# Ejercicios

## Módulo 1

1. Verifique con detalle que $\mathbb{R}^n$ es un espacio vectorial.

2. Verifique con detalle que $\mathbb{P}_n$ es un espacio vectorial.

3. En el ejemplo 7, verifique los axiomas *ii*, *v*, *vii*, *viii*, *ix* y *x* de la definición de espacio vectorial.

4. Verifique con detalle que $M_{mn}$ es un espacio vectorial.

5. En el ejemplo 8 verifique el cumplimiento de los axiomas *v*, *vii*, *viii*, *ix* y *x* de la definición de espacio vectorial.

En los ejercicios 6 a 16 determine si el conjunto dado, junto con las operaciones dadas, es un espacio vectorial. Si no lo es, mencione al menos un axioma de la definición que no se cumple.

6. Sea $V=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 / z=0,\ \ x,y\in\mathbb{R}\right\}$ con las operaciones usuales de $\mathbb{R}^3$.

7. Sea $V=\mathbb{R}$, con las operaciones ordinarias de suma y multiplicación en $\mathbb{R}$.

8. Sea $V$ el conjunto de matrices simétricas reales de $n\times n$ con las operaciones matriciales usuales.

9. Sea $V$ el conjunto de matrices antisimétricas reales de $n\times n$ con las operaciones matriciales usuales.

10. Sea $V$ el conjunto de matrices invertibles $n\times n$ con las operaciones matriciales ordinarias.

11. Sea $V$ el conjunto de matrices no invertibles $n\times n$ con las operaciones matriciales ordinarias.

12. Sea $V=\left\{A_{n\times n} / AC=0,\ C \text{ es una matriz constante de } n\times n\right\}$ con las operaciones matriciales ordinarias.

13. Sea $V$ el conjunto de todos los pares ordenados de números reales $(x,y)$ con $x\le 0$, con las operaciones usuales en $\mathbb{R}^2$.

14. Sea $V=\left\{C\right\}$ (un conjunto con un solo elemento) con las operaciones de suma y producto por un escalar definidas por $C+C=C$ y $\alpha C=C$ para todo $\alpha\in\mathbb{R}$.

15. Sea $V$ el conjunto $\mathbb{R}^3$ con la operación de suma usual y la operación producto por un escalar definida por:

$$\alpha\odot(x,y,z)=(x,1,z),\quad \alpha\in\mathbb{R}.$$

16. Sea $V$ el conjunto $\mathbb{R}^3$ con la operación de suma dada por $(x_1, y_1, z_1) \oplus (x_2, y_2, z_2) = (x_2, y_1 + y_2, z_2)$ y la operación producto por un escalar usual.

17. Demuestre las partes *ii*, *iv* y *v* del teorema 1.

18. Si $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ son vectores de un espacio vectorial $V$, demuestre que existe un vector único $\mathbf{z} \in V$ tal que $\mathbf{x} + \mathbf{z} = \mathbf{y}$.