

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Estructuras de Datos 2022-2
Tarea 07: AVL y Heap (min, max)

Pedro Ulises Cervantes González Yessica Janeth Pablo Martínez,
confundeme@ciencias.unam.mx yessica_j_pablo@ciencias.unam.mx

Jorge Macías Gómez
jorgemacias@ciencias.unam.mx

Fecha de entrega: 30 de Mayo del 2022
Hora límite de entrega: 23:59

Equipo:

- Bonilla Reyes Dafne
- García Ponce José Camilo

1. Árboles AVL (5 puntos)

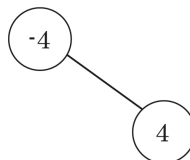
- Dado el siguiente arreglo $A = \{-4, 4, 23, 8, 31, 27, -94, 0, -10, 6\}$ inserta paso a paso cada elemento y muestra detalladamente el desarrollo del árbol resultante.

- Agregamos el -4
Como el árbol está vacío, solo lo ponemos de raíz.



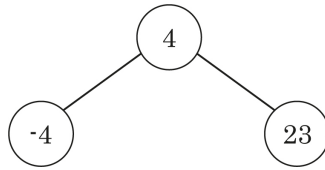
Alturas: La del -4 es 0

- Agregamos el 4
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo derecho del -4, lo agregamos. Actualizamos alturas. Y ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del -4 es 1, la del 4 es 0

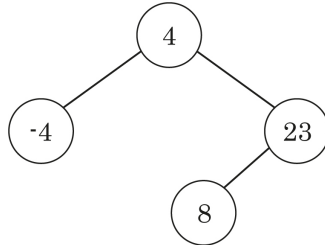
- Agregamos el 23
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo derecho del 4, lo agregamos. Actualizamos alturas. Y ahora vemos que no es un árbol AVL, por lo tanto, tenemos que rotar a la izquierda al -4. Actualizamos alturas. Ahora ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 4 es 1, la del -4 es 0, la del 23 es 0

- Agregamos el 8

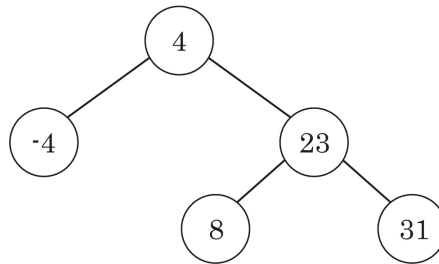
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo izquierdo del 23, lo agregamos. Actualizamos alturas. Ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 4 es 2, la del -4 es 0, la del 23 es 1, la del 8 es 0

- Agregamos el 31

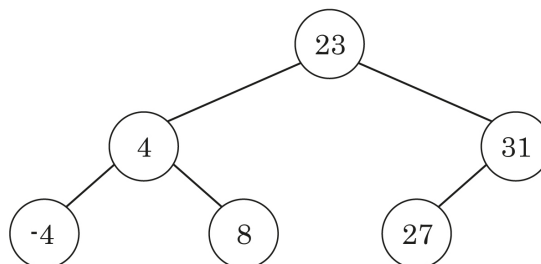
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo derecho del 23, lo agregamos. Actualizamos alturas. Ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 4 es 2, la del -4 es 0, la del 23 es 1, la del 8 es 0, la del 31 es 0

- Agregamos el 27

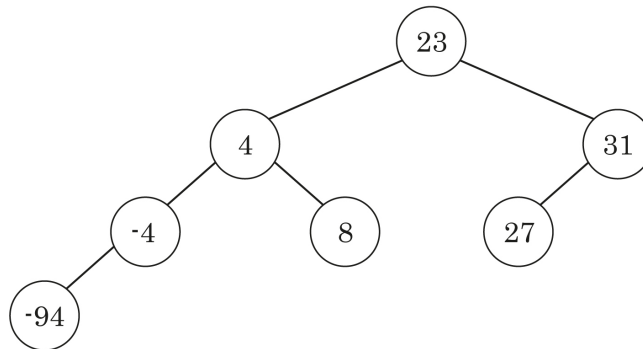
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo izquierdo del 31, lo agregamos. Actualizamos alturas. Y ahora vemos que no es un árbol AVL, ya que hay una diferencia mayor de 1 en las alturas de los hijos de 4, por lo tanto, tenemos que rotar a la izquierda al 4. Actualizamos alturas. Ahora ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 23 es 2, la del 4 es 1, la del 31 es 1, la del -4 es 0, la del 8 es 0, la del 27 es 0

