

# Taller 4

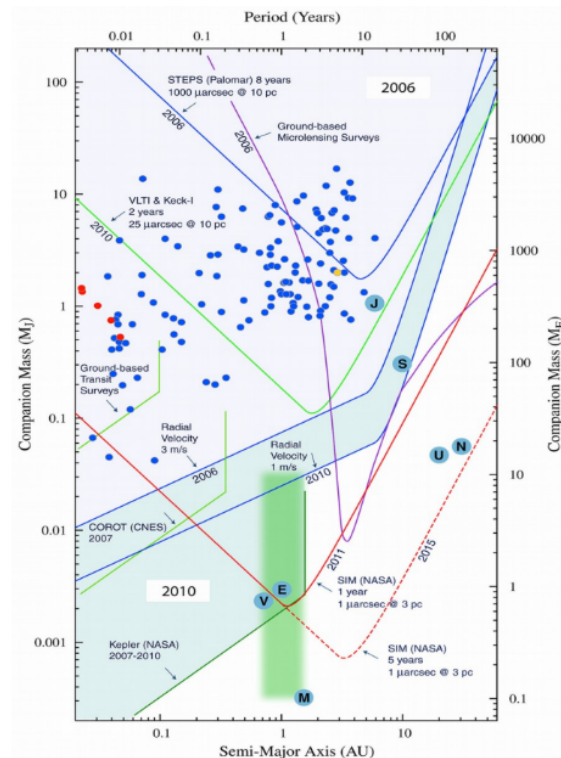
## Ciencias Planetarias

Camilo Ospinal  
Noviembre, 2023

### Problema 1

#### Comparación de las técnicas de detección de exoplanetas.

La **Figura 1** resume cuatro diferentes técnicas de detección de exoplanetas incluyendo velocidad radial (línea azul), tránsito (línea verde), astrometría (línea roja) y microlensing (línea morada).



**Figura 1:** Técnicas de detección de exoplanetas comparadas.

#### Velocidad radial:

- Utilizando la ecuación para la semi-amplitud de la velocidad radial, describe cualitativamente la pendiente de las líneas de detección de la velocidad radial.
- Aproximadamente a 5 unidades astronómicas (a.u.), las líneas de detección de la velocidad radial cambian de pendiente. ¿Por qué?

#### Tránsitos vs. Velocidad Radial:

- Observa la curva de tránsito COROT y la curva de velocidad radial de 2010. ¿Por qué la técnica de búsqueda de tránsitos tiene un mejor rendimiento en semiejes mayores más pequeños que la técnica de

velocidad radial? ¿Por qué la técnica de tránsitos tiene un peor rendimiento en semiejes mayores más grandes?

**General:**

d. Si fueras a comenzar un estudio de planetas, ¿qué técnica elegirías y por qué?

**Pregunta Bonus:**

e. ¿Qué es la región verde? Descríbala.

**Solución:**

a. La ecuación de la semi-amplitud de la velocidad radial es la siguiente, corresponde a la ecuación 12 del capítulo *Radial Velocity Techniques for Exoplanets* de Exoplanets (2010).

$$K = \sqrt{\frac{G}{1-e^2}} m_2 \sin i (m_1 + m_2)^{-1/2} a^{-1/2}$$

Donde  $G$  es la constante gravitacional,  $e$  es la excentricidad de la órbita del planeta,  $m_1$  es la masa de la estrella,  $m_2$  la masa del planeta y  $a$  el semieje mayor del planeta. Puesto que los planetas tienen mucha menor masa que sus estrellas,  $m_1$  es despreciable. Por lo tanto, despejando  $m_2 \sin i$

$$m_2 \sin i = a^{1/2} m_1^{1/2} K \sqrt{\frac{1-e^2}{G}}$$

La **Figura 1** está en escala logarítmica, por lo que realizando esta operación se tiene que

$$\log_{10}(m_2 \sin i) = \frac{1}{2} \log_{10} a + \log_{10} \left( m_1^{1/2} K \sqrt{\frac{1-e^2}{G}} \right)$$

Con lo que se logra la ecuación de una recta de la forma  $y = mx + b$ , donde, en nuestro caso,  $a$  es la variable independiente y la pendiente es  $m = 1/2$ . Esto explica el porqué las líneas azules de velocidad radial correspondientes a una precisión de 1 m/s y 3 m/s son paralelas, lo único que cambia es el intercepto con el eje y debido al cambio de velocidad radial.

b. El cambio de pendiente puede deberse a la precisión que la técnica de velocidad radial puede otorgar cuando las distancias del planeta a la estrella son muy grandes. Que un instrumento tenga una precisión de medida dada quiere decir que solo podrá identificar aquellos planetas que produzcan un cambio en la velocidad radial mayor al límite del detector, hay muchas configuraciones que hacen esto factible, un planeta muy masivo en una órbita cercana generará oscilaciones de la estrella muy perceptibles gracias a la gran fuerza de gravedad entre los dos, conforme este planeta se aleja, la fuerza de atracción disminuye, y el bamboleo se reduce, lo que lo vuelve más difícil de detectar, así, hay un rango dado en el cuál la velocidad radial por la interacción de un planeta con su estrella puede ser medible para un instrumento. Conforme aumente la distancia más masivo tendrá que ser el planeta candidato. No se puede afirmar con total seguridad si los efectos del ruido perjudican la pendiente de la curva de velocidad radial, Lawson et al. (2004)<sup>1</sup> no hacen mayor claridad de esta gráfica más que mencionar que es una comparación de los métodos de detección de exoplanetas. En lo que sí se puede confiar más es que este efecto del ruido complejiza el descubrimiento de planetas muy cercanos al límite de detección, la interacción de la estrella con otros planetas o si el sistema es una binaria, la convección en la superficie de la estrella también producen

