

Histogramas y operaciones sobre Imágenes

Diana Patricia Tobón Vallejo, PhD

Tratamiento de Señales III
Facultad de Ingeniería
Universidad de Antioquia



Febrero, 2024

Material elaborado por: Hernán Felipe García Arias

Contenido

Operaciones básicas sobre imágenes

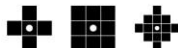
Elementos de una imagen

Definición:

Un pixel es el elemento más pequeño en una imagen:

- Intensidad y color
- La posición en la imagen
- En 3D es llamado voxel

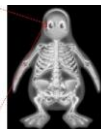
2D – Pixel neighborhoods



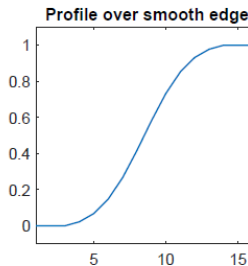
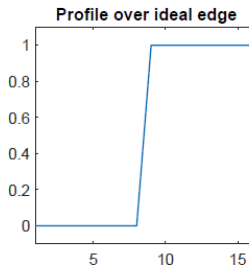
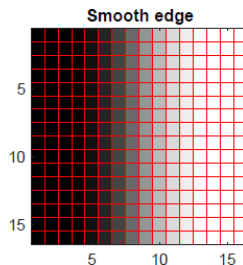
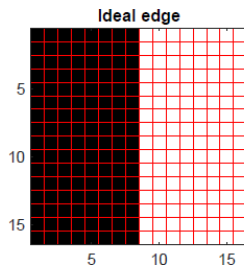
3D – Voxels neighborhoods



```
03 004124120 04 67 79 03 92 100
04 104124123 06 69 78 04 92 100
05 104124123 05 72 77 04 91 102
06 102123129 07 76 78 04 92 109
06 101122130 112 01 00 06 96 116
06 102121321 15 04 02 08 99 125
04 101124134 123 01 00 07 103 132
04 100123133 124 04 00 06 106 136
04 99 122133128 100 03 03 109 140
03 00 120132131 105 05 05 110 142
```



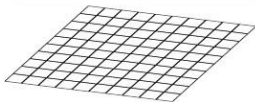
Bordes a diferentes resoluciones y tamaños de píxeles



Diferentes tipos de imágenes

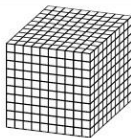
2D

- Pictures
- Radiographs
- CT slices



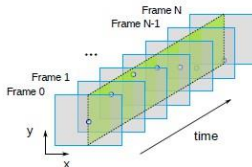
3D

- Volumes
 x, y, z
- Movies
 x, y, t



4D

- Volume movie
 x, y, z, t

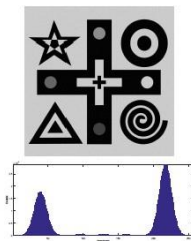


Histograma

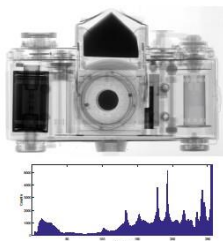
Definición:

Un histograma es una función que muestra la distribución de los niveles de gris en una imagen.

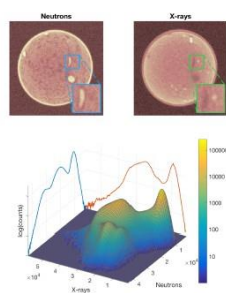
Simple image



Complex image



Bivariate images

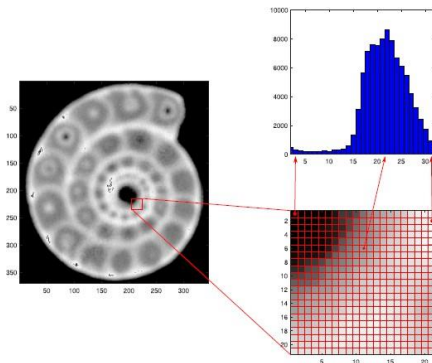


Cómo medir un histograma

El histograma H de una imagen f se calcula como:

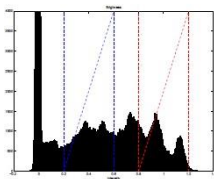
$$H[idx(f(x))] = H[idx(f(x))] + 1, \quad \forall x \in \Omega$$

$$idx(y) = \left\lfloor N_{bins} \frac{y - y_{Low}}{y_{High} - y_{Low}} \right\rfloor \quad (1)$$



Efectos de brillo (brightness) y contraste

Brightness

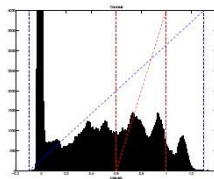


Low



High

Contrast



Narrow

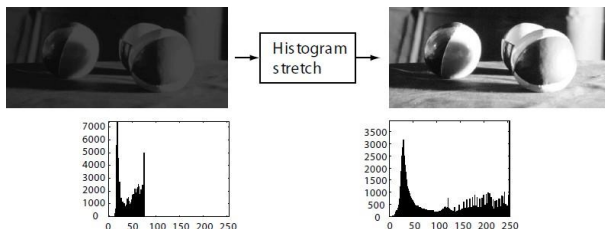


Wide

Ecualización de histograma

Para imágenes con rangos dinámicos pequeños¹, su rango puede ser extendido utilizando una operación pixel-wise:

$$g(x) = K \frac{f(x) - \min(f)}{\max(f) - \min(f)} \quad (2)$$



Esta es una operación de mejora visible que redistribuye los valores de intensidad.

