

Modelo de Propagación.

Grupo de Fundamentos y Enseñanza de la Física y los Sistemas Dinámicos, Universidad de Antioquia

Documento Universidad de Antioquia

- Boris A. Rodríguez, Instituto de Física, UdeA
(boris.rodriguez@udea.edu.co). Coordinador del Grupo.

```
In[1]:= SetDirectory[];  
        SetDirectory["COVID-19"];
```

Parámetros del modelo

Parámetros demográficos

```
In[3]:= Nhab = 17 510 643; (*Proyección de la población de Ecuador  
        para 2020.Todos los datos demográficos de Ecuador los tomo de  
        https://www.ecuadorencifras.gob.ec/ a menos que se indique lo contrario*)  
 $\Lambda = 17.22 * (Nhab / 1000) / 365;$   
        (*Tasa de natalidad por 1000 habitantes del 2017*)  
 $\mu = 5.101 / (365 * 1000);$  (* Tasa de muertes naturales por 1000  
        habitantes para el 2017 de acuerdo al Banco Mundial.Personas/día*)
```

Parámetros del Modelo Epidemiológico

```
In[5]:=  $\alpha = (1 / 7);$  (* Frecuencia de incubación. 1/día*)  
 $\omega = 10^{-2};$  (* Tasa de muerte inducida por el virus. 1/día*)  
 $\gamma = 1 / 15;$  (* Tasa de recuperación. 1/día*)  
 $\xi_1 = 2.30;$  (* Tasa de dispersión del virus al  
        ambiente por los individuos sanos portadores. 1/día*)  
 $\xi_2 = 0;$  (* Tasa de dispersión del virus al ambiente  
        por los individuos enfermos. 1/día*)  
 $\sigma = 1;$  (* Tasa de remoción del virus en el ambiente*)
```

Funciones de contacto directo (tasas). Parámetros ajustados para Ecuador

```
In[10]:= Clear[β, β0, c];
β[i_, x_, β0_List, c_List] := β0[[i]] / (1 + c[[i]] x);
(*i=1 para el contacto E-S, transmisión directa expuestos-sanos;
i=2 para el contacto I-S, transmisión directa infectados-sanos;
i=3 para el contacto S-V, transmisión indirecta sanos-ambiente*)
β0 = {1.7416 * 10-8, 3.782 * 10-9, 6.18 * 10-9};
(*Constante de transmisión. 1/(personas * día)*)
c = {1.515 * 10-4, 1.515 * 10-4, 1.515 * 10-4};
(*Coeficiente de ajuste para la transmisión. 1/personas*)
```

Modelo Epidemiológico SEIRV

```
In[14]:= Clear[Var, SistemaDin];
Var = {S[t], Ex[t], Inf[t], R[t], V[t]};
(*Variables de estado. S es el número de personas Sanas no infectadas. Ex,
las Expuestas, es decir los portadores asintomáticos o personas sanas que
propagan el virus. Inf son los enfermos. R son personas sanas que se
recuperaron del virus. V es la concentración del virus en el ambiente.*)
SistemaDin = {S'[t] == Λ - β[1, Ex[t], β0, c] * S[t] * Ex[t] -
    β[2, Inf[t], β0, c] * S[t] * Inf[t] - β[3, V[t], β0, c] * S[t] * V[t] - μ * S[t],
    Ex'[t] == β[1, Ex[t], β0, c] * S[t] * Ex[t] + β[2, Inf[t], β0, c] * S[t] * Inf[t] +
    β[3, V[t], β0, c] * S[t] * V[t] - (α + μ) Ex[t],
    Inf'[t] == α * Ex[t] - (ω + γ + μ) * Inf[t],
    R'[t] == γ * Inf[t] - μ * R[t], V'[t] == ξ1 * Ex[t] + ξ2 * Inf[t] - σ * V[t]};
```

Condiciones iniciales para el inicio de la epidemia para una población de tamaño “n” (CondIni2[n]). Solución del Modelo (Sol) a 300 días.

```
In[17]:= Clear[CondIni2, Sol];
CondIni2[n_] := {n, 0, 0, 0, 10};
Sol = NDSolve[
    Flatten[{SistemaDin, Table[(Var /. t → 0)[[i]] == CondIni2[Nhab][[i]], {i, 5}]}],
    Var, {t, 0, 300}];
```

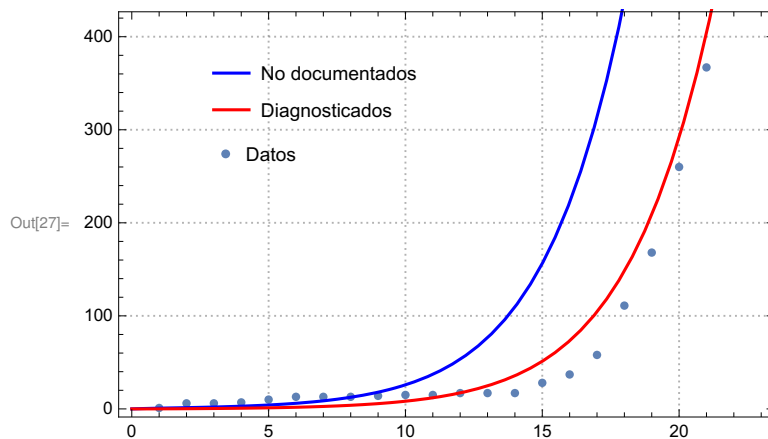
Resultados (Parametrizados para Ecuador).

