2,5,8,11,13

Tarea-Examen 1 | García Ponce José Camilo

2. Si P y Q son verdaderas, y R y S son falsas, encuentra el valor de verdad de la formula:

$$(P \Rightarrow ((\neg Q \vee R) \wedge \neg S)) \wedge (\neg S \Rightarrow (\neg R \wedge P))$$

renglon de Tabla de verdad

P	Q	R	S	$\neg Q$	$\underbrace{\neg Q \vee R}_{A}$	$\neg S$	$\underbrace{A \wedge \neg S}_{B}$	$\underbrace{P \Rightarrow B}_{C}$	$\neg R$	$\underbrace{\neg R \wedge P}_{D}$	$\underbrace{\neg S \Rightarrow D}_{E}$	$C \wedge E$
V	V	F	F	F	F	V	F	F	V	V	V	F

por lo tanto el valor de verdad de la formula es falso

5. Sean $A, B \subseteq X$ y $C, D \subseteq Y$ conjuntos.
Demuestre que $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D) \cup (A \times D) \cup (B \times C)$

$\subseteq$] Sea $(x,y) \in (A \cup B) \times (C \cup D)$ cualquier pareja, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $x \in (A \cup B)$ y $y \in (C \cup D)$, por def de unión $\Rightarrow$ $x \in A$ o $x \in B$ y $y \in C$ o $y \in D$, ahora tenemos casos:

caso 1 $x \in A$ y tenemos dos casos:

caso 1.1 $x \in A$ y $y \in C$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $(x,y) \in (A \times C)$, por el teorema 1.2.4.1 (le agregamos) $\Rightarrow$ $(A \times C) \subseteq (A \times C) \cup (B \times D) \cup (A \times D) \cup (B \times C)$, por lo tanto $(x,y) \in (A \times C) \cup (B \times D) \cup (A \times D) \cup (B \times C)$

caso 1.2 $x \in A$ y $y \in D$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $(x,y) \in (A \times D)$, por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 $\Rightarrow$ $(A \times D) \subseteq (A \times C) \cup (B \times D) \cup (A \times D) \cup (B \times C)$, por lo tanto

$(x,y) \in (A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$

caso 2: $x\in B$ y tenemos dos casos:

caso 2.1: $x\in B$ y $y\in C$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $(x,y)\in(B\times C)$, por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 $\Rightarrow$ $(B\times C)\subseteq(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$ por lo tanto $(x,y)\in(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$

caso 2.2: $x\in B$ y $y\in D$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $(x,y)\in(B\times D)$, por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 $\Rightarrow$ $(B\times D)\subseteq(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$, por lo tanto $(x,y)\in(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$

Y con los casos tenemos que $(x,y)\in(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$ y como la eleccion fue arbitraria concluimos que

$$(A\cup B)\times(C\cup D)\subseteq(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$$

$\supseteq$] Sea $(x,y)\in(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$ cualquiera, por teorema 1.2.4.4 reacomodamos $(x,y)\in(A\times C)\cup(A\times D)\cup(B\times C)\cup(B\times D)$, por teorema 1.2.33.1 $\Rightarrow$ $(x,y)\in(A\times(C\cup D))\cup(B\times(C\cup D))$, por teorema 1.2.33.1 otra vez $\Rightarrow$ $(x,y)\in(A\cup B)\times(C\cup D)$, y como la eleccion fue arbitraria tenemos que

$$(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)\subseteq(A\cup B)\times(C\cup D)$$

y por doble contencion tenemos que

$$(A\cup B)\times(C\cup D)=(A\times C)\cup(B\times D)\cup(A\times D)\cup(B\times C)$$

$\square$

8. Sean $R, S, T \subseteq X \times X$ relaciones

Demuestre que $(R \cup S) \circ T = (R \circ T) \cup (S \circ T)$

$\subseteq$| Sean $x, z \in X$ cualesquiera y $(x,z) \in (R \cup S) \circ T$ cualquier pareja, por def de composicion $\Rightarrow \exists y \in X$ tal que $(x,y) \in T$ y $(y,z) \in (R \cup S)$, por def de union $\Rightarrow \exists y \in X$ tal que $(x,y) \in T$ y $((y,z) \in R$ o $(y,z) \in S)$, por distributiva de union y interseccion $\Rightarrow \exists y \in X$ tal que $((x,y) \in T$ y $(y,z) \in R)$ o $((x,y) \in T$ y $(y,z) \in S)$, por def de composicion $\Rightarrow (x,y) \in (R \circ T)$ o $(x,y) \in (S \circ T)$, por def de union $\Rightarrow (x,y) \in (R \circ T) \cup (S \circ T)$, como las elecciones fueron arbitrarias tenemos que:

