Problemas - Taller 1

Diego Alejandro Gómez Parra
diego.gomezp@javeriana.edu.co

Luis Manuel Peñaranda Ramirez
penaranda-lm@javeriana.edu.co

Camilo Andrés Moreno Colorado
camilomoreno@javeriana.edu.co

14 de febrero de 2020

1. Problema 1

1.1. Enunciado

Suponga que un dispositivo solo puede almacenar únicamente los cuatro primeros dígitos decimales de cada número real, y trunca los restantes (esto es redondeo inferior). Calcule el error de redondeo si se quiere almacenar el número 536.78.

1.2. Marco Teórico

Un error de redondeo es la diferencia entre la aproximación calculada de un numero y el valor matemático exacto debido al redondeo. Para este problema se tiene un dispositivo que puede almacenar únicamente los 4 primeros números dígitos decimales de cualquier numero real, se realiza un truncamiento con los restantes.

1.3. Análisis del problema

Se debe normalizar la entrada a $0{,}53678x10^3$, al hacerlo, nos quedan 5 cifras decimales. Sin embargo, el dispositivo almacena solo 4 cifras. Para resolver este problema se descompone el numero $0{,}53678x10^3x0{,}00008x10^3$. Recordemos que $0{,}00008x10^3$ es equivalente a 0.08.

1.4. Valores de entrada y salida

- Entrada: 536.78 $->$ Numero a truncar.
- Salida: 0.08 $->$ Error de truncamiento.

2. Problema 2

2.1. Enunciado

Implemente en cualquier lenguaje el siguiente algoritmo que sirve para calcular la raíz cuadrada. Aplíquelo para evaluar la raíz cuadrada de 7, analice su precisión, como podría evaluar la convergencia y validez del algoritmo.

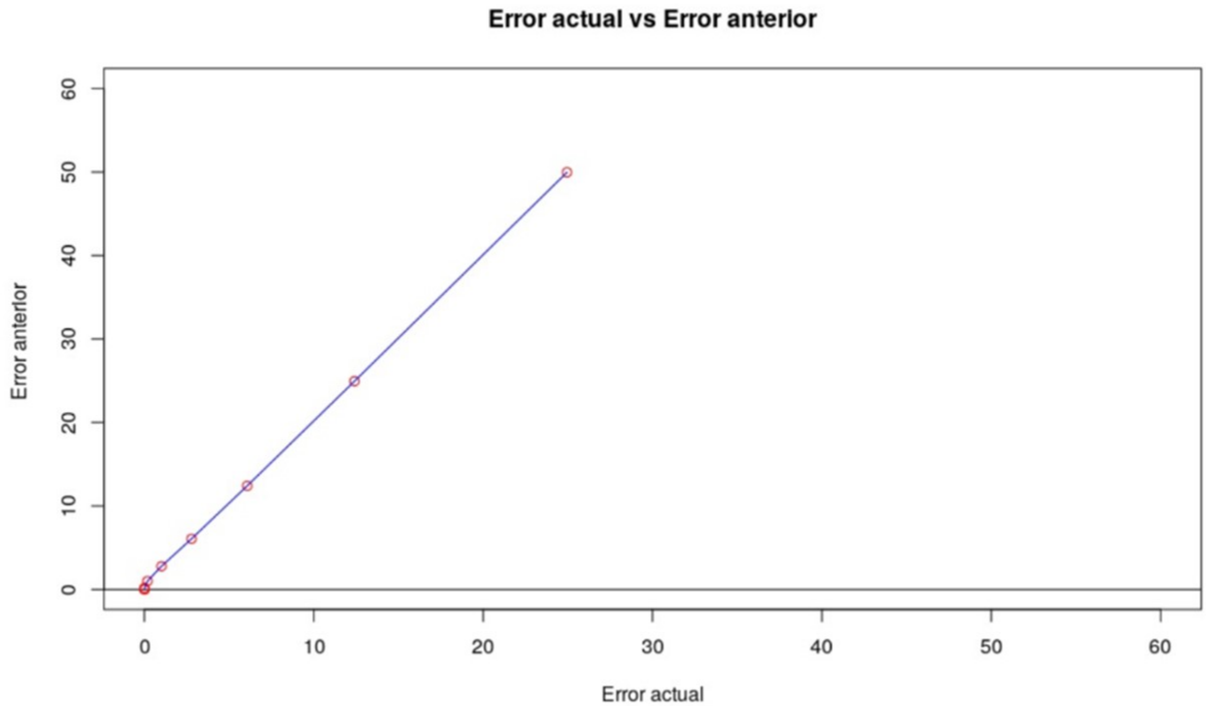
2.2. Marco Teórico

En el campo de la matemática, la raíz cuadrada se identifica como el numero que, al ser multiplicado una vez por si mismo, da como resultado un primer numero. Para calcular la raíz en el ámbito de la programación se utiliza un método iterativo que produce un valor mas cercano a la respuesta.

