Tareita 4 García Ponce José Camilo

1) Demostrar que para cualquier grafica G sucede que $(\overline{(\overline{G})}) = G$

Sea G una grafica cualquiera

Primero veamos que $V(G) = V(\overline{(\overline{G})})$, esto es debido

ya que $V(G) = V(\overline{G})$ por la definicion del complemento,

ya que la grafica y su complemento tienen los mismos vertice,

y por esto $V(\overline{G}) = V(\overline{(\overline{G})})$ y por lo tanto tenemos

que $V(G) = V(\overline{G}) = V(\overline{(\overline{G})}) \Rightarrow V(G) = V(\overline{(\overline{G})})$.

Ahora veamos que $E(G) = E(\overline{(\overline{G})})$, esto sucede

debido a que, por definicion de complemento sabemos

que $E(\overline{G})$ son todos los aristas que no estan en $E(G)$

y por lo mismo los aristas en $E(\overline{(\overline{G})})$ son los aristas que

no estan en $E(G)$, por lo tanto $E(G) = E(\overline{(\overline{G})})$

otra manera de ver esto es por doble contension

$\subseteq$] Sea uv un arista cualquiera en $E(G)$, por

definicion de complemento uv no esta en $E(\overline{G})$ y por def

de complemento uv esta en $E(\overline{(\overline{G})})$, como la

eleccion fue arbitraria concluimos que $E(G) \subseteq E(\overline{(\overline{G})})$

$\supseteq$) Sea uv un arista cualquiera en $E(\overline{(\overline{G})})$, por def de complemento uv no esta en $E(\overline{G})$ y otra vez por def de complemento uv esta en $E(G)$, por la eleccion arbitraria concluimos que $E(\overline{(\overline{G})}) \subseteq E(G)$ y por doble contencion $E(G) = E(\overline{(\overline{G})})$

Y ahora como los aristas y vertices de G y $\overline{(\overline{G})}$ son los mismos, concluimos que $G = \overline{(\overline{G})}$ para cualquier grafica G

$\square$