$$(R \cup S) \circ T \subseteq (R \circ T) \cup (S \circ T)$$

$\supseteq$| Sean $x, y, z \in X$ cualesquiera y $(x,z) \in (R \circ T) \cup (S \circ T)$ cualquier pareja, por def de union $\Rightarrow (x,z) \in (R \circ T)$ o $(x,z) \in (S \circ T)$, por def de composicion $\Rightarrow \exists y \in X$ tal que $((x,y) \in T$ y $(y,z) \in R)$ o $((x,y) \in T$ y $(y,z) \in S)$, por distributiva de union y interseccion $\Rightarrow \exists y \in Y$ tal que $(x,y) \in T$ y $((y,z) \in R$ o $(y,z) \in S)$, por def de union $\Rightarrow \exists y \in Y$ tal que $(x,y) \in T$ y $(y,z) \in (R \cup S)$, por def de composicion $\Rightarrow (x,z) \in (R \cup S) \circ T$, como las elecciones fueron arbitrarias tenemos $(R \circ T) \cup (S \circ T) \subseteq (R \cup S) \circ T$ y por doble contencion tenemos $(R \cup S) \circ T = (R \circ T) \cup (S \circ T)$ $\square$

* en estos tengo duda del $\exists y \in X$ y de los primeros Sean $x, z \in X$ *

11. Sea $f: X \to Y$ una funcion
Prueba que f es suprayectiva si y solo si $Y - f(A) \subseteq f(X-A)$ para todo $A \subseteq X$

$\Rightarrow]$ Supongamos que f es suprayectiva

Sea $A \subseteq X$ cualquiera y sea $y \in Y - f(A)$ cualquiera, como por hipotesis tenemos que f es suprayectiva (una funcion donde $f(X) = Y$, la imagen del dominio es todo el codominio), tenemos que $Y = f(X)$, entonces lo reemplazamos y tenemos $y \in f(X) - f(A)$, por def de diferencia $\Rightarrow$ $y \in f(X)$ y $y \notin f(A)$, por def de imagen $\Rightarrow$ existe $x \in X$ tal que $(x,y) \in f$ y no existe $x \in A$ tal que $(x,y) \in f$, lo cual es igual a para todo $x \in A$ tal que $(x,y) \notin f$, tenemos que $x \in X$ y $x \notin A$ tal que $(x,y) \in f$, por def de diferencia $\Rightarrow$ $x \in (X - A)$ tal que $(x,y) \in f$, por def de imagen $y \in f(X-A)$, como la eleccion fue arbitraria tenemos que:

$$Y - f(A) \subseteq f(X-A)$$

*una demostracion similar pero con relaciones la vimos en la ayudantia 9

$\Leftarrow]$ Suponemos que $Y - f(A) \subseteq f(X-A)$ para todo $A \subseteq X$

Suponemos que ~~q~~ f no es suprayectiva para generar una contradiccion

Sea $y \in Y - f(A)$ cualquiera, por def de diferencia $\Rightarrow$

$y \in Y$ y $y \notin f(A)$, y ahora al ser f no supreyectiva,

tenemos dos casos:

caso 1 $y \in f(X)$, si esto paso tenemos que $y \in f(X)$ y $y \notin f(A)$ por def de imagen, existe $x \in X$ talque $(x,y) \in f$ y no existe $x \in A$ talque $(x,y) \in f$, entonces por def de diferencia $\Rightarrow$ existe $x \in (X-A)$ tal que $(x,y) \in f$, y por def de imagen $\Rightarrow$ $y \in f(X-A)$, como vemos en este caso se cumple la hipotesis

caso 2 $y \notin f(X)$, en este caso tenemos que y no esta en la imagen del dominio, por lo que tenemos una contradiccion con la hipotesis, porque tendriamos que $y \in f(X-A)$, pero al $y \notin f(X)$, generamos una contradiccion