- Agregamos el -94

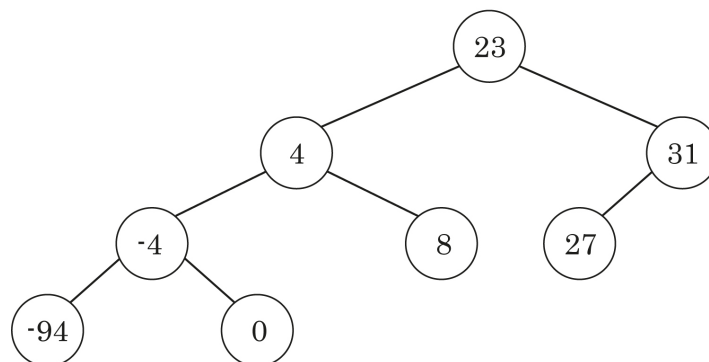
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo izquierdo del -4, lo agregamos. Actualizamos alturas. Ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 23 es 3, la del 4 es 2, la del 31 es 1, la del -4 es 1, la del 8 es 0, la del 27 es 0, la del 94 es 0

- Agregamos el 0

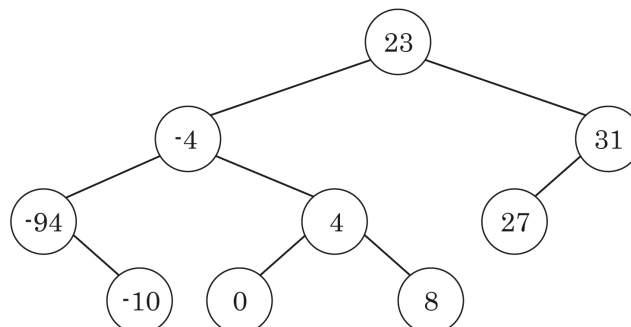
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo derecho del -4, lo agregamos. Actualizamos alturas. Ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 23 es 3, la del 4 es 2, la del 31 es 1, la del -4 es 1, la del 8 es 0, la del 27 es 0, la del 94 es 0, la del 0 es 0

- Agregamos el -10

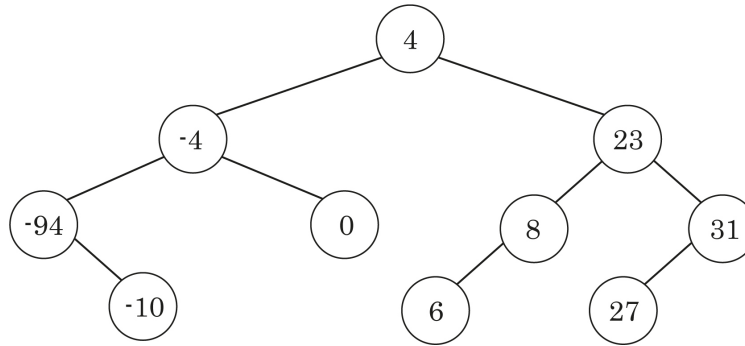
Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo derecho del -94, lo agregamos. Actualizamos alturas. Y ahora vemos que no es un árbol AVL, ya que hay una diferencia mayor de 1 en las alturas de los hijos de 4, por lo tanto, tenemos que rotar a la derecha al 4. Actualizamos alturas. Ahora ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.



Alturas: La del 23 es 3, la del -4 es 2, la del 31 es 1, la del -94 es 1, la del 4 es 1, la del 27 es 0, la del -10 es 0, la del 0 es 0, la del 8 es 0

- Agregamos el 6

Buscamos el lugar para el nuevo vértice, su lugar será como hijo izquierdo del 8, lo agregamos. Actualizamos alturas. Y ahora vemos que no es un árbol AVL, ya que hay una diferencia mayor de 1 en las alturas de los hijos de 23, por lo tanto, tenemos que hacer una rotación compuesta a la derecha al 23. Actualizamos alturas. Ahora ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.