<sup>1</sup> Este es el artículo original de donde salió la gráfica

cambios en los datos de velocidad radial recibidos, si se hacen las mediciones con varios espectrografos o la cantidad de mediciones realizadas, son factores que afectan la incertidumbre y, por ende, la seguridad de detección de un planeta (Hara y Ford, 2023)<sup>2</sup>.

c. Todo está en como funciona el método de tránsito, como podremos ver luego en siguientes problemas, el método de tránsito mejora con la cercanía a la estrella puesto que el flujo que intercepta es mucho mayor. El flujo es la cantidad de energía que pasa cada segundo sobre un área determinada, en este caso, el flujo de la estrella es su luminosidad sobre el área de la esfera de algún radio, que para nuestro interés se escoge como el semieje mayor del planeta. Si el planeta está más cerca, la esfera es más pequeña y, por ende, su área también, el planeta respecto a esta esfera no es tan pequeño como sí lo sería una esfera con un semieje mayor más grande. Esto explica porque es mejor que la técnica de velocidad radial para exoplanetas cerca de la estrella y peor para planetas lejanos.

d. Escogería el método de velocidad radial, es el que más a descubierto planetas a lo largo de todos estos años comparado a otros métodos de detección, además, como se puede ver en la gráfica, posee un amplio rango de semiejes mayores donde puede localizar planetas, también permite encontrar planetas de distintas masas, desde planetas rocosos hasta gigantes gaseosos, esto nos permitiría descubrir planetas tipo terrestres cercanas a su estrella o gigantes que estén a unas 5 UA. También nos permite descubrir mundos supremamente extraños como Lava Worlds, Hot-Júpiteres, cosa que, aunque los otros métodos disponen de la misma habilidad, esta técnica la posee junto a otras características llamativas, el único inconveniente viene dado por el refinamiento de los instrumentos.

e. La banda verde recubre la zona correspondiente a los alrededores de la unidad astronómica, es difusa por los bordes laterales y se encuentran 3 círculos que contienen las iniciales de lo que resultan ser Venus (V), la Tierra (E) y Marte (M), los cuales están en la zona habitable para una estrella de tipo solar, según la definición de zona habitable, sus límites están dados por la posición de Venus y Marte como se ve en la figura. El límite superior puede indicar la masa máxima del planeta, puesto que después de un punto podría ser un planeta helado. Así mismo, quizás, con el límite inferior.

## Problema 2

### Propiedades de exoplanetas conocidos.

Desde el Enciclopedia de Planetas Extrasolares en (<http://exoplanet.eu/>), encuentra el catálogo interactivo de candidatos a planetas detectados por velocidad radial (<http://exoplanet.eu/catalog-RV.php>). Construye tres diagramas diferentes (ya sea histogramas o diagramas de correlación). Puedes utilizar cualquier parámetro disponible para los ejes  $x$  e  $y$  (por ejemplo, masa del planeta, radio, semieje mayor, año de descubrimiento, etc.). Identifica cualquier tendencia que esté presente o ausente.

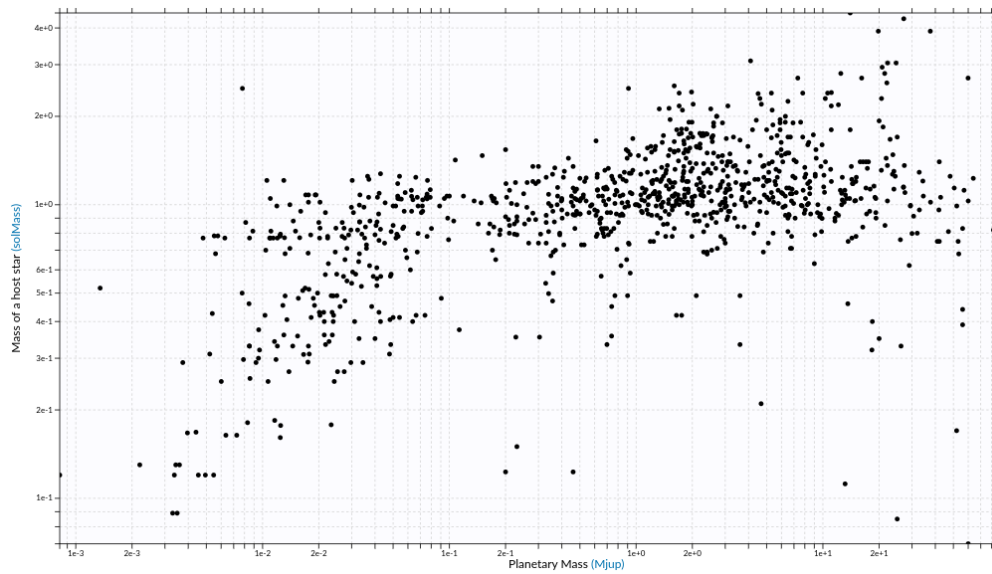
### Solución:

A continuación, encontrará 3 diagramas que muestran algunas de las características de diversos exoplanetas encontrados por el método de velocidad radial.