Como vimos si f no es supreyectiva, no podemos garantizar que un elemento del codominio se encuentre en la imagen del dominio, habra casos donde suceda esto, pero no es garantizado, por lo tanto para que la hipotesis siempre se cumpla f de ser supreyectiva y asi garantizar que cualquier elemento del codominio siempre se encuentre en la imagen del dominio

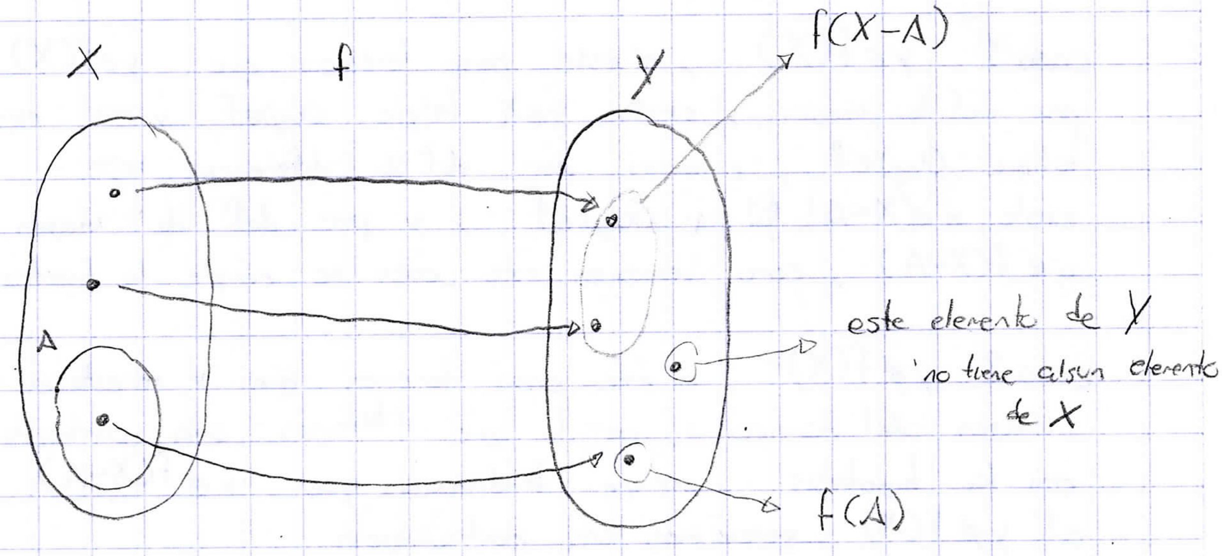
y al probar la doble implicacion podemos concluir que

$$f \text{ es supreyectiva} \iff Y - f(A) \subseteq f(X-A) \text{ para todo } A \subseteq X$$

$\square$

en el regreso no estoy muy seguro

* para entender un poco mejor tengo este mapita *



13. Sean X y Y conjuntos

Sea $Y \subseteq X$ tal que $Y \neq X$. Sea R la relacion en el conjunto $P(X)$ definida para cada $A, B \subseteq X$ como $(A,B) \in R$ si y solo si $A \triangle B \subseteq Y$, en donde $A \triangle B = (A-B) \cup (B-A)$ es la diferencia simetrica. Demuestre que R es una relacion de equivalencia en $P(X)$

✓ • R es reflexiva : PD $(A,A) \in R$ $\forall A \in P(X)$

sea $(A,A) \subseteq P(X)$ cualquera. Para que $(A,A) \in R$ tiene que $A \triangle A \subseteq Y$, por def de dif simetrica, sabemos que $A \triangle A = (A-A) \cup (A-A)$, por teorema 1.2.15.1 tenemos que $A \triangle A = \emptyset \cup \emptyset$, por def de union $A \triangle A = \emptyset$, y por el teorema 1.1.12.1 tenemos que $\emptyset \subseteq Y$, por hipotesis $A \triangle A \subseteq Y$ y por hipotesis $(A,A) \in R$, por lo tanto R es reflexiva.

