García Ponce José Camilo 319210536

Ejercicios (Introductorios) Mate 1. 2022-1.

1. La función

$$P(t) = \frac{100000}{100 + 900e^{-t}}$$

describe la población de una comunidad humana, en un ambiente limitado y que soporta una población máxima de 1,000 individuos. [La variable t se mide en años].

- De cuántos individuos es la población inicial? 100 individuos
- Encuentre la función inversa de dicha función. $-\ln\left(\frac{100}{9t} - \frac{1}{9}\right) = y$
- ¿En cuántos años será la población de 920 individuos? 4.639 años

2. En condiciones inicales una población de bacterias se duplica cada 4 horas. Al inicio del experimento hay 100 bacterias.

- Proponga un *modelo matemático* que describa la población de bacterias como función del tiempo. $P(t) = 100(2^{\frac{t}{4}})$
- ¿Cuántas bacterias hay 16 horas después de iniciado el experimento ? 1600 bacterias
- ¿Cuántas bacterias hay 20 horas después de iniciado el experimento ? 3200 bacterias

3. En el ejercicio anterior, Ud. propuso una función $P(t)$, la cual proporcional la población de un cultivo de bacterias como función del tiempo transcurrido (del experimento). Utilice dicha función $P(t)$, para obtener la función inversa, es decir, $t(P)$.
¿Qué le permite calcular $t(P)$?

$t(P) = 4\log_2\left(\frac{t}{100}\right)$

permite calcular a las cuantas horas habría cierto numero de bacterias

4. ¿A las cuántas horas será la población de bacterias de 85,000?

a las 38.925 horas

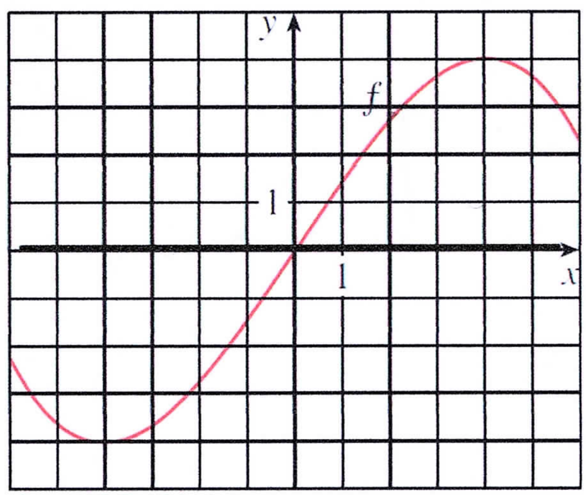
García Ponce José Camilo 319210536

5. Responda lo siguiente:

- Para qué valores de x se cumple $f(x) = 3$ para $x \approx 2.25$
- ¿Cuánto vale $f(2)$? $f(2) \approx 2.75$
- Proporcione el *dominio*y *rango* de la función . dominio $(-\infty,\infty)$ $\{x \mid x \in \mathbb{R}\}$ rango $[-4,4]$ $\{y \in \mathbb{R} \mid -4 \leq y \leq 4\}$
- ¿Qué tipo de paridad tiene la función? impar
- ¿Es inyectiva la función? no
- Indique los intervalos sobre los cuales la función es **creciente** / **decreciente**.

• creciente en funcion de x de -4 a 4 $-4 < x < 4$

• decreciente en funcion de x de -6 a -4 y de 4 a 6 $x < -4$ y $4 < x$



Glosario

(a) Función

(b) Dominio / Rango de una función.

(c) Función inversa

(d) Función inyectiva

(e) Intervalos donde una función es **creciente** / **decreciente**.

(f) Función par / función impar.

García Ponce José Camilo 319210536

Operaciones y deducciones tarea 1

1.- Funcion $P(t) = \frac{100{,}000}{100+900e^{-t}}$

- Poblacion inicial evaluamos la funcion en $t=0$ $P(0) = \frac{10{,}000}{100+900e^{-0}}$

$$P(0) = \frac{10{,}000}{100+900(1)} = \frac{10{,}000}{1000} = 100$$

100 individuos

- Funcion inversa

$y = \frac{100{,}000}{100+900e^{-t}}$ intercambiamos variables $t = \frac{100{,}000}{100+900e^{-y}}$

despejamos y

$$(100+900e^{-y})\,t = 100{,}000 \rightarrow 100+900e^{-y} = \frac{100{,}000}{t}$$

$$900e^{-y} = \frac{100{,}000}{t} - 100 \rightarrow e^{-y} = \frac{\frac{100{,}000}{t} - 100}{900} = \frac{\frac{100{,}000}{t}}{\frac{900}{1}} - \frac{100}{900} = \frac{100{,}000}{900t} - \frac{1}{9}$$

$$\ln(e^{-y}) = \ln\left(\frac{1000}{9t} - \frac{1}{9}\right) \rightarrow -y = \ln\left(\frac{1000}{9t} - \frac{1}{9}\right) \rightarrow y = -\ln\left(\frac{1000}{9t} - \frac{1}{9}\right)$$

