Ejercicios

Módulo 5

En los ejercicios 1 a 4 explique mediante inspección por qué los vectores dados no forman una base del espacio vectorial dado.

1. $\mathbf{u}_1 = (3, 2), \quad \mathbf{u}_2 = (-1, 2), \quad \mathbf{u}_3 = (2, 4),$ para $\mathbb{R}^2$.

2. $\mathbf{w}_1 = (8, 3, 5, 4), \quad \mathbf{w}_2 = (0, 5, 7, 1), \quad \mathbf{w}_3 = (-1, 3, 2, 0),$ para $\mathbb{R}^4$.

3. $P_1 = 1 + 2x + 3x^2, \quad P_2 = 2x + x^2, \quad P_3 = 5 - 3x, \quad P_4 = 3 - 5x + x^2$, para $\mathbb{P}_2$.

4. $M_1 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \ M_2 = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \ M_3 = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix},$ en M_{22}.

En los ejercicios 5 a 11 determine cuándo los vectores dados forman una base del espacio vectorial dado.

5. $\mathbf{u}_1 = (3, 5), \ \mathbf{u}_2 = (4, 8),$ en $\mathbb{R}^2$.

6. $\mathbf{u}_1 = (1, 1), \ \mathbf{u}_2 = (-2, -2),$ en $\mathbb{R}^2$.

7. $\mathbf{u}_1 = (1, 1, 1), \ \mathbf{u}_2 = (1, 1, 0), \ \mathbf{u}_3 = (1, 0, 0),$ en $\mathbb{R}^3$.

8. $\mathbf{u}_1 = (2, 1, 2), \ \mathbf{u}_2 = (1, -2, -3), \ \mathbf{u}_3 = (5, 0, 1),$ en $\mathbb{R}^3$.

9. $P_1 = 1 + x, \quad P_2 = 3 - x,$ para $\mathbb{P}_1$.

10. $q_1 = 1 + x + x^2, \quad q_2 = x + 2x^2, \quad q_3 = 3x^2$, para $\mathbb{P}_2$.

11. $M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$ en M_{22}.

En los ejercicios 12 a 17 encuentre una base del espacio vectorial dado y determine su dimensión.

12. Todos los vectores en $\mathbb{R}^2$ cuyas componentes suman cero.

13. Todas las matrices simétricas de 3×3.

14. Todas las matrices antisimétricas de 3×3.

15. Todos los vectores de $\mathbb{R}^3$ que están en el plano $2x-y-z=0$.

16. Todos los vectores de $\mathbb{R}^3$ que están en la recta $x=3t, \quad y=-2t, \quad z=t$.

17. Todos los polinomios de $\mathbb{P}_2$ de la forma $a_0+a_1x+a_2x^2$, con $a_0=a_2-a_1$.

18. Determine una base para $\mathbb{R}^3$ que incluya los vectores

a. $(1, 1, 2)$, b. $(1, 1, 2)$, $(3, 0, 1)$.

19. Determine una base para $\mathbb{R}^4$ que incluya a los vectores $(1, 0, 1, 0)$ y $(0, 1, -1, 0)$.

20. Determine todos los valores de a para los cuales $\{(a^2, 0, 1), (0, a, 2), (1, 0, 1)\}$ es una base para $\mathbb{R}^3$.

21. Proporcione un ejemplo de un subespacio de dimensión dos de $\mathbb{R}^4$.

En los ejercicios 22 a 25 encuentre una base para el espacio solución del sistema homogéneo dado.

22.
$$\begin{aligned} x+y-z&=0\\ 2x-y+2z&=0 \end{aligned}$$

23.
$$\begin{aligned} x-y&=0\\ -3x+3y&=0 \end{aligned}$$

24.
$$\begin{aligned} x-3y+2z&=0\\ -2x+y+3z&=0\\ 3x-4y+5z&=0 \end{aligned}$$

25.
$$\begin{aligned} -x+3y-2z&=0\\ -3x+9y-6z&=0\\ 2x-6y+4z&=0 \end{aligned}$$

26. Elabore una argumentación que justifique el teorema 3.

27. Elabore una argumentación que justifique el teorema 5*b*.

28. Elabore una argumentación que justifique el teorema 6.

Ejercicios del módulo 5