

GUÍA DE TRABAJO ESPECIAL

Objetivo

Estudiar distintos métodos de generación de números pseudoaleatorios uniformes, compararlos mediante análisis estadístico y aplicarlos a la resolución de un problema de simulación: la estimación de una integral múltiple utilizando el método de Monte Carlo.

Consigna

Utilizar los dos primeros métodos de generación de números uniformes de la siguiente lista y seleccionar otro más:

- Generador congruencial lineal (LCG), con $a = 16807$, $c = 0$, $m = 2^{31} - 1$
- XORShift
- Mersenne Twister (MT19937)
- Xoshiro, PCG, WELL
- Otros generadores (justificados)

Se deben implementar los tres generadores seleccionados o utilizar bibliotecas que permitan acceder a su funcionamiento interno.

Aplicación de los generadores

Problema

Se desea estimar mediante simulación estocástica la siguiente integral definida sobre el hipercubo $[0, 1]^d$:

$$I_d = \int_{[0,1]^d} \prod_{i=1}^d \exp(-x_i^2) dx$$

Esta integral es separable y tiene un valor exacto conocido, dado por:

$$I_d = \left(\int_0^1 e^{-x^2} dx \right)^d = \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \operatorname{erf}(1) \right)^d$$

donde $\operatorname{erf}(1)$ es la función error evaluada en 1. Este valor servirá como referencia para evaluar la calidad de las estimaciones obtenidas por los distintos generadores.

Se propone realizar estimaciones para distintas dimensiones ($d = 2, 5, 10$) y diferentes tamaños de muestra ($N = 10^4, 10^5, 10^6$).

Objetivo del análisis

Comparar el desempeño de los tres generadores seleccionados mediante la aplicación del método de Monte Carlo. Para ello, se deben realizar múltiples simulaciones independientes y analizar:

- El error cuadrático medio de la estimación respecto al valor teórico.
- La varianza de las estimaciones.
- El tiempo de ejecución de cada generador.
- La estabilidad de los resultados en función de la dimensión y del tamaño de la muestra.

Estructura sugerida del informe

1. **Portada:** Título del trabajo, nombres del grupo, fecha.
2. **Resumen:** Objetivo, generadores elegidos, problema simulado.
3. **Descripción teórica de los generadores:** Fórmulas, parámetros, características estadísticas, ventajas y desventajas.
4. **Descripción del problema de simulación:** Definición de la integral, valor teórico de referencia.
5. **Metodología:** Detalles de la implementación, tests realizados, herramientas utilizadas, cantidad de repeticiones, criterios de comparación.
6. **Resultados:** Tablas, gráficos, análisis comparativo entre generadores (varianza, eficiencia).
7. **Conclusiones:** Impacto del generador en los resultados, recomendaciones para simulaciones futuras, limitaciones del estudio.
8. **Código fuente:** Incluir archivo `.py` o `.ipynb` con la implementación completa.