En la Figura 2 se muestra la distribución de la masa del planeta junto a la masa de su estrella, para construirlo me pregunté si acaso estos parámetros estaban relacionados, debido a que se puede pensar que si una estrella acreta mucha material del disco protoplanetario, entonces la cantidad de material disponible para formar planetas no permitiría que estos sean muy masivos. La distribución muestra que la mayoría de planetas encontrados en un amplio rango de masas residen en estrellas de masas similares a las del Sol, muy pocos planetas son hallados cuando la masa de la estrella es de alrededor de las  $4 M_{\odot}$ , y los pocos planetas descubiertos son super-Júpiter, lo que puede confirmar que en estos sistemas, tanto la estrella como el planeta acumularon toda la masa disponible impidiendo la formación de super-Tierras, por ejemplo.

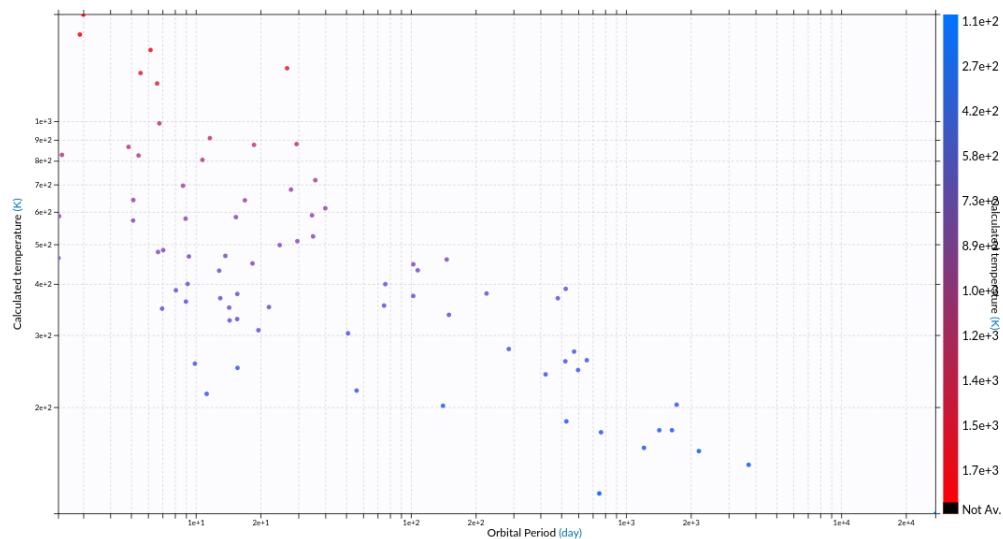
---

<sup>2</sup>Un buen review para leer acerca de la estadística aplicada a la detección de exoplanetas.



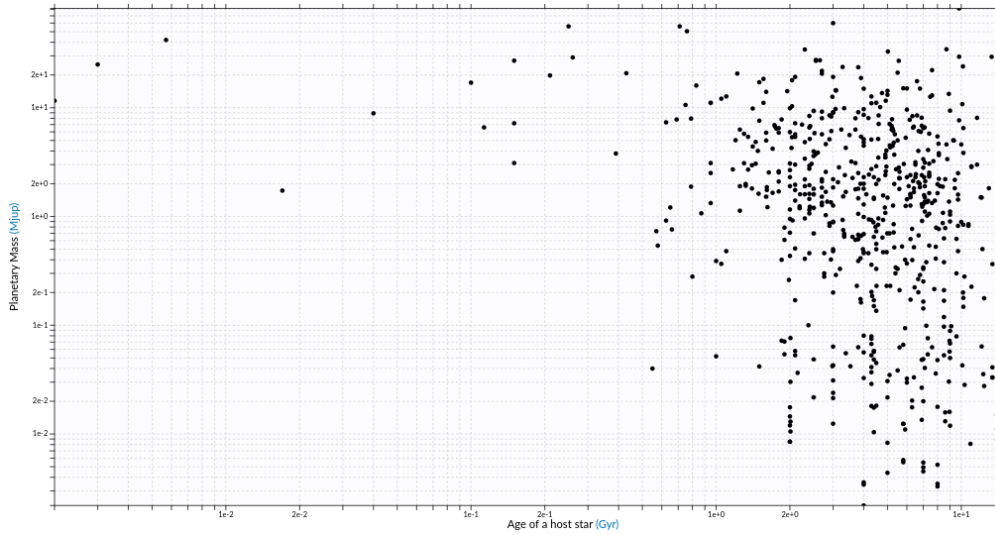
**Figura 2:** Distribución de exoplanetas encontrados a través de velocidad radial según su masa y la masa de su estrella

En la Figura 3 se ve la distribución de algunos exoplanetas a los cuales se les ha calculado su temperatura de equilibrio comparado con su periodo orbital. Para esta distribución se me ocurrió que los dos parámetros debían estar íntimamente relacionados, debido a que un planeta con un periodo orbital corto estará muy cerca de su estrella y, por ende, la cantidad de flujo de energía que llega a su superficie será mayor, su temperatura incrementará, como pasa con los planetas del Sistema Solar. Se puede ver que efectivamente la temperatura incrementa con la disminución del periodo, con la disminución de la distancia a la estrella. En esta distribución el planeta con mayor periodo orbital, aproximadamente de 400 días, tiene una temperatura de equilibrio cercana a 110 K, uno de los de menor periodo orbital, entre 1 y 2 días, una temperatura superior a los 1000 K.



