-\frac{1}{2}$
2	-3	0
3	-5	$\frac{1}{2}$
4	-7	1