✓ • R es simetrica : PD $(A,B) \subseteq R \Rightarrow (B,A) \in R$ $\forall A,B \subseteq P(X)$

Sea $(A,B) \subseteq P(X)$ cualquera, suponemos que $(A,B) \subseteq R$, por lo tanto por hipotesis $A \triangle B \subseteq Y$. por la observacion de la ayudantia 7 (la dif simetrica es conmutativa) tenemos que $A \triangle B = B \triangle A$, y por hipotesis tenemos que $A \triangle B \subseteq Y$ entonces $B \triangle A \subseteq Y$, ya que son iguales, por lo que por hipotesis $(B,A) \in R$, por lo tanto R es simetrica

• R es transitiva : PD $(A,B) \in R$ y $(B,C) \in R \Rightarrow (A,C) \in R$ $\forall A,B,C \subseteq P(X)$

por hipotesis tenemos que entonces $A \triangle B \subseteq Y$ y $B \triangle C \subseteq Y \Rightarrow A \triangle C \subseteq Y$

Para esto demostramos que $A \triangle C \subseteq A \triangle B \cup B \triangle C$ (con diagrama de Ven se ve bonito)

Sea $A,B,C \subseteq X$ Sea $x \in A \triangle C$ cualquera, por def de dif simetrica $\Rightarrow x \in (A-C) \cup (C-A)$,

por def de union $\Rightarrow x \in (A-C)$ o $x \in (C-A)$, por def de diferencia $\Rightarrow$

$(x \in A$ y $x \notin C)$ o $(x \in C$ y $x \notin A)$, ahora tenemos dos casos :

caso 1 $x \in A$ y $x \notin C$ y ahora tenemos dos casos :

caso 1.1 $x \in B$ por def de diferencia $x \in (B-C)$, por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que $(B-C) \subseteq (B-C) \cup (C-B)$, por lo tanto $x \in (B-C) \cup (C-B)$, por def de dif simetrica $\Rightarrow$

$x \in B \triangle C$ y por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que

$B \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$ y con esto tenemos que $x \in (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

caso 1.2 $x \notin B$, por def de diferencia $x \in (A-B)$, por el teorema

1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que $(A-B) \subseteq (A-B) \cup (B-A)$, por lo

tanto $x \in (A-B) \cup (B-A)$, por def de dif simetrica $\Rightarrow x \in (A \triangle B)$

y por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que

$(A \triangle B) \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$ y con esto tenemos que $x \in (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

caso 2 $x \in C$ y $x \notin A$ y ahora tenemos dos casos

caso 2.1 $x \in B$, por def de diferencia $\Rightarrow x \in (B-A)$, por el

teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que $(B-A) \subseteq (A-B) \cup (B-A)$

por lo tanto $x \in (A-B) \cup (B-A)$, por def de dif $\Rightarrow x \in (A \triangle B)$,

y por teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que

$(A \triangle B) \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$ y con esto tenemos que

$x \in (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

caso 2.2 $x \notin B$, por def de diferencia $\Rightarrow x \in (C-B)$, por el

teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que $(C-B) \subseteq (B-C) \cup (C-B)$, por lo tanto $x \in (B-C) \cup (C-B)$, por def de dif simetrica $\Rightarrow$

$x \in B \triangle C$ y por el teorema 1.2.4.1 y 1.2.4.4 tenemos que

$B \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$ y con esto tenemos que $x \in (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

y como podemos ver en todos los casos $x \in (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$ por

lo tanto concluimos que $A \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C)$.

Como sabemos que $A \triangle B \subseteq Y$ y $B \triangle C \subseteq Y$ por hipotesis,

y con lo que acabamos de demostrar y el teorema 1.1.12.3 $\Rightarrow$

tenemos que $A \triangle C \subseteq (A \triangle B) \cup (B \triangle C) \subseteq Y$ por lo tanto

$A \triangle C \subseteq Y$ y por nuestra hipotesis $(A, C) \in R$. por lo

tanto R es transitiva.

Y como R es reflexiva, simetrica y transitiva, entonces

tenemos que R es de equivalencia $\square$

ejercicios que elegí

1. P y R son verdaderos, y Q y S son falsas, encuentra el valor de verdad de la formula

$$(S \Rightarrow (P \wedge \neg R)) \wedge ((P \Rightarrow (R \vee Q)) \wedge S)$$

P	R	Q	S	$\neg R$	$\underbrace{P \wedge \neg R}_{A}$	$\underbrace{S \Rightarrow A}_{B}$	$\underbrace{R \vee Q}_{C}$	$\underbrace{P \Rightarrow C}_{D}$	$\underbrace{D \wedge S}_{E}$	$B \wedge E$
V	V	F	F	F	F	V	V	V	F	F

por lo tanto el valor de verdad de la formula es falso

4. Sean $A, B \subseteq X$ y $C, D \subseteq Y$
Demuestre que $(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$

$\subseteq$]