**Figura 3:** Distribución de exoplanetas encontrados a través de velocidad radial según su periodo orbital y su temperatura calculada

En la Figura 4 se muestra la distribución de las masas de los exoplanetas junto a la edad de su estrella. Para esta distribución quise ver si había una relación entre la edad de la estrella y el tipo de planetas



**Figura 4:** Distribución de exoplanetas encontrados a través de velocidad radial según la edad de su estrella y su masa.

que alberga, si para ciertas estrellas es más probable encontrar algún tipo de planeta que para otras. Lo que se puede evidenciar es que estrellas de varios tipos hospedan planetas, desde estrellas relativamente jóvenes con una edad cercana a 1 Gyr, hasta más antiguas, enanas rojas de 10 Gyr, para las cuales se puede observar planetas de todas las masas, desde super-Tierras, Júpiteres, hasta Súper-Júpiteres, no hay una relación estricta entre el tipo de estrella y la clase de planeta, lo que se puede considerar fascinante, puesto que en un sistema exoplanetario se puede encontrar diversas configuraciones. No obstante, cuando la estrella es muy joven, es muy extraño encontrarse planetas, lo que tiene sentido, puesto que las estrellas jóvenes son más masivas, consumieron, prácticamente, todo el disco protoplanetario. Los planetas que se encuentran para tales estrellas son Súper-Júpiteres, a los cuales les pudo haber faltado un poco para convertirse en enanas marrones. También hay otra posibilidad que explica este hecho, al ser más masivas el centro de masas entre los cuerpos está muy cercano a su centro de masa, el bamboleo que pudiera generar un planeta es mínimo, la única forma para lograrlo es que, como se ve, el planeta tenga mucha masa y tenga un semieje mayor muy corto.

### Problema 3

**Curvas de luz de tránsito de exoplanetas para tránsitos no centrales. Ver Figuras 5 y 6.**

a. Muestra que la duración del tránsito para un tránsito no central es:

$$t_T = \frac{PR_*}{\pi a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_p}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a \cos i}{R_*}\right)^2}$$

Aquí,  $t_T$  es la duración total del tránsito,  $R_*$  es el radio estelar,  $R_p$  es el radio del planeta,  $a$  es el semieje mayor orbital e  $i$  es la inclinación orbital. Aquí,  $i = 90^\circ$  es "edge on".

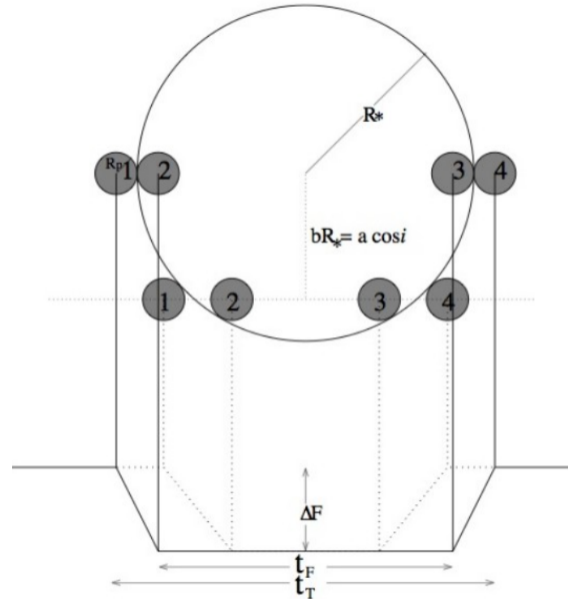
b. Muestra que la duración de la "parte plana" de la curva de luz del tránsito, es decir, el tiempo cuando el planeta está completamente superpuesto en el disco estelar, es:

$$t_F = \frac{PR_*}{\pi a} \sqrt{\left(1 - \frac{R_p}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a \cos i}{R_*}\right)^2}$$

c. Describe por qué el parámetro de impacto  $b$  es:

$$b = \frac{a}{R_*} \cos i$$

El parámetro de impacto  $b$  se define como la distancia proyectada entre los centros del planeta y la estrella durante el mediopaso, en unidades de  $R_*$ .