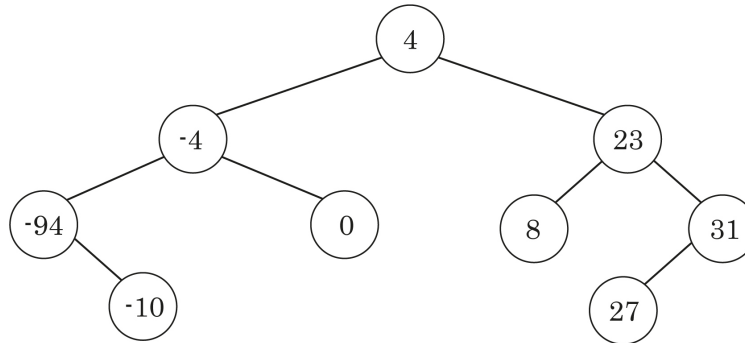


Alturas: La del 4 es 3, la del -4 es 2, la del 23 es 2, la del -94 es 1, la del 0 es 0, la del 8 es 1, la del 31 es 1, la del -10 es 0, la del 6 es 0, la del 27 es 0

- Dado el árbol resultante elimina al elemento 6 (reordena si es necesario). Luego elimina al elemento 4 (reordena si es necesario). Asegúrate de que tu árbol siga cumpliendo con ser AVL.

- Eliminar el 6

Buscamos si el elemento está en el árbol, si está. Ahora vemos que es una hoja, entonces solo borramos a la hoja. Actualizamos alturas. Ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.

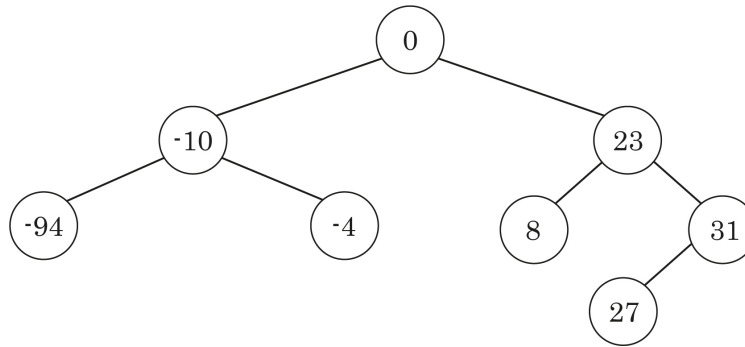


Alturas: La del 4 es 3, la del -4 es 2, la del 23 es 2, la del -94 es 1, la del 0 es 0, la del 8 es 0, la del 31 es 1, la del -10 es 0, la del 27 es 0

- Eliminar el 4

Buscamos si el elemento está en el árbol, si está. Ahora vemos que es tiene dos hijos, entonces lo intercambiamos con el mayor de su subárbol izquierdo que es el 0. Luego volvemos a eliminar al 4 que ahora es una hoja, entonces solo borramos a la hoja. Actualizamos alturas. Y ahora vemos que no es un árbol AVL, ya que hay una diferencia mayor de 1 en las alturas de los hijos de -4, por lo tanto, tenemos que hacer una rotación compuesta a la derecha al -4. Actualizamos alturas. Ahora ya terminamos debido a que cumple que es un árbol AVL.

Alturas: La del 0 es 3, la del -10 es 1, la del 23 es 2, la del -94 es 0, la del -4 es 0, la del 8 es 0, la del 31 es 1, la del 27 es 0



2. Min heap y Max heap (5 puntos)

- Dado el siguiente arreglo $A = \{32, 13, 5, 17, -20, 22, 4, 26, 76, -30\}$ inserta paso a paso cada elemento usando Min heap y Max heap. Muestra detalladamente el desarrollo del árbol resultante.
- Realiza una eliminación y muestra el árbol resultante.
- Inserta al elemento 15
- Realiza una eliminación y muestra el árbol resultante.

*Asegúrate de que tu árbol siga cumpliendo con ser Min heap o Max heap.

- Muestra al mínimo elemento en Min heap y muestra al máximo elemento en Max heap.

- Min heap

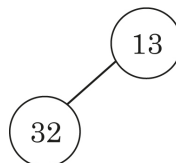
- Agregamos al 32

Como el árbol está vacío, solo lo ponemos de raíz.



