

Si S es un conjunto linealmente dependiente y $S \subseteq S'$

PD S' es linealmente dependiente

Dem $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ y $S' = \{v_1, \dots, v_n, v_{n+1}, \dots, v_m\}$ $m > n$

por definici3n de linealmente dependiente

$\exists \alpha_1, \dots, \alpha_n \in K$ (algun $\alpha_i \neq 0$) tal que

$$\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n = 0$$

Ahora tenemos esto

$$\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n + \alpha_{n+1} v_{n+1} + \dots + \alpha_m v_m = ?$$

con las $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ iguales a los de S

ahora si hacemos que $\alpha_{n+1} = \dots = \alpha_m = 0$

entonces tenemos que

$$\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n + 0 + \dots + 0 = ?$$

pero recordemos que $\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n = 0$, entonces tenemos que

$$0 + 0 = 0 \text{ es decir}$$

$$\alpha_1 v_1 + \dots + \alpha_n v_n + \alpha_{n+1} v_{n+1} + \dots + \alpha_m v_m = 0 \text{ con algun } \alpha_i \neq 0 \text{ con } 1 \leq i \leq n$$

entonces por la definici3n de linealmente dependiente

concluimos que S' es linealmente dependiente \square