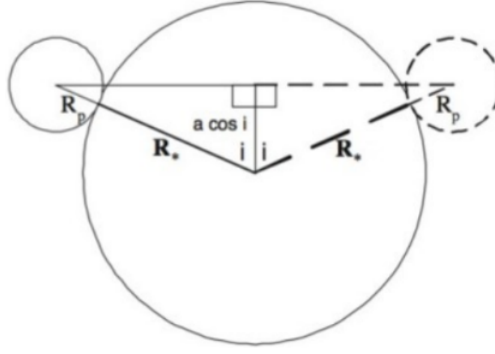


**Figura 5:** Definición de observables de la curva de luz de tránsito. En la parte inferior se muestran dos curvas de luz esquemáticas (líneas sólidas y punteadas), y la geometría correspondiente de la estrella y el planeta se muestra en la parte superior. En la curva de luz sólida se indican la profundidad del tránsito  $\Delta F$ , la duración total del tránsito  $t_T$  y la duración del tránsito entre el ingreso y la salida  $t_F$  (es decir, la "parte plana" de la curva de luz del tránsito cuando el planeta está completamente superpuesto en la estrella progenitora). Se señalan los primeros, segundos, terceros y cuartos contactos para un planeta que se mueve de izquierda a derecha (no necesarios para este conjunto de problemas). También se definen  $R_*$ ,  $R_p$  y el parámetro de impacto  $b$  correspondiente a la inclinación orbital  $i$ . Diferentes parámetros de impacto  $b$  (o diferentes  $i$ ) darán como resultado diferentes formas de tránsito, como se muestra en los tránsitos correspondientes a las líneas sólidas y punteadas.

## Solución:

**a.** Vamos a utilizar las muy buenas figuras de Paul Wilson<sup>3</sup> para hacer una demostración de la ecuación. De la Figura 7 podemos hallar una representación física del problema, se pueden ver con claridad los parámetros geométricos. El planeta en cuestión se mueve con una velocidad angular constante  $\omega$ , suponiendo una órbita poco excéntrica. El tiempo que tarda en recorrer el ángulo  $\alpha$  que intercepta los puntos  $A$  y  $B$ , donde inicia y finaliza el tránsito respectivamente (puntos 1 y 4 en la Figura 5), recordando la definición de

<sup>3</sup>Ver The Exoplanet Transit Method en referencias



**Figura 6:** Esquema de un planeta en tránsito para derivar parámetros de tránsito no central. Ten en cuenta la definición de  $i$  para la inclinación orbital ( $i = 90^\circ$  corresponde a "Edge-on"). Figura de R. Santana.

velocidad angular, es claramente

$$t_T = \frac{\alpha}{\omega} \quad (1)$$

Se puede observar que existe la relación

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l}{a} \quad (2)$$

Por ende, en la ecuación 1,

$$t_T = \frac{2}{\omega} \arcsin\left(\frac{l}{a}\right) \quad (3)$$

Luego, podemos detallar que, de la Figura 6,  $l$  es justamente

$$l = \sqrt{(R_* + R_p)^2 - y^2}$$

Podemos confirmar que  $y = a \cos i$  nuevamente de la Figura 7, suponiendo que el segmento de arco  $AB$  es lo suficientemente pequeño para aproximarse a la cuerda  $\overline{AB}$ , es decir, a  $2l$ , si esto no ocurre, es claro que  $y$  varía. Volveremos a esta suposición más tarde. Remplazando lo anterior en la ecuación 3

$$t_T = \frac{2}{\omega} \arcsin\left(\frac{\sqrt{(R_* + R_p)^2 - a^2 \cos^2 i}}{a}\right)$$

La velocidad angular se puede expresar en términos del periodo,  $\omega = 2\pi/P$ , y factorizando  $R_*$  obtenemos la expresión más general del tiempo de tránsito<sup>4</sup>.

$$t_T = \frac{P}{\pi} \arcsin\left(\frac{R_*}{a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_p}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a \cos i}{R_*}\right)^2}\right) \quad (4)$$

Para llegar a la expresión pedida hay que tener en cuenta que la distancia si  $a \gg R_*$ , para nuestros ojos, el paso del planeta es prácticamente líneal, como habíamos dicho, y gracias a esto  $\alpha \ll 1$ , con lo que es claro que, directamente de la ecuación 2,  $\alpha \approx 2l/a$  o, desde la ecuación 4, que  $\arcsin$  desaparece.

<sup>4</sup>Quizás decir más general sea un abuso, en Seager y Mallén (2003) podrá encontrar una expresión más general que, como es costumbre, no se explica de donde viene, y solo incluye un  $\sin i$  acompañando al  $a$ . De este artículo provienen las Figuras 5 y 6 por si le interesa. También podrá revisar Sackett (1999) en *Planets outside the Solar System: Theory and Observations* para ver otra derivación de nuestra ecuación y más detalles sobre el tránsito. Quizás demuestre la ecuación de Seager y Mallén en otro momento, sería un buen reto para el lector si gusta.