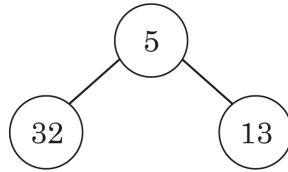
- Agregamos al 13

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 32, lo agregamos. Ahora veamos que $13 < 32$ entonces los intercambiamos. Y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



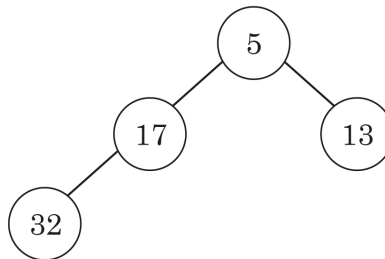
- Agregamos al 5

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 13, lo agregamos. Ahora veamos que $5 < 13$ entonces los intercambiamos. Y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



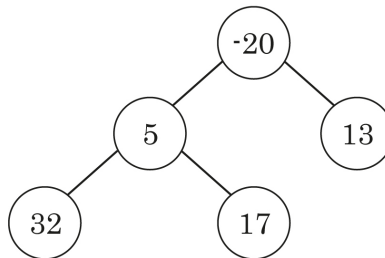
- Agregamos al 17

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 32, lo agregamos. Ahora veamos que $17 < 32$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $17 > 5$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



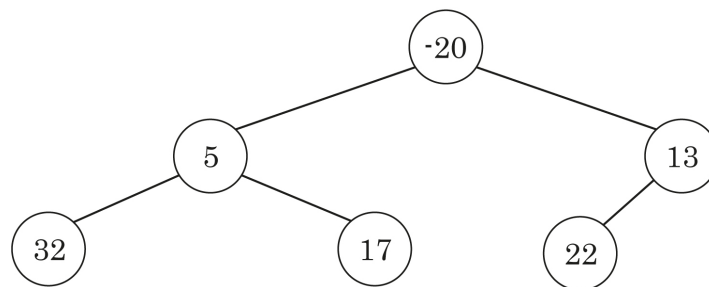
- Agregamos al -20

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 17, lo agregamos. Ahora veamos que $-20 < 17$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $-20 < 5$ entonces los intercambiamos. Y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



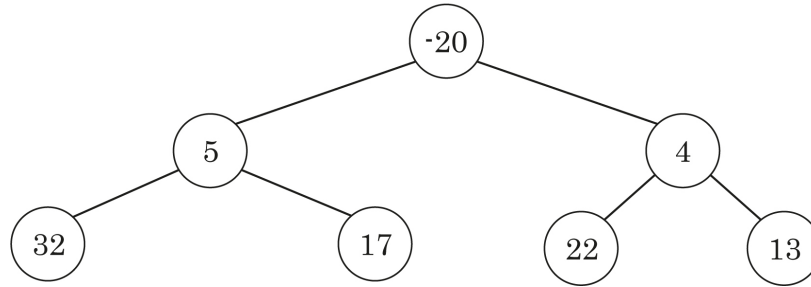
- Agregamos al 22

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 13, lo agregamos. Ahora veamos que $22 > 13$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



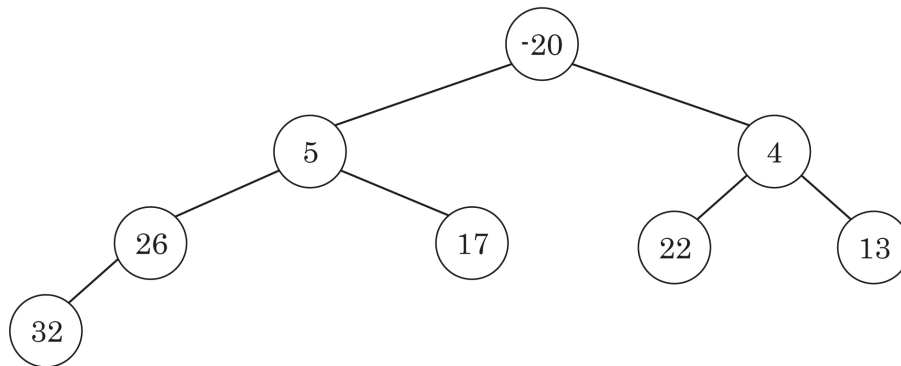
- Agregamos al 4

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 13, lo agregamos. Ahora veamos que $4 < 13$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $4 > -20$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