Sea $(x,y) \in (A \times C) \cap (B \times D)$ cualquiera, por def de interseccion $\Rightarrow$

$(x,y) \in (A \times C)$ y $(x,y) \in (B \times D)$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$

$(x \in A$ y $y \in C)$ y $(x \in B$ y $y \in D)$, por teorema 1.2.8.3 $\Rightarrow$

$x \in A$ y $(y \in C$ y $(x \in B$ y $y \in D))$, por teorema 1.2.8.3 y 1.2.8.4 $\Rightarrow$

$x \in A$ y $((y \in C$ y $y \in D)$ y $x \in B)$, por teorema 1.2.8.3 y 1.2.8.4 $\Rightarrow$

$(x \in A$ y $x \in B)$ y $(y \in C$ y $y \in D)$, por def de interseccion $\Rightarrow$

$x \in (A \cap B)$ y $y \in (C \cap D)$, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$

$(x,y) \in (A \cap B) \times (C \cap D)$, coma la eleccion fue arbitraria

tenemos que $(A \times C) \cap (B \times D) \subseteq (A \cap B) \times (C \cap D)$

$\supseteq$) Sea $(x,y) \in (A \cap B) \times (C \cap D)$ cualquiera, por def de producto cartesiano $\Rightarrow$ $x \in (A \cap B)$ y $y \in (C \cap D)$, por def de interseccion $(x \in A$ y $x \in B)$ y $(y \in C$ y $y \in D)$, por teorema 1.2.8.3 y 1.2.8.4 $\Rightarrow$ $((x \in A$ y $x \in B)$ y $y \in C)$ y $y \in D$, por teorema 1.2.8.3 y 1.2.8.4 $\Rightarrow$ $((x \in A$ y $y \in C)$ y $x \in B)$ y $y \in D$, por teorema 1.2.8.3 y 1.2.8.4 $\Rightarrow$ $(x \in A$ y $y \in C)$ y $(x \in B$ y $y \in D)$, por def de producto cartesiano $(x,y) \in (A \times C)$ y $(x,y) \in (B \times D)$, por def de interseccion $(x,y) \in (A \times C) \cap (B \times D)$, como la eleccion fue arbitraria tenemos que $(A \cap B) \times (C \cap D) \subseteq (A \times C) \cap (B \times D)$

y por doble contension tenemos que:

$$(A \times C) \cap (B \times C) = (A \cap B) \times (C \cap D) \quad \square$$

7. Sean $R, S, T \subseteq X \times X$ relaciones
Demuestre que $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$

Mediante cadena de equivalencia demostramos

Sean $x, z \in X$ cualesquiera y $(x,z) \in (R \circ S)^{-1}$ cualquier, por def de inversa

$\iff (z,x) \in (R \circ S)$, por def de composicion $\iff \exists y \in X$ tal que

$(z,y) \in S$ y $(y,x) \in R$, por def de inversa $\iff \exists y \in X$ tal que

$(y,z) \in S^{-1}$ y $(x,y) \in R^{-1}$, por def de composicion $\iff$

$(x,z) \in R^{-1} \circ S^{-1}$, como las elecciones fueron arbitrarias

y por cadena de equivalencias concluimos que

$$(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$$

$\square$

* tengo duda de las $\exists y \in X$ tal que y de las primeras sean $x, z \in X$ *

12. Sea $f: X \to Y$

Prueba que f es inyectiva si y solo si $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ para todo $A, B \subseteq X$

$\Rightarrow$] Supongamos que f es inyectiva

$\subseteq$] Sea $y \in f(A \cap B)$ cualquiera, por def de imagen $\Rightarrow$ existe $x \in A \cap B$ tal que $(x,y) \in f$, por def de interseccion $\Rightarrow$ existe $x \in A$ tal que $(x,y) \in f$ y existe $x \in B$ tal que $(x,y) \in f$, por def de imagen $\Rightarrow$ $y \in f(A)$ y $y \in f(B)$, por def de interseccion $\Rightarrow$ $y \in f(A) \cap f(B)$, como la eleccion fue arbitraria tenemos que