2.3. Análisis

Error Actual	Error Anterior
24.9475490	49.9650000
12.4042135	24.9475490
6.0656640	12.4042135
2.7798920	6.0656640
1.0068318	2.7798920
0.1790470	1.0068318
0.0060445	0.1790470
0.0000069	0.0060445
0.0000000	0.0000069

Cuadro 1: Valores de error actual y anterior en cada iteración.



Gráfica 1: Gráfica de error actual vs. error anterior.

- Precisión: la formula converge pero el resultado final no es la raíz cuadrada de 7, pues la precisión es insuficiente. El valor resultante es 2.645751, pero como bien se sabe es una aproximación deficiente pues el resultado es un numero no exacto, lo que implica un sin fin de números decimales que lo conforman.
- Convergencia: como se puede apreciar en la gráfica 1, el algoritmo iterativo utilizado tiene una convergencia lineal. Los métodos iterativos tienen la propiedad de producir resultados cada vez más cercanos a la respuesta esperada.
- Validez: La poca cantidad de cifras obtenidas hace que el método sea deficiente, pero valido. Eso quiere decir que se acerca a los dígitos mas significativos del valor real. La precisión insuficiente plantea la importancia de verificar la formulación del método numérico y la validación de la respuesta obtenida.

2.4. Valores de entrada y salida

Entrada:

- $n = 7$. Dato.
- $E = 1 * 10^{-8}$. Error permitido.
- $x = 100$. Valor inicial.

Salida:

- $y = 2{,}645751$.

3. Problema 3

3.1. Enunciado

Utilizando el teorema de Taylor hallar la aproximación de $e^{0,5}$ con cinco cifras significativas.

3.2. Marco Teórico

A lo largo de la historia, se ha usado el teorema de Taylor con el fin de realizar aproximaciones de diferentes tipos de funciones alrededor de un punto, en el cual, dicha función es diferenciable. Este teorema genera un resultado bastante aproximado al resultado final, y entre mayor es el orden del polinomio, mas aproximado es el resultado.

3.3. Resultados

Entrada:

- $f = e^x$. Función a evaluar.
- $x_0 = 0{,}5$. Punto a evaluar.
- $a = 1$. Valor alrededor de x.
- $n = 6$ Orden del polinomio.

Salida:

- resultado $= 1{,}64873$.

4. Problema 4

4.1. Enunciado

Calcule el tamaño del error dado por las operaciones aritméticas, para la solución del siguiente problema. La velocidad de una partícula es constante e igual a 4 m/s, medida con un error de 0.1 m/s durante un tiempo de recorrido de 5 seg. medido con error de 0.1 seg. Determine el error absoluto y el error relativo en el valor de la distancia recorrida.

4.2. Marco Teórico

En los métodos directos debe considerarse el error que se propaga en las operaciones aritméticas, el cual puede ser significativo cuando la cantidad de cálculos requeridos es grande. Para este problema en particular, se desarrollo un problema de dinámica elemental en el cual posee las siguientes características.

4.3. Resultados

Entrada:

- $v = 4m/s$. Velocidad.
- $E_v = 0{,}1m/s$. Error de velocidad.
- $t = 5s$. Tiempo.
- $E_t = 0{,}1s$ Error de tiempo.

Salida:

- $d = 20m$ Distancia.
- $e_a = 0{,}9$ Tamaño del error.
- $e_r = 4{,}5\,\%$ Porcentaje error.

5. Problema 5

5.1. Enunciado

Evaluar el valor de un polinomio es una tarea que involucra para la maquina realizar un número de operaciones la cual debe ser mínimas. Como se puede evaluar el siguiente polinomio con el número mínimo de multiplicaciones.