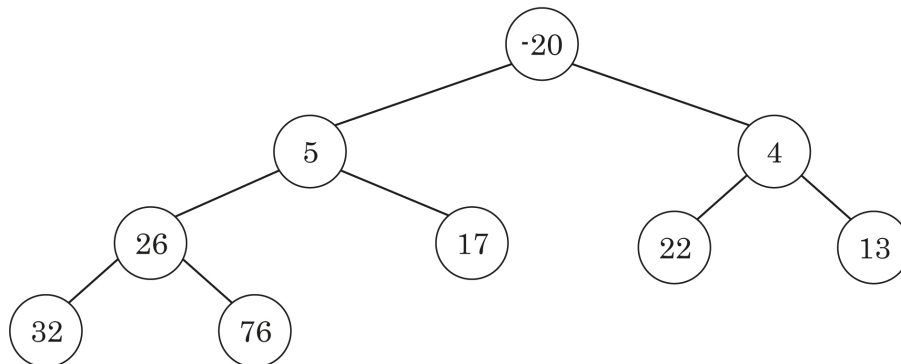
- Agregamos al 26

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 32, lo agregamos. Ahora veamos que $26 < 32$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $26 > 5$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



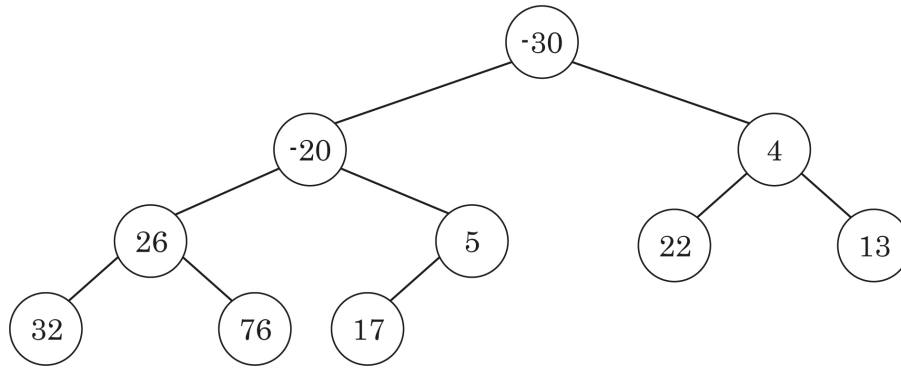
- Agregamos al 76

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 26, lo agregamos. Ahora veamos que $76 > 26$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



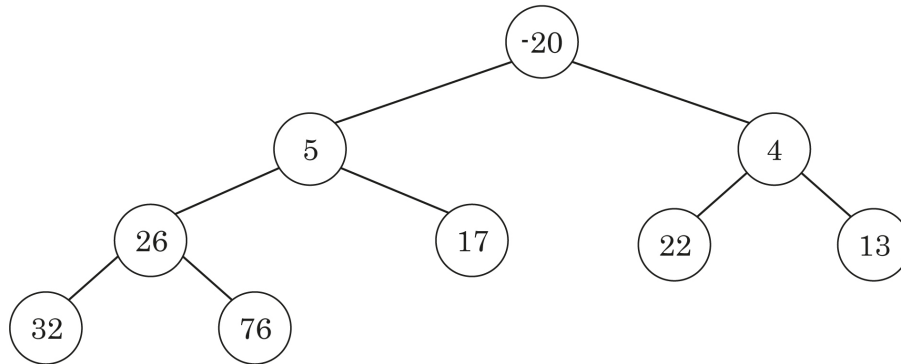
- Agregamos al -30

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 17, lo agregamos. Ahora veamos que $-30 < 17$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $-30 < 5$ entonces los intercambiamos. Después veamos que $-30 < -20$ entonces los intercambiamos. Y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



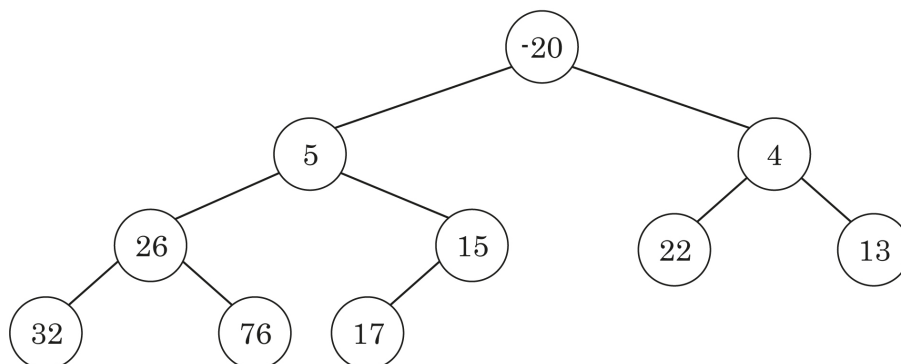
- Eliminamos al -30

Cambiamos a la raíz -30 por el último elemento 17, y borramos al -30 . Ahora intercambiamos el 17 por el -20 (el menor de sus hijos), después intercambiamos el 17 por el 5 (el menor de sus hijos) y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



