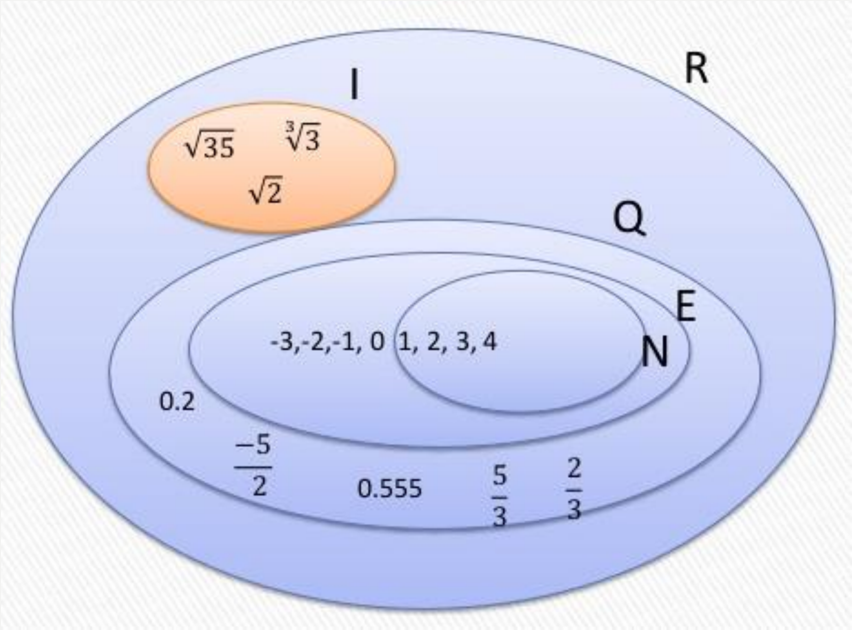
PREDICADOS Y CUANTIFICADORES

REPASO

- complejos: C
  - reales: R
    - racionales: Q
      - enteros: Z
        - naturales: N
          - uno: 1
          - primos
          - compuestos
        - cero: 0
        - naturales negativos
      - fraccionarios
        - exactos
        - periódicos
          - puros
          - mixtos
    - irracionales
  - imaginarios



PREDICADO

Recordando…

¿Qué es una proposición?

1. María es alta.

2. El dos en un número primo.

3. $x + 5 = 8$

PREDICADO DEFINICIÓN

Es una sentencia abierta, es decir, que contiene valores **variables**. Dependiendo del valor que se le dé a esas variables, el predicado será falso o verdadero. Una vez asignados los valores, un predicado se convierte en una proposición.

EXPRESIÓN SIMBÓLICA

$p(x), q(x), r(x, y), s(x, y, z).$

$p(x): x + 5 = 12$

$q(x, y): 2x = y$

$r(x, y, z): x + z = 2y$

EXPRESIÓN SIMBÓLICA (PROGRAMACIÓN)

$p(x), q(x), r(x, y), s(x, y, z).$

$p(x): x + 5 = 12$

$q(x, y): 2x = y$

$r(x, y, z): x + z = 2y$

```
if ( x < 5) {
    x ++;
}
```

UNIVERSO DEL DISCURSO/ CONJUNTO UNIVERSAL

Se le llama así al conjunto del cual, las variables de un predicado pueden tomar valores. También se le puede llamar universo o conjunto universal, y se denota por una **U**.

$p(x, y): x + y = 5$; donde $x, y \in N$

proposiciones

$p(2, 3): 2 + 3 = 5$ **Verdadero**

$p(4, 2): 4 + 2 = 5$ **Falso**

EJEMPLO

Las proposiciones siguientes, pueden tomar valores del conjunto de los números naturales N. Si las variables toman los siguientes valores: $x = 2$, $y = 4$, $z = 6$. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes predicados?

a) $p(x, y) : x = 2y$

EJEMPLO

Las proposiciones siguientes, pueden tomar valores del conjunto de los números naturales N. Si las variables toman los siguientes valores: $x = 2, y = 4, z = 6$. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes predicados?

a) $p(x, y): x = 2y$ $p(2, 4): 2 = 2(4)$ Falso

b) $q(x): x + 12 = 16$

EJEMPLO

Las proposiciones siguientes, pueden tomar valores del conjunto de los números naturales N. Si las variables toman los siguientes valores: $x = 2$, $y = 4$, $z = 6$. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes predicados?

a) $p(x, y) : \; x = 2y$ $\qquad$ $p(2, 4) : \; 2 = 2(4)$ $\qquad$ Falso

b) $q(x) : \; x + 12 = 16$ $\qquad$ $q(2) : \; 2 + 12 = 16$ $\qquad$ Falso

c) $r(x,y,z) : \; xz = 3y$

EJEMPLO

Las proposiciones siguientes, pueden tomar valores del conjunto de los números naturales N. Si las variables toman los siguientes valores: $x = 2, y = 4, z = 6$. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes predicados?

a) $p(x, y): x = 2y$	$p(2, 4): 2 = 2(4)$	Falso
b) $q(x): x + 12 = 16$	$q(2): 2 + 12 = 16$	Falso
c) $r(x,y,z): xz = 3y$	$r(2,4,6): (2)(6) = 3(4)$	Verdadero
d) $s(x,y): xy = 2y$		

