Ejercicios

Módulo 20

En los ejercicios 1 a 7 diagonalice ortogonalmente las matrices simétricas dadas, determinando la matriz diagonal D y la matriz diagonalizante ortogonal P.

1. $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

2. $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

8. Suponga que $A_{n\times n}$ es una matriz simétrica real para la que todos sus valores característicos son cero. Demuestre que A es la matriz nula $n \times n$.

9. Demuestre que si una matriz real A de 2×2 tiene vectores propios ortogonales, entonces A es simétrica.

10. Muestre que si A es invertible y ortogonalmente diagonalizable, entonces A^{-1} es ortogonalmente diagonalizable.

11. Sea A una matriz real antisimétrica. Demuestre que todo valor propio de A es de la forma bi, donde $b \in \mathbb{R}$ e i es la unidad imaginaria.