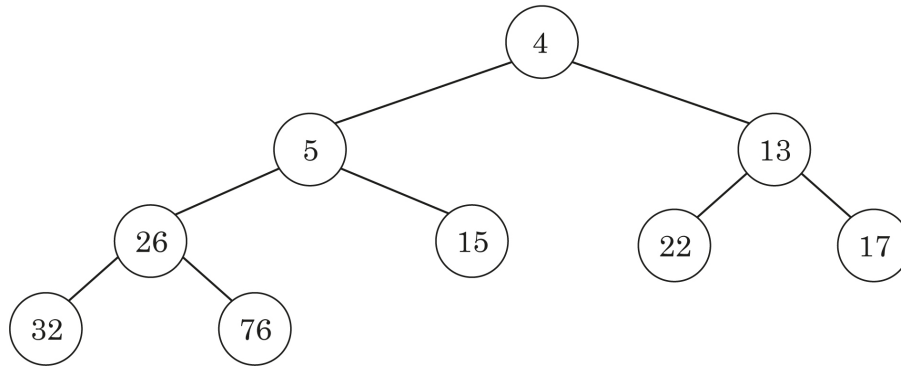
- Agregamos al 15

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 17, lo agregamos. Ahora veamos que $15 < 17$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $15 > 5$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



- Eliminamos al -20

Cambiamos a la raíz -20 por el último elemento 17, y borramos al -20 . Ahora intercambiamos el 17 por el 4 (el menor de sus hijos), después intercambiamos el 17 por el 13 (el menor de sus hijos) y ya terminamos debido a que cumple que es un Min heap.



- Mostrar al mínimo
Tomamos la raíz que es 4 y la mostramos.

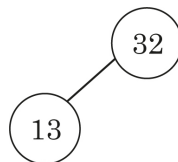


- Max heap

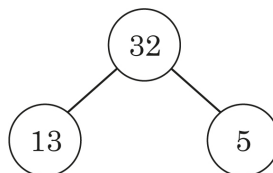
- Agregamos al 32
Como el árbol está vacío, solo lo ponemos de raíz.



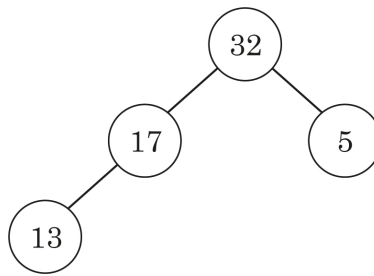
- Agregamos al 13
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 32, lo agregamos. Ahora veamos que $13 < 32$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



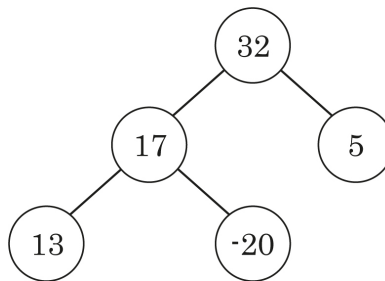
- Agregamos al 5
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 32, lo agregamos. Ahora veamos que $5 < 32$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



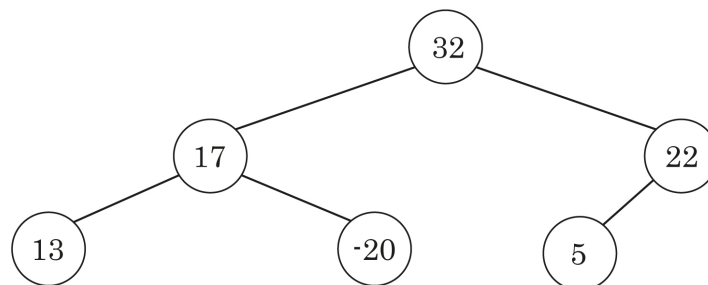
- Agregamos al 17
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 13, lo agregamos. Ahora veamos que $17 > 13$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $17 < 32$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