EJEMPLO

Las proposiciones siguientes, pueden tomar valores del conjunto de los números naturales N. Si las variables toman los siguientes valores: $x = 2, y = 4, z = 6$. ¿Cuál es el valor de verdad de los siguientes predicados?

a) $p(x, y) : x = 2y$	$p(2, 4) : 2 = 2(4)$	Falso
b) $q(x) : x + 12 = 16$	$q(2) : 2 + 12 = 16$	Falso
c) $r(x,y,z) : xz = 3y$	$r(2,4,6) : (2)(6) = 3(4)$	Verdadero
d) $s(x,y) : xy = 2y$	$r(2,4) : (2)(4) = 2(4)$	Verdadero

CUANTIFICADORES

Los cuantificadores tienen la función de cerrar una proposición abierta o predicado. De esta forma un predicado será verdadero o falso, dependiendo de lo especificado por el cuantificador. Existen dos tipos de cuantificadores:

- Universal
- Existencial

CUANTIFICADOR UNIVERSAL

Si se busca especificar que una función p(x) es verdadera para **cualquier** valor de *x*, entonces se utiliza el cuantificador universal ($\forall$) de la siguiente manera.

$$\forall x, p(x)$$

Y se lee, "**para toda x, p(x)**".

$\boxed{p(x) : x < x+1}$

$\boxed{\forall x, p(x)}$

Verdadero

CUANTIFICADOR UNIVERSAL

Si se busca especificar que una función p(x) es verdadera para **cualquier** valor de *x*, entonces se utiliza el cuantificador universal (∀) de la siguiente manera.

$$\forall x, p(x)$$

Y se lee, "**para toda x, p(x)**".

$p(x) : x < x+1$	$q(x) : x \bmod 2 = 0$
$\forall x, p(x)$	$\forall x, q(x)$
Verdadero	Falso

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL

Si se busca especificar que una función p(x) es verdadera para **algún** valor de *x*, entonces se utiliza el cuantificador existencial (∃) de la siguiente manera.

$$\exists\, x, p(x)$$

Y se lee, "**para algún x, p(x)**".

$p(x) : x < x+1$

$\exists\, x, p(x)$

Verdadero

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL

Si se busca especificar que una función p(x) es verdadera para **algún** valor de *x*, entonces se utiliza el cuantificador existencial (∃) de la siguiente manera.

$$\exists\, x, p(x)$$

Y se lee, "**para algún x, p(x)**".

$p(x) : x < x+1$	$r(x) : x = x + 1$
$\exists\, x, p(x)$	$\exists\, x, r(x)$
Verdadero	**Falso**

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL

Si se busca especificar que una función p(x) es verdadera para **algún** valor de *x*, entonces se utiliza el cuantificador existencial ($\exists$) de la siguiente manera.

$$\exists\, x, p(x)$$

Y se lee, "**para algún x, p(x)**".

$p(x) : x < x+1$	$q(x) : x = 10$	$r(x) : x = x + 1$
$\exists\, x, p(x)$	$\exists\, x, q(x)$	$\exists\, x, r(x)$
Verdadero	Verdadero	Falso

VALORES DE VERDAD DE LOS CUANTIFICADORES

Cuantificador	Verdadero	Falso
$\forall x, p(x)$	p(x) es verdad para cada x.	p(x) es falso para al menos una x.
$\exists x, p(x)$	p(x) es verdad para alguna x.	p(x) es falso para todo valor de x.

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, $p(x, y, z): x - y = z$

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, $p(x, y, z): x - y = z$

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, $p(x, y, z): x - y = z$

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

$$\forall x, y\ [\exists z,\ \ p(x, y, z)]$$

b) Para cada x e y, existe un z tal que $x - z = y$

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, $p(x, y, z): x - y = z$

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

$$\forall x, y\ [\exists z,\ \ p(x, y, z)]$$

b) Para cada x e y, existe un z tal que $x - z = y$

$$\forall x, y\ [\exists z,\ \ p(x, z, y)]$$

c) Existe un x tal que para todo y, $y - x = y$

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, **$p(x, y, z): x - y = z$**

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

$$\forall x, y \; [\exists z, \;\; p(x, y, z)]$$

b) Para cada x e y, existe un z tal que $x - z = y$

$$\forall x, y \; [\exists z, \;\; p(x, z, y)]$$

c) Existe un x tal que para todo y, $y - x = y$

$$\exists x \; [\forall y, \;\; p(y, x, y)]$$

d) Cuándo el 0 se resta a cualquier entero, el resultado es el entero mismo.

EJEMPLO 1

Consideremos: U = enteros, p(x, y, z): x – y = z

a) Para cada x e y, existe un z tal que $x - y = z$

$$\forall x, y\ [\exists z,\ \ p(x, y, z)]$$

b) Para cada x e y, existe un z tal que $x - z = y$

$$\forall x, y\ [\exists z,\ \ p(x, z, y)]$$

c) Existe un x tal que para todo y, $y - x = y$

$$\exists x\ [\forall y,\ \ p(y, x, y)]$$

d) Cuándo el 0 se resta a cualquier entero, el resultado es el entero mismo.

$$\forall x,\ \ p(x, 0, x)$$

EJERCICIOS EN CLASE