Serie de tiempo de casos reportados para el Ecuador. Se reportan los primeros 23 días de la epidemia hasta el 22 de marzo.

```
In[21]:= ecu = {1, 6, 6, 7, 10, 13, 13, 13, 14, 15,
               15, 17, 17, 17, 28, 37, 58, 111, 168, 260, 367, 532, 789};
```

Resultados del Modelo para los primeros días y comparación con los datos

```
In[25]:= g1 = ListPlot[ecu,
  PlotLegends → Placed[{"Datos"}, {0.21, 0.65}], PlotTheme → "Detailed";
g2 = Plot[Evaluate[{Ex[t], Inf[t]} /. Sol], {t, 0, 23},
  Frame → True, PlotStyle → {Blue, Red},
  PlotLegends → Placed[{"No documentados", "Diagnosticados"}, {0.3, 0.8}],
  FrameLabel → {"Días", "Personas"}];
Show[
  g1,
  g2]
```



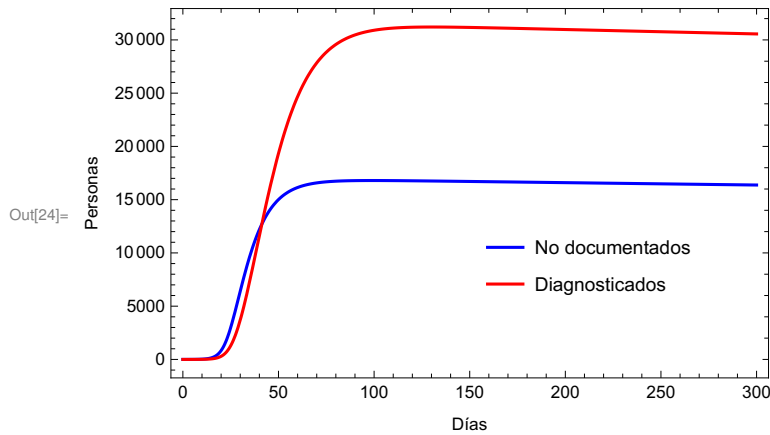
Error cuadrático medio del modelo (personas/día).

```
In[28]:= Clear[Error]
Error[data_List, model_List] := (1/Length[data]) EuclideanDistance[data, model];
Error[ecu, Table[Evaluate[{Inf[t] /. Sol[[1]]} /. t → tt], {tt, 1, Length[ecu]}]]
```

Out[30]= 4.93025

Resultados del Modelo para 200 días

```
In[24]:= Plot[Evaluate[{Ex[t], Inf[t]} /. Sol],
  {t, 0, 300}, Frame → True, PlotStyle → {Blue, Red},
  PlotLegends → Placed[{"No documentados", "Diagnosticados"}, {0.7, 0.3}],
  FrameLabel → {"Días", "Personas"}]
```



Numero Básico de Reproducción R_0

El número básico de reproducción caracteriza la estabilidad del estado libre de la enfermedad (DFE). Si $R_0 < 1$ entonces el DFE es estable y la epidemia no invade la población. Si $R_0 > 1$, el estado DFE es inestable y aparece un nuevo estado del sistema en donde el virus coexiste con la población (Equilibrio Endémico). En este caso el R_0 es una propiedad del estado estacionario del modelo. Para una mayor discusión ver el artículo: “*Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission*”; P. van den Driessche and J. Watmough, *Mathematical Biosciences* **180** (2002) 29–48”

```
In[ ]:= DFE = {Λ / μ, 0, 0, 0, 0};
R1 = β02[[1]] DFE[[1]] / (α + μ);
R2 = α * β02[[2]] DFE[[1]] / (ω + γ + μ) / (α + μ);
R3 = ((ω + γ + μ) ξ1 + α * ξ2) β02[[3]] DFE[[1]] / (σ (ω + γ + μ) α + μ);
Print["R1 = ", R1, "; R2 = ", R2, "; R3 = ", R3, "; R0 = ", R0 = R1 + R2 + R3]

R1 = 7.20583; R2 = 2.91523; R3 = 5.87409; R0 = 15.9952
```