

Ejercicios de técnicas de conteo y recurrencia

1. ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5.?
2. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?
3. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una mesa redonda?
4. Con las letras de la palabra **libro**, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal?
5. ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares? ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?
6. ¿De cuántas formas pueden colocarse los 11 jugadores de un equipo de fútbol teniendo en cuenta que el portero no puede ocupar otra posición distinta que la portería?
7. Un hospital cuenta con 21 cirujanos con los cuales hay que formar ternas para realizar guardias. ¿Cuántas ternas se podrán formar?
8. ¿De cuántas maneras pueden entrar cuatro alumnos en tres aulas, si no se hace distinción de personas?
9. Con 3 mujeres y 5 hombres:
 - ¿Cuántos triunviratos que tengan 2 personas del mismo sexo se pueden formar?
 - ¿Cuántas hileras de 8 personas se pueden formar si las mujeres no pueden ocupar ni el primer ni el último lugar?
 - ¿Cuántas hileras de 7 personas se pueden formar si personas del mismo sexo no pueden ocupar lugares consecutivos?
10. ¿De cuántas formas se pueden colocar siete libros iguales en cuatro estanterías?
11. ¿De cuántas formas se pueden colocar cuatro libros iguales en siete estanterías?

12. Hace quince años se invirtieron las ganancias de un negocio en una cuenta que pagaba un 8% de interés anual con pagos trimestrales. Si ahora el saldo de la cuenta es de 7.218,27, pesos. ¿cuál fue la inversión inicial?
13. Encuentra y resuelve una relación de recurrencia para el número de formas de estacionar motos y coches en una fila de n espacios si cada moto ocupa un espacio y cada coche ocupa dos. Las motos se consideran idénticas, los coches también y se quiere utilizar todos los espacios.
14. Halla una relación de recurrencia para el número de formas en que una persona puede subir n escalones si puede subir uno o dos peldaños en cada paso.
15. Problema de las Torres de Hanoi (Édouard Lucas): Se tienen n discos y 3 estacas. Los discos están apilados en la estaca 1, ordenados de mayor a menor. El objetivo es pasar los discos uno por uno a otra estaca, colocados en el orden original. En el proceso no se permite que un disco mayor se coloque sobre otro menor. Si a_n es el número de movimientos que se requieren para hacer esto, encuentra una relación de recurrencia para calcular a_n y resuélvela.
16. La siguiente matriz de orden n

Sea la matriz cuadrada de orden n , $A_n =$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Halla una relación de recurrencia para la sucesión cuyo termino general es $D_n = \det A_n$ y resuélvela.