García Ponce José Camilo

Examen parcial 1 [A]

Miércoles 23 marzo 2022.
De: *Abundes Gutiérrez a López Robles*

1. Dados los puntos $A(0, 2, -1)$, $B(-3, 0, 6)$, $C(1, -1, 7)$, $D(4, -5, 6)$ muestre que A, B, C, D son **no coplanares**. en hojitas
2. Proporcione las ecuaciónes simétricas de la recta que pasa por los puntos B y C. en hojits
3. Proporcione la ecuación del plano que contiene a los puntos A, B, C . Este plano será π_1. $5x+31y+11z-51=0$
4. Proporcione la ecuación del plano que contiene a los puntos A, B, D Este plano será π_2. $35x+49y+29z-69=0$
5. Calcule el ángulo entre los planos π_1 y π_2.

25.14° grados

García Ponce José Camilo

1) $A(0,2,-1)$, $B(-3,0,6)$, $C(1,-1,7)$, $D(4,-5,6)$

ver q.e no son coplanares

tomemos a

$\vec{AB} = (-3-0, 0-2, 6+1) = (-3,-2,7)$

$\vec{AC} = (1-0, -1-2, 7+1) = (1,-3,8)$

$\vec{AD} = (4-0, -5-2, 6+1) = (4,-7,7)$

veamos si son coplanares esos vectores

$V = |\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD})| \neq 0$ si no son coplanares

$$\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD}) = \begin{vmatrix} -3 & -2 & 7 \\ 1 & -3 & 8 \\ 4 & -7 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -3 & 8 \\ -7 & 7 \end{vmatrix} -3 - \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} -2 + \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} 7$$

$$= (-21+56)-3 - (7-32)-2 + (-7+12)7$$

$$= (35)-3 - (-25)-2 + (5)7$$

$$= -105 - 50 + 35$$

$$= -120 \neq 0$$

por lo tanto no son coplanares

2) Da las ecuaciones simetricas de la recta que pasa por $B(-3,0,6)$ y $C(1,-1,7)$

$$\vec{BC} = (1+3,\ -1-0,\ 7-6) = (4,-1,1)$$

entonces la ecuacion vectorial es

$$(x,y,z) = (-3,0,6) + t(4,-1,1) \quad \text{con} \quad t \in \mathbb{R}$$

las parametricas son

$$\begin{cases} x(t) = -3 + 4t \\ y(t) = -t \\ z(t) = 6 + t \end{cases}$$

y las simetricas

$$\boxed{\begin{gathered} t = \frac{x+3}{4} = \frac{y-0}{-1} = \frac{z-6}{1} \\ \frac{x+3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-6}{1} \end{gathered}}$$

3) Da el plano que contiene a $A(0,2,-1)$, $B(-3,0,6)$

$C(1,-1,7)$

$\vec{AB} = (-3,-2,7)$

$\vec{AC} = (1,-3,8)$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -3 & -2 & 7 \\ 1 & -3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ -3 & 8 \end{vmatrix} \hat{\imath} - \begin{vmatrix} -3 & 7 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} \hat{\jmath} + \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$= [-16+21]\hat{\imath} - [-24-7]\hat{\jmath} + [9+2]\hat{k}$$

$$= (5)\hat{\imath} + (31)\hat{\jmath} + (11)\hat{k}$$

$$= 5\hat{\imath} + 31\hat{\jmath} + 11\hat{k} = \vec{n} = (5,31,11)$$

$T(x,y,z)$ $\vec{AT} = (x, y-2, z+1)$

$\vec{AT} \cdot \vec{n} = 0$

$(x, y-2, z+1) \cdot (5,31,11) = 0$

$5x + 31y - 62 + 11z + 11 = 0$

$5x + 31y + 11z - 51 = 0$

4) Da el plano que contiene a $A(0,2,-1)$, $B(-3,0,6)$

$D(4,-5,6)$

$\overrightarrow{AB} = (-3,-2,7)$

$\overrightarrow{AD} = (4,-7,7)$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -3 & -2 & 7 \\ 4 & -7 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2 & 7 \\ -7 & 7 \end{vmatrix} \hat{\imath} - \begin{vmatrix} -3 & 7 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} \hat{\jmath} + \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} \hat{k}$$

$$= [-14+49]\hat{\imath} - [-21-28]\hat{\jmath} + [21+8]\hat{k}$$

$$= 35\hat{\imath} + 49\hat{\jmath} + 29\hat{k} = \vec{n} = (35, 49, 29)$$

$T(x,y,z)$ $\qquad \overrightarrow{AT} = (x, y-2, z+1)$

$\overrightarrow{AT} \cdot \vec{n} = 0$

$(x, y-2, z+1) \cdot (35, 49, 29) = 0$

$35x + 49y - 98 + 29z + 29 = 0$

$35x + 49y + 29z - 69 = 0$

5) Da el angulo entre los planos π_1 y π_2

$\pi_1 = 5x + 31y + 11z - 51 = 0$

$\pi_2 = 35x + 49y + 29z - 69 = 0$

$\vec{n_1} = (5, 31, 11)$

$\vec{n_2} = (35, 49, 29)$

la formula es $\cos(\theta) = \dfrac{\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}}{\|\vec{n_1}\| \cdot \|\vec{n_2}\|}$

entonces

$\|\vec{n_1}\| = \sqrt{5^2 + 31^2 + 11^2} = \sqrt{1107} = 3\sqrt{123}$

$\|\vec{n_2}\| = \sqrt{35^2 + 49^2 + 29^2} = \sqrt{4467}$

$\vec{n_1} \cdot \vec{n_2} = (5 \cdot 35 + 31 \cdot 49 + 11 \cdot 29) = 175 + 1519 + 319 = 2013$

entonces $\cos(\theta) = \dfrac{2013}{\sqrt{1107}\,\sqrt{4467}} = 0.9052$

$\theta = \cos^{-1}(0.9052) = 25.14^\circ$ o $25^\circ 8' 41''$

grados