Ejercicios

Módulo 16

1. Sea $A=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}$. Determine cuáles de los siguientes vectores de $\mathbb{R}^2$ son vectores característicos de A; en caso de serlo, determine el valor característico asociado.

   a. $(2,-1)$
   b. $(2,2)$
   c. $(3,-3)$
   d. $(4,4)$
   e. $(-6,6)$
   f. $(-1,2)$

En los ejercicios 2 a 12 encuentre los valores y vectores característicos de la matriz dada.

2. $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix}1 & -1 & 4\\ 3 & 2 & -1\\ 2 & 1 & -1\end{bmatrix}$

7. $\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -2 & 4\end{bmatrix}$

8. $\begin{bmatrix}-3 & -7 & -5\\ 2 & 4 & 3\\ 1 & 2 & 2\end{bmatrix}$

9. $\begin{bmatrix}a & 0 & 0 & 0\\ 0 & a & 0 & 0\\ 0 & 0 & a & 0\\ 0 & 0 & 0 & a\end{bmatrix}$

10. $\begin{bmatrix}a & b & 0 & 0\\ 0 & a & 0 & 0\\ 0 & 0 & a & 0\\ 0 & 0 & 0 & a\end{bmatrix};\quad b\neq 0$

11. $\begin{bmatrix}a & b & 0 & 0\\ 0 & a & c & 0\\ 0 & 0 & a & 0\\ 0 & 0 & 0 & a\end{bmatrix};\quad bc\neq 0$

12. $\begin{bmatrix}a & b & 0 & 0\\ 0 & a & c & 0\\ 0 & 0 & a & d\\ 0 & 0 & 0 & a\end{bmatrix};\quad bcd\neq 0$

13. Sea A una matriz diagonal de orden n cuyos elementos de la diagonal principal son $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$. Determine el polinomio característico de A y sus valores característicos.

14. Sea A una matriz triangular de orden n. Determine el polinomio característico de A así como sus valores característicos.

15. Suponga que λ_1 es un valor característico de la matriz A, y λ_2 es un valor carcterístico de la matriz B. ¿Es $\lambda_1 + \lambda_2$ un valor característico de $A + B$?

16. Realice una demostración del teorema 7.

17. Demuestre las partes *b* y *d* del teorema 8.

18. Sea A una matriz real de $n \times n$. Demuestre que si λ_1 es un valor característico complejo de A con vector característico $\mathbf{v}_1$, entonces $\overline{\lambda_1}$ es un valor característico de A con vector característico $\overline{\mathbf{v}}_1$.

Ejercicios del módulo 16