Obteniendo la conclusión de que

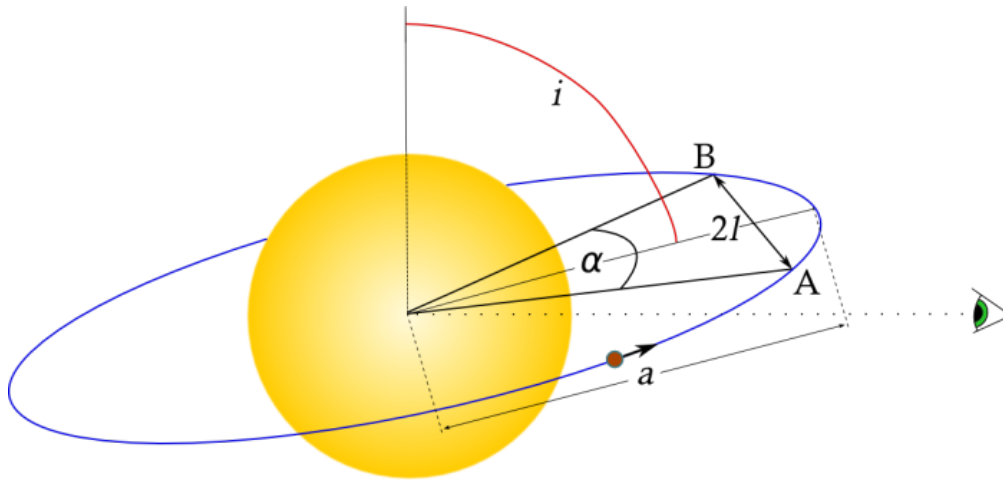
$$t_T = \frac{PR_*}{\pi a} \sqrt{\left(1 + \frac{R_p}{R_*}\right)^2 - \left(\frac{a \cos i}{R_*}\right)^2} \quad (5)$$

Note que también era factible partir desde un comienzo con la suposición de que el segmento de arco y la cuerda eran aproximadamente iguales, lo que permitía afirmar que  $2l = vt_T$ , donde  $v$  es la velocidad tangencial igual a  $\omega a$ .

**b.** El procedimiento es el mismo, por lo que no seremos redundantes al desarrollarlo, lo único que hay que tener en cuenta, y es algo que podrá visualizar de la Figura 5 con los puntos 2 y 3, trazando el radio de la estrella tal que pase por diámetro del planeta, que el triángulo formado tiene la hipotenusa  $R_* - R_p$  y por lo tanto  $l = \sqrt{(R_* - R_p)^2 - (a \cos i)^2}$ . Remplazando esto en la deducción se obtiene el resultado deseado.

**c.** El parametro de impacto proviene de saber que  $a \cos i$  representa un segmento del radio de la estrella, la pregunta entonces es ¿a que fracción del radio corresponde este segmento? esa fracción se puede confinar en el parámetro  $b$ , si yo multiplico  $b$  por el radio de la estrella, obtengo  $a \cos i$ , es decir,  $bR_* = a \cos i$  lo que resulta en que

$$b = \frac{a}{R_*} \cos i$$



**Figura 7:** Representación física del tránsito de un exoplaneta alrededor de su estrella

## Problema 4

La misión Kepler, en busca de exoplanetas en tránsito, ya ha anunciado el descubrimiento de más de dos mil exoplanetas. La estrella Kepler-9, una estrella de la secuencia principal con masa y radio iguales a los del Sol, tiene tres exoplanetas en tránsito.

- El exoplaneta Kepler-9b, cuando transita la estrella Kepler-9, provoca una disminución del flujo estelar en un 0.622%. ¿Cuál es el radio de Kepler-9b, medido en unidades del radio solar? ¿Y cuál es su radio medido en unidades del radio de Júpiter?
- El exoplaneta Kepler-9c, cuando transita la estrella Kepler-9, provoca una disminución del flujo estelar en un 0.594%. ¿Cuál es el radio de Kepler-9c, medido en unidades del radio solar? ¿Y cuál es su radio medido en unidades del radio de Júpiter?
- ¿Podrías calcular el semieje mayor de los planetas b y c a partir de los resultados anteriores? Si es así, ¡hazlo!



## Solución:

a. Cuando hablamos de profundidad del tránsito, nos referimos a la cantidad de luz que dejamos de recibir de la estrella cuando un exoplaneta pasa en frente de ella, la detección de exoplanetas es como ver pasar una mosca al frente de una bombilla estando a unas cuantas decenas de metros de esta, a nuestros ojos incapaces de percibir los detalles más diminutos, pareciera que ninguna mosca ha volado sobre la bombilla, pero si tuvieramos la vista de un aguila, apreciaríamos la mosca pasar. Los instrumentos que utilizamos son nuestros ojos de aguila con los cuales podemos divisar otros mundos. En palabras de Paul Wilson:

"When we are talking about transit depth we are referring to how much flux has been blocked out compared to some reference. Usually the reference is the continuum (basically when nothing is transiting in front of the star). Say then that the star is transited by an exoplanet, comet etc.. then this will cause a decrease in the measured flux and we will see a dip in the light curve. The difference in flux from the continuum to the lowest point of the light curve is what we call the transit depth."

A continuación demostraré como se llega a la definición de profundidad de tránsito  $\delta$ .