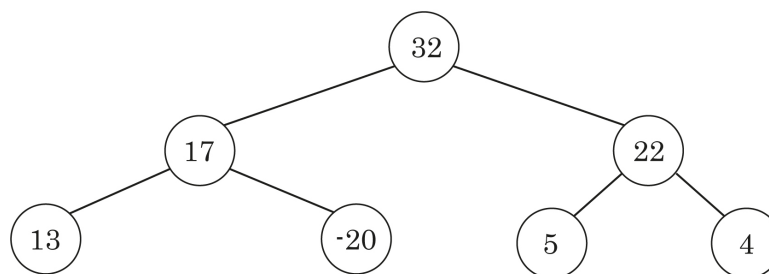
- Agregamos al -20
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 17, lo agregamos. Ahora veamos que $-20 < 17$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



- Agregamos al 22
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 5, lo agregamos. Ahora veamos que $22 > 5$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $22 < 32$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.

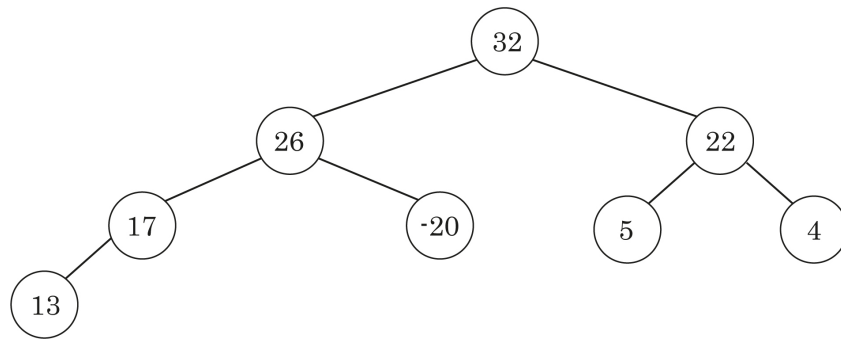


- Agregamos al 4
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 22, lo agregamos. Ahora veamos que $4 < 22$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



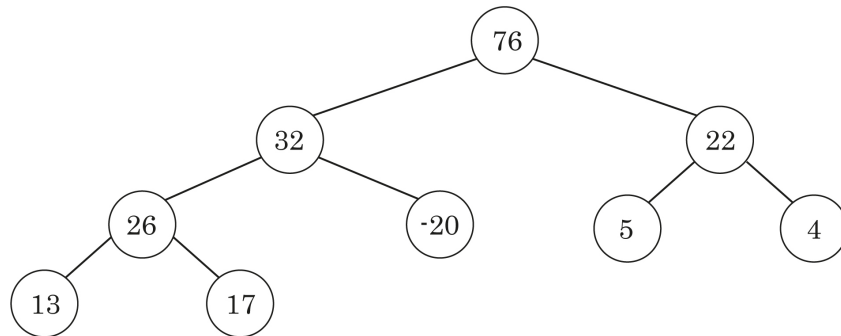
- Agregamos al 26
Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del 13, lo agregamos. Ahora veamos que

$26 > 13$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $26 > 17$ entonces los intercambiamos. Después veamos que $26 < 32$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



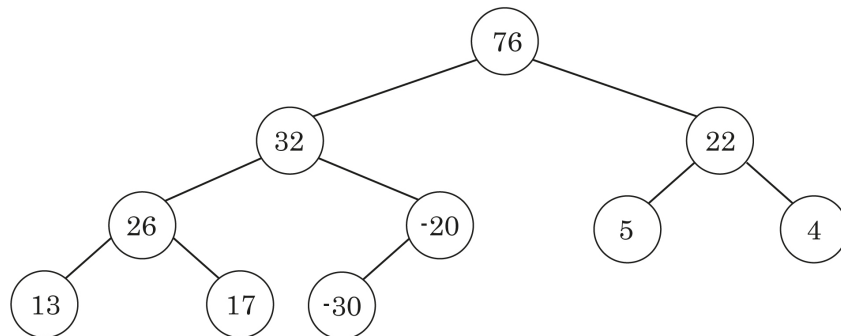
- Agregamos al 76

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo derecho del 17, lo agregamos. Ahora veamos que $76 > 17$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $76 > 26$ entonces los intercambiamos. Después veamos que $76 > 32$ entonces los intercambiamos. Y ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



