

# Tarea 1:

## Encontrando la masa del Sol y de Júpiter

Ciencias Planetarias

Camilo Ospinal

Agosto, 2023

## 1 Introducción

Desde comienzos de 1600 conocemos que entre dos cuerpos el de menor masa órbita al de mayor masa, esto lo comprobamos al observar que la Luna orbita la Tierra y la Tierra al Sol, además, para salir de dudas, Galileo reveló que otros cuerpos menores orbitaban a uno mayor, Júpiter era orbitado por pequeños cuerpos, también lunas. Newton nos reveló que la interacción entre dos cuerpos, la fuerza ejercida el uno al otro, podía modelarse con una ecuación matemática igual al producto de sus masas sobre el cuadrado de la distancia que las separaba, por una constante. El valor de esta constante estuvo oculto a nuestro conocimiento hasta que Cavendish logró medirla a finales del siglo XVIII. Para ese entonces, ya teníamos claro que a partir de la ley de gravitación y la segunda ley de Newton se podía obtener la masa del cuerpo principal del sistema, en el caso de la Tierra conocíamos el radio y la aceleración que produce sobre un cuerpo a esta distancia, y una vez hallada la constante gravitacional  $G$ , fue posible encontrar su masa. Este método funciona para encontrar la masa de cualquier cuerpo celeste masivo que sea orbitado por otro del cual conozcamos la aceleración que experimenta debida a la atracción y su distancia al primero. A continuación, encontramos el valor de la masa del Sol y la masa de Júpiter.

## 2 Cálculos

Para calcular la masa del Sol,  $M_S$ , tomamos la ecuación de la fuerza gravitacional entre dos cuerpos:

$$F = G \frac{M_S M_T}{R_{TS}^2}$$

Donde  $R_{TS}$  es la distancia entre el Sol y la Tierra, una unidad astronómica, igual a 149597870700 m,  $G$  es la constante gravitacional y  $M_T$  es la masa de la Tierra cuyo valor, para este caso, no es relevante.

Igualamos a  $F = ma$ , donde  $m$  viene siendo la masa de la Tierra que es atraída por el Sol y  $a$  la aceleración gravitacional que experimenta un cuerpo a una unidad astronómica del Sol. Puesto que la Tierra se mueve en una elipse alrededor del Sol, esta aceleración es justamente la aceleración centrípeta, entonces  $a = r\omega^2$ , con  $\omega$  siendo la velocidad angular de la Tierra igual a  $1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$ . Remplazando:

$$G \frac{M_S M_T}{R_{TS}^2} = M_T R_{TS} \omega^2$$

$$G \frac{M_S}{R_{TS}^2} = R_{TS} \omega^2$$

Despejando  $M_S$

$$M_S = \frac{R_{TS}^3 \omega^2}{G}$$

$$= \frac{(149597870700 \text{ m})^3 (1.99 \times 10^{-7} \text{ rad/s})^2}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} = 1,986 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Valor que coincide con los reportados por las fuentes.

Ahora, para la masa de Júpiter podemos utilizar la tercera ley de Kepler, cuya ecuación es:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} a^3$$

Donde  $P$  es el periodo y  $a$  el semieje mayor. Si despejamos la masa de Júpiter y el Sol,

$$M_J + M_S = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2}$$

Teniendo en cuenta que el semieje mayor de Júpiter es de 5.2 UA y que su periodo orbital es de 11,862 años o 374080032 segundos, remplazando los valores que conocemos, entonces

$$M_J = 3,369 \times 10^{27} \text{ kg}$$

Resultado que está en el mismo orden de magnitud. La masa real de Júpiter es  $1,898 \times 10^{27} \text{ kg}$ . Si decidimos utilizar la ley de gravitación, es necesario recurrir a las lunas de Júpiter, por ejemplo, Ío, que tiene un semieje mayor de 421800000 m y un periodo orbital alrededor del planeta de 1,762 días.

$$M_J = \frac{(421800000 \text{ m})^3 \frac{4\pi^2}{(152928 \text{ s})^2}}{G} = 1,898 \times 10^{27} \text{ kg}$$

### 3 Conclusiones

El cálculo de la masa de cuerpo celeste es un procedimiento sencillo que puede ser obtenido a partir de las leyes de movimiento de Newton. Para el caso del cálculo de la masa del Sol, este se facilitó aún más debido a que solo se requirieron dos relaciones primordiales, la segunda ley y la ecuación de la fuerza de gravedad entre dos cuerpos. Es relevante notar que es más natural

encontrar la masa del cuerpo principal del sistema, es decir, el de mayor masa, esto debido a que, en general, se suele tener a la mano los datos del cuerpo orbitante, como en el caso de la Tierra, del cual conocemos lo necesario que nos permita obtener la masa solar, al igual que de Júpiter. Pero estos datos y tratamientos de la ecuación solo nos conducen a conocer la masa solar, no así la masa del planeta, he ahí que para calcular la masa de Júpiter se haya recurrido a utilizar la tercera ley de Kepler o los datos orbitales de Io. Si quisiéramos utilizar únicamente las leyes de Newton (más hay que recalcar que la ecuación de la tercera ley de Kepler se puede obtener de estas) para calcular la masa del planeta, es necesario, entonces, conocer la aceleración gravitacional que experimenta la estrella debido al planeta, la aceleración centrípeta con la cual orbita el centro de masa, al estar el centro de masa, prácticamente, en el centro del Sol, la medida de esta es muy difícil a comparación de los planetas del sistema solar, cuya velocidad angular podemos obtenerla a través de la observación. Este patrón siempre se repite, es más fácil calcular la masa de la Tierra, puesto que sabemos la aceleración que experimenta un objeto sobre su superficie y es más fácil conocer la masa del Sol, pues sabemos la aceleración que produce sobre ciertos cuerpos como los planetas. En síntesis, podemos medir la masa de un astro indirectamente, utilizando la observación astronómica.