Sea  $F$  el flujo total proveniente de la estrella, sin tránsitos, sea  $F_T$  el flujo que percibimos cuando hay tránsito, tenemos que este último es igual al flujo total menos la fracción del flujo total que disminuyó debido al tránsito,  $F_T = F - \delta F$ , o sea

$$\delta = \frac{F - F_T}{F} \quad (6)$$

En la Figura 8 podemos ver un esquema de la situación, cuando no hay tránsito, el flujo percibido es la cantidad de luz que llega a un area circular, tal que

$$F = \frac{L_*}{\pi R_*^2}$$

Donde  $L_*$  y  $R_*$  son la luminosidad y radio de la estrella respectivamente. Cuando el planeta se interpone, y si nos permitimos exagerar la situación, lo que veríamos es un aro de luz con un punto negro en el centro, como muestra la figura de perfil, como el flujo es una densidad de energía por segundo liberada, y esta última se supone constante, es como tener una densidad de luz sobre el círculo, el aro claramente va a tener la misma densidad de luz, pero con menos cantidad de luz distribuida sobre un area menor. entonces  $F$  es contante, y por lo tanto, tenemos lo siguiente

$$F = \frac{L'}{\pi(R_*^2 - R_p^2)} \quad (7)$$

$L'$  es la cantidad de energía por segundo que atraviesa el aro, el denominador representa el area de ese aro. Por otro lado, el flujo que se percibe tiene que ser medido respecto al area inicial de la estrella, el area de la circunferencia, esto es lo que representa la caída de flujo, la disminución en la luminosidad, así que

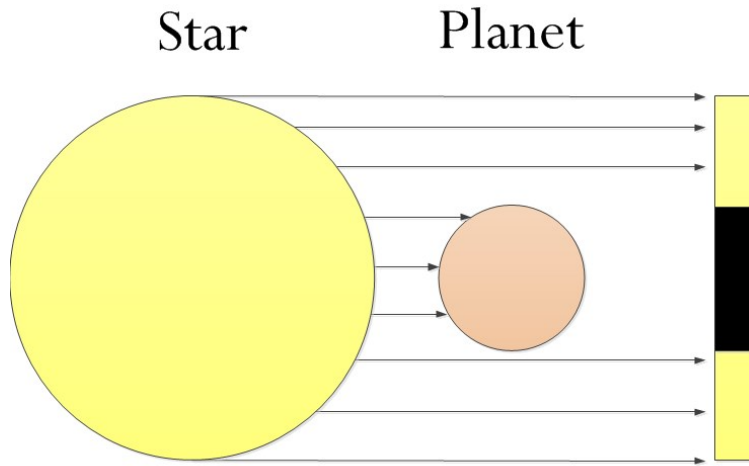
$$F_T = \frac{L'}{\pi R_*^2} \quad (8)$$

Manipulando estas dos últimas ecuaciones para despejar  $F_T$

$$F_T = \frac{F}{R_*^2}(R_*^2 - R_p^2) \quad (9)$$

Remplazando en la ecuación 6,

$$\delta = \frac{F - \frac{F}{R_*^2}(R_*^2 - R_p^2)}{F} = 1 - \frac{R_*^2 - R_p^2}{R_*^2}$$



**Figura 8:** Flujo de una estrella siendo obstaculizado por un planeta. Adaptado del blog de Mathscinotes

$$\delta = \left( \frac{R_p}{R_*} \right)^2 \quad (10)$$

Ahora, para Kepler-9b, con  $\delta = 0.622\%$  y  $R_* = R_\odot$ , podemos despejar el radio en términos de radios solares, obteniendo:

$$R_{k-9b} = \sqrt{\delta} R_\odot = 0.0789 R_\odot$$

Para Kepler-9c, con  $\delta = 0.594\%$ , su radio es

$$R_{k-9c} = 0.0771 R_\odot$$

No calcularemos los radios en unidades de radios de Júpiter, puesto que al no ser un problema, se decidió en clase omitirlo (además ya he escrito mucho en este punto), así que se deja al estudiante de primer semestre de Astronomía para que lo resuelva.

**c.** No es posible, por lo menos con los métodos disponibles en la actualidad, calcular el semieje mayor a partir de la caída del flujo. Mi aproximación a la resolución del problema fue el siguiente experimento mental:

Imagine que está viendo una gran pantalla a unos cuantos metros de donde está parado, si usted estira su brazo e intenta cubrir la pantalla con su mano, solo cubrirá una porción, conforme vaya acercando su mano a su cara, en dirección a los ojos, la cantidad de luz que tapaná será mayor, hasta el punto en el cual su mano tape completamente la pantalla, lo mismo sucede si una mosca pasa frente a un bombillo, la luz que tapaná para nuestros ojos será mínima, casi cero, pero si la mosca se para en nuestro ojo, tapaná absolutamente todo.

Claramente en este ejemplo hay una relación directa entre la luminosidad y la distancia del objeto que se interpone, no obstante, esto solo sirve si el objeto está muy cerca de nosotros, los exoplanetas están prácticamente a la distancia de la estrella, sus variaciones de distancia son muy pequeñas para percibir las con tránsito, es más, entre más lejos de su estrella, menor la cantidad de luz que tapan, puesto que representan un punto diminuto en comparación a la esfera cuyo radio es el semieje mayor del planeta donde se distribuye toda la energía emitida.

## Problema 5

Los exoplanetas que orbitan Kepler-9 deben obedecer la Tercera Ley de Movimiento Planetario de Kepler, de la misma manera que lo hacen los planetas que orbitan al Sol. La Tercera Ley de Kepler puede expresarse de la siguiente manera:

$$P^2 = a^3$$

donde  $P$  es el período orbital del planeta, en años, y  $a$  es el semieje mayor de su órbita, en UA.

