

2) Demostrar que la subgráfica inducida por un clan es una gráfica completa

Primero veamos que una gráfica completa es una gráfica donde cualquier par de sus vértices es adyacente (es decir tiene todos los aristas posibles)

Ahora veamos que una subgráfica inducida por un clan por definición es el conjunto de aristas del clan y conjunto de vértices a los vértices de la gráfica original con extremos en alguna arista del clan, o otra manera de decirlo sería a la gráfica original eliminar los vértices que no están en el clan y las aristas de esos vértices, lo cual resultaría en solo el clan y las aristas de los vértices del clan.

Sabemos que por definición de clan que todos los vértices son adyacentes entre sí, por lo tanto tiene todos los posibles aristas entre los vértices del clan, si un vértice no fuera adyacente a los demás, ya no sería un clan. Por lo tanto la subgráfica inducida por el clan, cumple la definición de gráfica completa

□

en esta tengo algunas dudas por la argumentación y la redacción y por la definición de clan y clique

$$ii) \text{ ¿} G[Y] = G - X? \quad Y = V \setminus X$$

Esto es verdad, ya que de un lado tenemos la gráfica inducida por Y ($G[Y]$), lo cual es la subgráfica con conjunto de aristas Y y conjunto de vértices a los vértices de V con extremos en alguna arista Y ; y de otro lado está la gráfica inducida ($G - X$) donde se eliminan los vértices en X de V (los que quedarían es Y) y las aristas que inciden en ellos. Por lo tanto los dos son lo mismo (serían los vértices de Y y las aristas que inciden en ellos?).

Todo esto por lo visto en grafica-63.png

$$iii) \text{ ¿} G[E''] = G - E'? \quad E'' = E \setminus E'$$

Esto no es verdad siempre, ya que $G - E'$ es una subgráfica de expansión de G , lo cual significa que $V(G) = V(G - E')$ es decir tienen los mismos vértices, pero no tienen los mismos aristas.

Ahora veamos que $G[E'']$ es la subgráfica inducida por E'' , con conjunto de aristas E'' y conjunto de vértices a los vértices de G con extremos en alguna arista de E'' y por esta razón es posible que G y $G[E'']$ no tengan los mismos vértices, como $G - E'$

que si tiene los mismos. Todo esto por lo visto en grafica-67.png y grafica-46.png