$$f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$$

$\supseteq$] Sea $y \in f(A) \cap f(B)$ cualquiera, por def de interseccion $\Rightarrow$ $y \in f(A)$ y $y \in f(B)$, ahora por def de imagen $\Rightarrow$ existe $x_1 \in A$ tal que $(x_1, y) \in f$ o $y = f(x_1)$ (otra forma de decirlo) y existe $x_2 \in B$ tal que $(x_2, y) \in f$ o $y = f(x_2)$ (otra forma de decirlo), y como f es inyectiva (hipotesis) por def de funcion inyectiva $\Rightarrow$ tenemos que $x_1 = x_2$, y por lo tanto tenemos que existe $x_1 \in A$ tal que $f(x_1) = y$ y $x_1 \in B$ tal que $f(x_1) = y$, y por def de interseccion $\Rightarrow$ existe $x_1 \in A \cap B$ tal que $f(x_1) = y$, y por def de imagen $\Rightarrow$ $y \in f(A \cap B)$, y como la eleccion fue arbitraria tenemos que $f(A) \cap f(B) \subseteq f(A \cap B)$

y por doble contencion concluimos que :

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$

$\Leftarrow$ Supongamos que $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ para todo $A, B \subseteq X$

Supongamos que f no es inyectiva para generar una contradiccion

Sea $x \in A$ y $z \in B$ (sus unicos elementos) tales que $f(x) = f(z)$ y $x \neq z$, como

$x \neq z$ tenemos que A y B no comparten elementos, por lo tanto

son conjuntos ajenos, entonces $A \cap B = \emptyset$ y por lo tanto

sabemos que $f(A \cap B) = \emptyset$, ahora sabemos que por hipotesis

$f(x) = f(z)$, entonces por hipotesis $f(A) = f(B)$, y por lo

la interseccion de $f(A) \cap f(B) \neq \emptyset$ (debido que al ser iguales

en la interseccion al menos esta $f(A)$), y aqui tenemos una contradiccion

tenemos que $f(A \cap B) = \emptyset \neq f(A) \cap f(B) \neq \emptyset$, por lo

que generamos una contradiccion con nuestra hipotesis, y para

resolver la contradiccion necesitamos que $x = z$ y para que

esto suceda f debe ser inyectiva (por def de inyectiva

$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$) por lo tanto concluimos que f es inyectiva

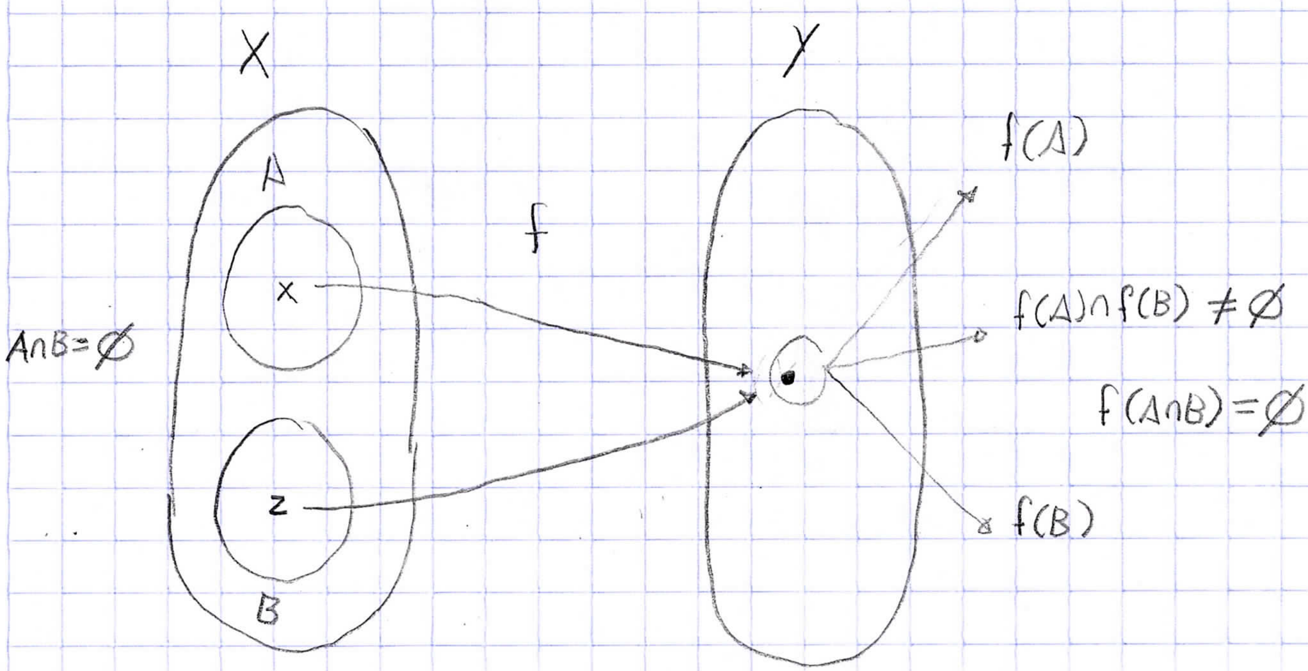
para mantener la igualdad de la hipotesis y al probar doble implicacion concluimos que