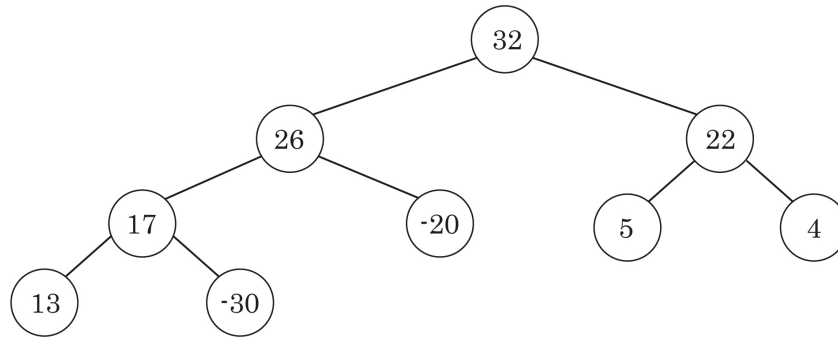
- Agregamos al -30

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del -20, lo agregamos. Ahora veamos que $-30 < -20$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



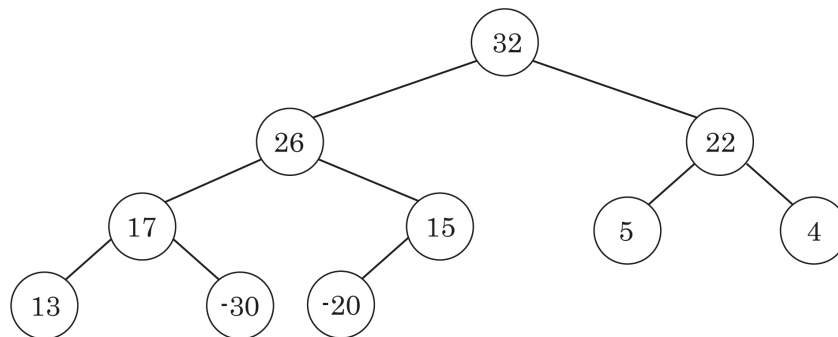
- Eliminamos 76

Cambiamos a la raíz 76 por el último elemento -30, y borramos al 76. Ahora intercambiamos el -30 por el 32 (el mayor de sus hijos), después intercambiamos el -30 por el 26 (el mayor de sus hijos), luego intercambiamos el -30 por el 17 (el mayor de sus hijos) y ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



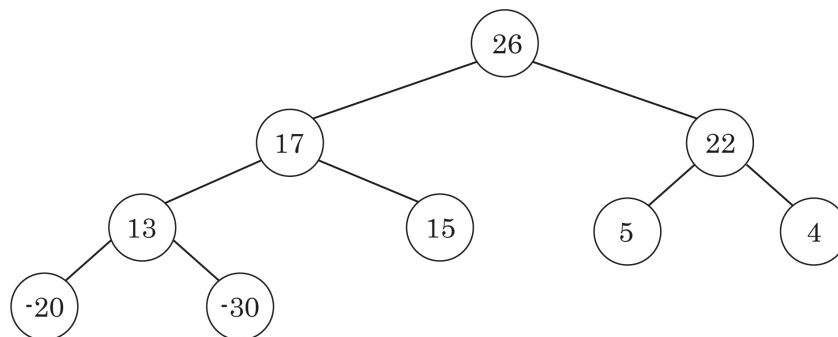
- Agregamos al 15

Buscamos el siguiente lugar libre, es como hijo izquierdo del -20, lo agregamos. Ahora veamos que $15 > -20$ entonces los intercambiamos. Luego veamos que $15 < 26$ entonces ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



- Eliminamos al 32

Cambiamos a la raíz 32 por el último elemento -20, y borramos al 32. Ahora intercambiamos el -20 por el 26 (el mayor de sus hijos), después intercambiamos el -20 por el 17 (el mayor de sus hijos), luego intercambiamos el -20 por el 13 (el mayor de sus hijos) y ya terminamos debido a que cumple que es un Max heap.



- Mostrar al máximo

Tomamos la raíz que es 26 y la mostramos.

