

Función Objetivo (Z):

- **Explicación:** La función objetivo busca minimizar el costo total del sistema. Este costo incluye el costo de producción, el costo de transporte entre niveles, el costo de mantener inventario en cada nivel y una penalización por cada unidad de demanda insatisfecha.

- **Fórmula:**

$$Z = \sum_i Y(i) \cdot P(i) + \sum_{i,l} X(i,l) \cdot C(i,l) + \sum_{i,l} A(i,l) \cdot H(i,l) + \sum_i \text{Slack}(i) \cdot M$$

- $\sum_i Y(i) \cdot P(i)$ representa el costo de producción total.
- $\sum_{i,l} X(i,l) \cdot C(i,l)$ representa el costo de transporte total.
- $\sum_{i,l} A(i,l) \cdot H(i,l)$ representa el costo de mantenimiento de inventario total.
- $\sum_i \text{Slack}(i) \cdot M$ representa la penalización por demanda insatisfecha.

Variables de Decisión:

- $Y(i)$: Representa la cantidad producida en el periodo i . Se utiliza para determinar cuánto producir en cada periodo.
- $X(i,l)$: Representa la cantidad enviada del nivel l al nivel $l + 1$ en el periodo i . Determina la cantidad de producto que se mueve entre niveles en cada periodo.
- $A(i,l)$: Representa el inventario en el nivel l al final del periodo i . Indica cuánto producto se mantiene en inventario en cada nivel al final de cada periodo.
- $\text{Slack}(i)$: Variable de holgura utilizada para garantizar que la demanda sea satisfecha. Indica cuánta demanda no se ha satisfecho en cada periodo.

Parámetros:

- $B(i)$: Capacidad máxima de producción en el periodo i . Define la cantidad máxima que se puede producir en cada periodo.
- $D(i)$: Demanda de GNV en el periodo i . Indica cuánto GNV se necesita en cada periodo.
- $H(i,l)$: Costo de mantener inventario en el nivel l durante el periodo i . Determina el costo asociado con mantener inventario en cada nivel.
- $C(i,l)$: Costo de transporte del nivel l al nivel $l + 1$ en el periodo i . Define el costo de mover producto entre niveles en cada periodo.
- $P(i)$: Costo de producción en el periodo i . Indica el costo asociado con la producción en cada periodo.
- M : Valor grande utilizado para penalizar la insatisfacción de la demanda. Se utiliza en la función objetivo para penalizar la insatisfacción de la demanda.

Restricciones:

- **Restricción de Capacidad de Producción (CAP):**

$$Y(i) \leq B(i) \quad \forall i$$

Esta restricción asegura que la cantidad producida en cada periodo no exceda la capacidad máxima de producción.

- **Restricción de Demanda (DEMAND):**

$$\sum_l X(i, l) + \text{Slack}(i) = D(i) \quad \forall i$$

Esta restricción garantiza que la demanda sea satisfecha. La cantidad total enviada entre niveles más la holgura debe ser igual a la demanda en cada periodo.

- **Restricción de Balance de Inventario (BAL):**

$$A(i, l + 1) = A(i, l) + X(i, l) - X(i, l - 1) \quad \forall i, \text{ where } l < \text{card}(l)$$

Esta restricción asegura que el inventario se mantenga equilibrado entre periodos. La cantidad de inventario en un nivel al final de un periodo debe ser igual a la cantidad al final del periodo anterior más lo producido menos lo que se envió al siguiente nivel.

En resumen, el modelo TGI busca minimizar el costo total del sistema a través de decisiones óptimas de producción, transporte e inventario, asegurando al mismo tiempo que se satisfaga la demanda requerida en cada periodo. Las variables de decisión, parámetros y restricciones son elementos clave en la formulación de este modelo.