f es inyectiva $\iff f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ para todo $A, B \subseteq X$

$\square$

esta como la otra de funcion me costo algo el regreso y no se si este muy bien

para entenderlo un poco mejor hice este mapita



14. Sean X y Y conjuntos
Sean R y S relaciones de equivalencia en X tales que $X/R = X/S$
Demuestre que $R=S$

$\subseteq$ | Sea $(x,y)\in R$ cualquiera y $x,y\in X$ cualquiera, al ser R una relacion de equivalencia, por def de clase de equivalencia tenemos que $[x]_R = \{y\in X \mid (x,y)\in R\}$, por lo tanto $\{y\}\in [x]_R$, ademas al ser R y S relaciones de $X\times X$, por lo visto en la clase 21 entonces X es la unica clase de equivalencia, por hipotesis tenemos que X/R es por def de conjunto cociente $\Rightarrow$ el conjunto de todas las clases de equivalencia por lo tanto $X/R = \{[x]_R$ tales que $x\in X\}$ y como tenemos que $\{y\}\in [x]_R$ por lo tanto $\{\{y\}\}\in X/R$ y por la hipotesis de que $X/R = X/S$ y R y S son de equivalencia, entonces $\{\{y\}\}\in X/S$, y ahora por la def de conjunto cociente $\Rightarrow$ X/S es el conjunto de la clase de equivalencia $X/S = \{[x]_S$ tal que $x\in X\}$, por lo tanto $\{y\}\in [x]_S$, y por la def de clase de equivalencia $\Rightarrow$ $[x]_S = \{y\in X$ tal que $(x,y)\in S\}$ entonces al tener $\{y\}\in [x]_S$ tenemos que $y\in X$ y $(x,y)\in S$, como las elecciones fueron arbitrarias tenemos que:

$$R\subseteq S$$

2] Sea $(x,y) \in S$ cualquiera y $x,y \in X$ cualquiera, al ser S una relacion de equivalencia por def de clase de equivalencia tenemos que $[x]_S = \{ y \in X$ tales que $(x,y) \in S \}$, por lo tanto $\{y\} \in [x]_S$, ademas al ser R y S relaciones de $X \times X$, por lo visto en la clase 2] sabemos que X es la unica clase de equivalencia, por hipotesis tenemos que X/S es por def de conjunto cociente $\Rightarrow$ el conjunto de todas las clases de equivalencia por lo tanto $X/S = \{[x]_S$ tales que $x \in X\}$ y como tenemos que $\{y\} \in [x]_S$ entonces $\{\{y\}\} \in X/S$ y por la hipotesis de que $X/R = X/S$ y R y S son de equivalencia entonces $\{\{y\}\} \in X/R$, por def de conjunto cociente $\Rightarrow X/R$ es el conjunto de las clases de equivalencia $X/R = \{[x]_R$ tal que $x \in X\}$, por esto $\{y\} \in [x]_R$ y por la def de clase de equivalencia $\Rightarrow [x]_R = \{ y \in X$ tal que $(x,y) \in R \}$ entonces al saber que $\{y\} \in [x]_R$ tenemos que $y \in X$ y $(x,y) \in R$, como las elecciones fueron arbitrarias, tenemos que:

$$S \subseteq R$$

y por doble contencion concluimos que:

en este no se si use "{ }" bien

$$R = S \quad \square$$

* respondi los ejercicios como mejor puede, en algunos (los ultimos) tengo algunas dudas si lo que hago esta bien*

:)

Saludos