- El exoplaneta Kepler-9b tiene un período orbital de 19.24 días. ¿Cuál es el semieje mayor de su órbita? Compara con  $c$  en el problema anterior (si lo resolviste).
- El exoplaneta Kepler-9c tiene un período orbital de 38.91 días. ¿Cuál es el semieje mayor de su órbita? Compara con  $c$  en el problema anterior (si lo resolviste).

### Solución:

- Es necesario utilizar el periodo en años, haciendo esta conversión, para Kepler-9b se obtiene un semieje mayor de  $a = 0.14$  AU.
  - Similarmente, para Kepler-9c, se obtiene un semieje mayor de  $a = 0.22$  AU.
- Note que estos resultados tienen sentido con lo que conocemos, el exoplaneta debe estar muy cerca para ser captado, como la mayoría de exoplanetas de los cuáles tenemos conocimiento.

## Problema 6

Toda la evidencia disponible indica que los exoplanetas Kepler-9b y Kepler-9c (ver problemas anteriores) son gigantes gaseosos similares a Júpiter y Saturno. Supongamos, entonces, que tanto Kepler-9b como Kepler-9c tienen un albedo  $A = 0.5$ , igual al de Júpiter y Saturno.

- ¿Cuál es la temperatura de equilibrio de Kepler-9b? [Pista: dado que la estrella Kepler-9 es una estrella de la secuencia principal con la misma masa que el Sol, tendrá la misma luminosidad que el Sol.]
- ¿Cuál es la temperatura de equilibrio de Kepler-9c?
- Si se encontrara una luna rocosa del tamaño de la Tierra orbitando Kepler-9b o Kepler-9c, ¿esperarías que fuera habitable para la vida? Explica brevemente tu respuesta.

### Solución:

La ecuación de la temperatura de equilibrio es<sup>5</sup>

$$T_e = T_* (1 - A)^{1/4} \sqrt{\frac{R_*}{2a}}$$

Donde  $T_*$  es la temperatura de la estrella (en este caso el Sol),  $R_*$  el radio,  $A$  el albedo del planeta,  $a$  el semieje mayor.  $T_\odot = 5772$  K,  $R_\odot = 0.00465047$  AU

a. Para K-9b:

$$T_{k-9b} = \frac{1}{2^{1/4}} T_\odot \sqrt{\frac{R_\odot}{0.28 \text{ AU}}} = 625.51 \text{ K}$$

b. Para K-9c:

$$T_{k-9c} = \frac{1}{2^{1/4}} T_\odot \sqrt{\frac{R_\odot}{0.44 \text{ AU}}} = 498.98 \text{ K}$$

<sup>5</sup>Nota del autor: Si bien suelo demostrar todas las ecuaciones que utilizo, he trabajado con esta ecuación durante bastante tiempo en este semestre, así que ya la tengo demostrada en otros trabajos, por lo que me voy a tomar la potestad de autoreferenciarme.

c. No, porque la luna, a pesar de ser rocosa, se encuentra, con el planeta, muy cerca de la estrella fuera de la zona habitable y de cualquier posibilidad de albergar vida. Los vientos solares y la temperatura arrancarían cualquier traza de atmósfera del planeta, ni siquiera un campo magnético sería capaz de protegerla debido a la fuerza de la radiación, esta destruiría las líneas de campo, volviendo un lugar inhospito a la luna. En clase se me ocurrió que la luna podría sustentar vida si por alguna razón muy casual, su rotación estuviera configurada de tal manera que al orbitar el planeta, una de sus caras siempre esté hacia la estrella, de esta forma, el lado oscuro podría estar a una temperatura lo suficientemente baja como para que hallan condiciones un poco óptimas para el sustento de vida. Pero en general, en un caso realista, esto no podría suceder, lo más probable es que la suma de las mareas con el planeta y la estrella no logren esta configuración.

## References

- [1] Seager, S., & Mallén-Ornelas, G. (2003). A unique solution of planet and star parameters from an extrasolar planet transit light curve. *The Astrophysical Journal*, 585(2), 1038-1055. <https://doi.org/10.1086/346105>
- [2] Seager, S. (2011). *Exoplanets*. University of Arizona Press.
- [3] PaulAnthonyWilson.com. (2017, 25 enero). The Exoplanet Transit Method — PaulAnthonyWilson.com. PaulAnthonyWilson.com — Observational Astronomer. <https://www.paulanthonywilson.com/exoplanets/exoplanet-detection-techniques/the-exoplanet-transit-method/>
- [4] Mariotti, J., & Alloin, D. (2012). *Planets Outside the Solar System: Theory and Observations*. Springer Science & Business Media.
- [5] Detecting planets via transitsS. (s.f.). <http://spiff.rit.edu/classes/resceu/lectures/transit.ii/transit.ii.html>
- [6] Spectroscopy of exoplanets. (s.f.). <http://spiff.rit.edu/classes/extrasol/lectures/spectra/spectra.html>
- [7] Mathscinotes, V. A. P. B. (2014, 6 septiembre). Kepler Planet finding probabilities. Math Encounters Blog. <https://mathscinotes.wordpress.com/2014/03/29/kepler-planet-finding-probabilities/>
- [8] Lawson, P. R., & Unwin, S. C. (2004). *Precursor science for the Terrestrial Planet Finder*.