Ejercicios

Módulo 3

En los ejercicios 1 a 3 determine si el vector dado **w** es combinación lineal de $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$. Si lo es, encuentre a_1 y a_2 tales que $\mathbf{w} = a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2$.

1. $\mathbf{v}_1 = (2, -1)$ y $\mathbf{v}_2 = (-4, 2)$.

   a. $\mathbf{w} = (-6, 3)$.

   b. $\mathbf{w} = (1, 1)$.

   c. $\mathbf{w} = (0, 0)$.

2. $\mathbf{v}_1 = (1, -3)$ y $\mathbf{v}_2 = (-2, 6)$.

   a. $\mathbf{w} = (-3, 9)$.

   b. $\mathbf{w} = (3, 6)$.

   c. $\mathbf{w} = (0, 3)$.

3. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

   a. $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   b. $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$.

   c. $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} -13 & -6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$.

4. Sean $p_1 = x + x^2$, $p_2 = x + x^3$ y $p_3 = x + x^2 + x^3$.

   Determine cuál o cuáles de los siguientes polinomios son combinación lineal de p_1, p_2 y p_3.

   a. $2x + x^2$

   b. $2 - 3x + 4x^2 + x^3$

   c. 0

   d. x

En los ejercicios 5 a 10 describa el espacio generado por los vectores dados.

5. $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

6. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$.

7. $\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$.

8. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

9. $p_1 = 2x + 3, \ \ p_2 = -3x - 5$.

10. $p_1 = 3x + 4x^2, \ \ p_2 = 2x - 5x^2, \ \ p_3 = x + x^2$.

En los ejercicios 11 a 14 determine si el conjunto dado de vectores genera el espacio vectorial dado.

11. En $\mathbb{R}^2$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

12. En $\mathbb{R}^2$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -6 \end{pmatrix}$.

13. En $\mathbb{R}^3$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

14. En $\mathbb{R}^3$; $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$.

15. Muestre que un conjunto de dos vectores de $\mathbb{R}^3$ no puede generar a $\mathbb{R}^3$.

16. Demuestre que si $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ están en $\text{gen}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_k\}$, entonces $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ y $\alpha\mathbf{u}$ están en $\text{gen}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, ..., \mathbf{v}_k\}$.