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4, x_0 = -2 \tag{1}$$

5.2. Marco Teórico

Para este problema en particular se uso el método de Horner, este consiste en aplicar un algoritmo que permita calcular el resultado de un polinomio evaluado en un valor especifico de x. Además, el algoritmo consigue hacer su labor con la cantidad mínima de operaciones posible, lo cual lo convierte en un método muy eficiente.

5.3. Resultados

Entrada:

- coeficiente = 2, 0, -3, 3, -4. coeficientes del polinomio.
- $x_0 = -2$. Valor evaluado.

Salida:

- Resultado = 10. El numero mínimo de operaciones es 8, y se de 4 sumas y 4 multiplicaciones.

6. Problema 6

6.1. Enunciado

Reconstruir la silueta del perrito utilizando la menor cantidad de puntos para reproducir el dibujo del contorno completo del perrito sin bigotes, con la información dada:

y=c(3,3.7,3.9,4.5,5.7,6.69,7.12,6.7,4.45,7,6.1,5.6,5.87,5.15,4.1,4.3,4.1,3) x=c(1,2,5,6,7.5,8.1,10,13,17.6,20,23.5,24.5,25,26.5,27.5,28,29,30)

6.2. Marco Teórico

Para la solución de este problema, se hace uso de la interpolación polinomial, la cual es una técnica de interpolación de un conjunto de datos o de una función por un polinomio. Es decir, dado cierto número de puntos obtenidos por muestreo o a partir de un experimento se pretende encontrar un polinomio que pase por todos los puntos.

6.3. Análisis

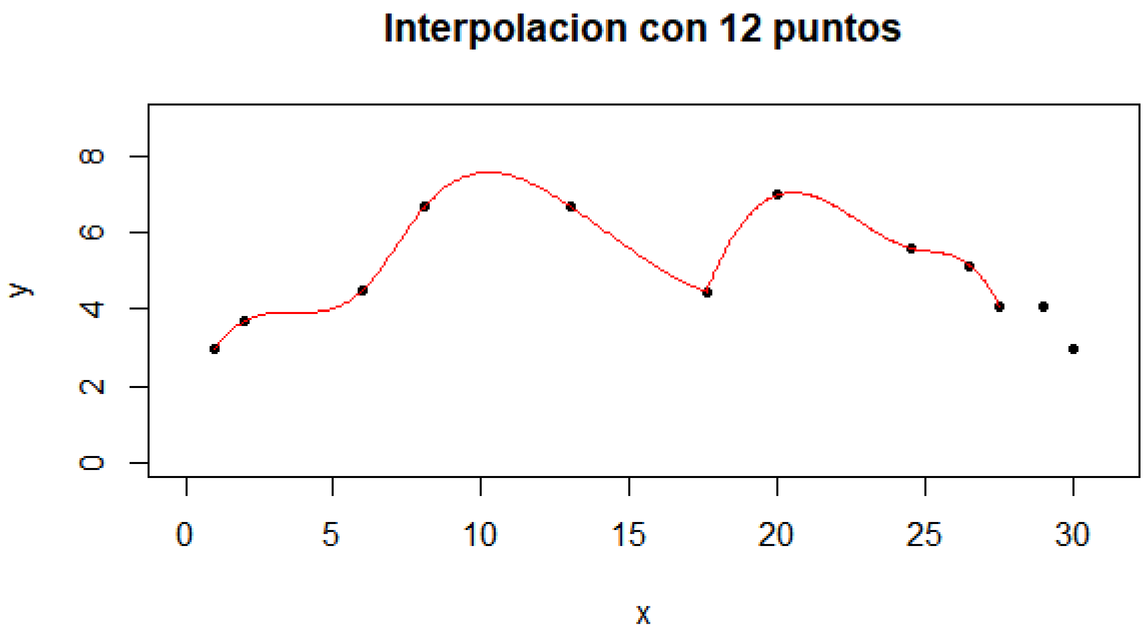
Se tomaron menos puntos de los que inicialmente se dieron en el enunciado, los cuales eran 18 en total. Para llegar a una mejor solución se tomaron un menor numero de puntos los cuales fueron 12 puntos ilustrados a continuación.

6.4. Resultados

Entrada:

- y = (3, 3.7, 4.5, 6.69, 6.7, 4.45, 7, 5.6, 5.15, 4.1, 4.1, 3).
- x = (1, 2, 6, 8.1, 13, 17.6, 20, 24.5, 26.5, 27.5, 29, 30).

Salida:



Gráfica 2: Gráfica de la interpolación del perro.