- Años para una poblacion de 920 individuos

evaluamos $P^{-1}(t) = -\ln\left(\frac{1000}{9t} - \frac{1}{9}\right)$ en $t=920$ $P^{-1}(920) = -\ln\left(\frac{1000}{9(920)} - \frac{1}{9}\right)$

$$-\ln\left(\frac{1000}{8280} - \frac{1}{9}\right) = -\ln\left(\frac{2}{207}\right) = 4.639$$ años

2.-

- Modelo matematico $P(t) = 100\left(2^{\frac{t}{4}}\right)$

$\frac{t}{4}$ para hacerlo cada 4 horas

$\times 2$ para duplicar

100 las bacterias iniciales

- Bacterias a las 16 horas evaluamos con $t=16$

$$P(16) = 100\left(2^{\frac{16}{4}}\right) = 100(2^4) = 100(16) = 1600 \text{ bacterias}$$

García Ponce José Camilo 319210536

- Bacterias a 20 horas evaluamos con $t = 20$ $P(20) = 100(2^{\frac{20}{4}})$

$100(2^5) = 100(32) = 3200$ bacterias

3.

- Despejo $P(t) = 100(2^{\frac{t}{4}})$

$y = 100(2^{\frac{t}{4}})$ intercambiamos variables $t = 100(2^{\frac{y}{4}})$

despejamos y

$t = 100(2^{\frac{y}{4}}) \rightarrow \frac{t}{100} = 2^{\frac{y}{4}} \rightarrow \log_2(2^{\frac{y}{4}}) = \log_2(\frac{t}{100}) \rightarrow \frac{y}{4} = \log_2(\frac{t}{100})$

$\rightarrow t = 4\log_2(\frac{t}{100})$

- Esa inversa me sirve para cuantas horas son para tener cierto numero de bacterias

4.- horas para 85,000 bacterias

evaluo $P^{-1}(t)$ con $t = 85,000$

$P^{-1}(85000) = 4\log_2(\frac{85000}{100}) = 4\log_2(850) = 4(9.731) = 38.925$ horas

5.-

- Valores de x se cumple $f(x) = 3$; reviso donde se junta $y=3$ con un termino de x y es $x \approx 2.25$
- Cuanto vale $f(2)$; reviso $x=2$ y veo con que valor de y se junta y es $y \approx 2.75$
- Dominio y rango ; el dominio es $(-\infty, \infty)$ porque veo que toma todas los x y el rango es $[-4, 4]$ porque y solo toma de -4 a 4
- Paridad ; es impar porque si se rota 180° la grafica es la misma y no tiene simetria con respecto al eje y
- Es inyectiva? ; no, porque cada elemento del rango le corresponde más de uno del dominio ; y al trazar una linea horizontal cruza más de una vez por la grafica

• Intervalos en los que crece y decrece;

en los que crece basado en la grafica es cuando va subiendo $x_1 < x_2$; $f(x_1) < f(x_2)$

por lo tanto cuando crece es de $x=-4$ a $x=4$ $-4 < x < 4$

en los que decrece es cuando va bajando $x_1 < x_2$; $f(x_1) > f(x_2)$

por lo tanto cuando decrece es de $x=4$ a $x=6$ (podria ser $x \to \infty$ si continua la grafica)

$4 < x$ y de $x=-6$ a $x=-4$ (podria ser $x \to -\infty$ a $x=-4$ si hay algo antes de la grafica)

$x < -4$

• Glosario

a) funcion: es una regla de correspondencia donde a cada elemento de un conjunto A se le asigna con un unico elemento de otro conjunto B

b) Dominio: el conjunto de numeros de partida los cuales son asignados a los de otro conjunto es el conjunto inicial

Rango: conjunto de valores que toma la funcion, es el subconjunto del codominio (conjunto de llegada)

c) funcion Inversa: es una funcion que surge de tener una funcion inyectiva con dominio A y Rango B entonces la inversa tendra de Dominio B y Rang A, seria como la manera contraria de la funcion original (un tipo de regreso)

d) funcion Inyectiva: una funcion donde a cada elemento del dominio le corresponde como maximo uno del rango, no puede tener dos del rango por cada uno del dominio

e) intervalos crecientes: son los x cuando la funcion va aumentando, mientras crece la variable independiente crece el valor de la funcion

intervalos decrecientes: son los x cuando la funcion disminuye, mientras crece la variable independiente disminuye el valor de la funcion

f) funcion par: funciones con graficas con eje simetrico en y ; un valor del rango le corresponde a más de uno del dominio $f(x) = f(-x), \forall x$ ejemplo: $f(x) = x^4$

funcion impar: funciones con graficas con simetria rotacional con respecto al origen (girar 180°) $f(-x) = -f(x), \forall x$ ejemplo: $f(x) = x$