¹La variación de los niveles de intensidad está concentrada.

Operaciones pixel-wise

Las operaciones pixel-wise, operan en cada pixel independientemente

- Puede utilizarse una o más imágenes
- Resulta en una nueva imagen con las mismas dimensiones

Operaciones aritméticas

- Suma/resta
- Multiplicación/división

Funciones

- Exponencial/radical
- Logarítmica
- Funciones trigonométricas, etc.

Funciones ejemplo: Corrección Gamma

La corrección gamma es una forma no lineal de cambiar la distribución de los niveles de gris. Ajusta la luminosidad (brillo) de una imagen.

$g = f^\gamma$, donde γ es una constante.

$\gamma=0.5$



$\gamma=1$



$\gamma=1.5$



Warning

Esto cambiará el valor de gris de los pixeles de forma no lineal.

Contenido

Ruido en imágenes

¿Qué es el ruido?

Definición general

El ruido es información adicional no intencionada que daña la calidad de una imagen.

- Introduce incertidumbre en la interpretación.
- A menudo tiene una naturaleza estadística.
- Siempre presente en los datos del experimento.



Bev Doolittle, Woodland encounter

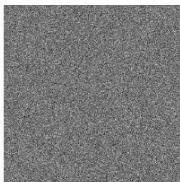
Fuentes de ruido y tipos

Fuentes de ruido

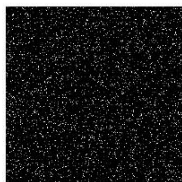
- **Ruido contable:** Origen físico (Poisson)
- **Ruido térmico:** Dispositivos electrónicos (Gaussiano)
- **Ruido de conversión:** conversores A/D (Binomial)

Tipos de ruido

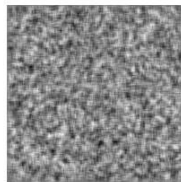
Gaussian



Salt 'n pepper



Structured



Modelos de ruido - distribuciones

Ruido Gaussiano

- Aditivo
- Fácil de modelar

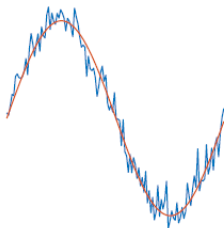
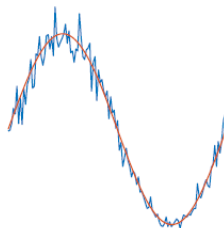
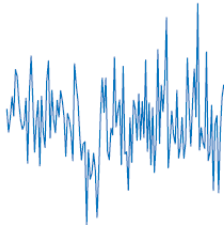
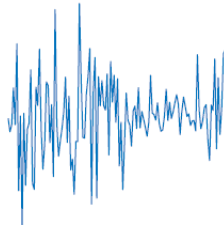
$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma}\right)^2} \quad (3)$$

Ruido Poisson

- Multiplicativo
- Para conteo de eventos físicos

$$P_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (4)$$

Ejemplos de ruido

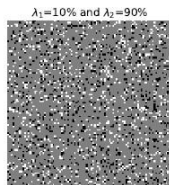
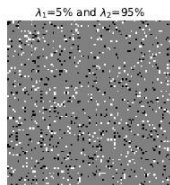
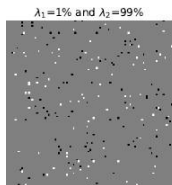
Gauss**Poisson****Gaussian noise component****Poisson noise component**

Modelo de ruido - Sal y Pimienta

- Un tipo de ruido atípico
- La fuerza del ruido se da como la probabilidad de un valor atípico
- Aditivo, multiplicativo e independiente

Ejemplo

$$sp(x) = \begin{cases} -1 & x \leq \lambda_1 \\ 0 & \lambda_1 < x \leq \lambda_2 \\ 1 & \lambda_2 < x \end{cases} \quad \begin{matrix} x \in \mathcal{U}(0, 1) \\ \lambda_1 < \lambda_2 \\ \lambda_1 + \lambda_2 = \text{noise fraction} \end{matrix} \quad (5)$$



Modelo de ruido - Ruido estructurado

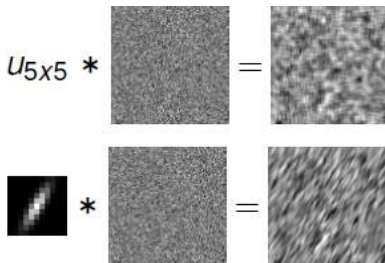
- ❑ Correlacionado espacialmente
- ❑ Ejemplos: detector de estructura

Ejemplo: modelos de campos aleatorios

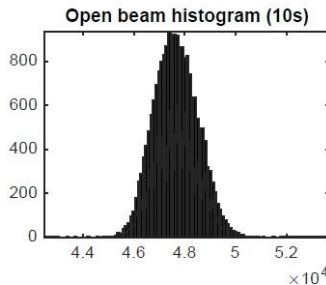
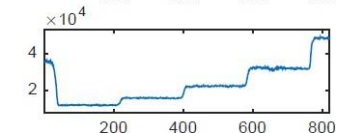
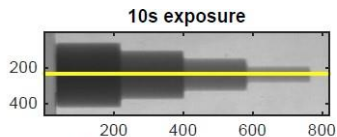
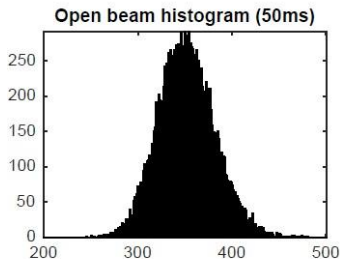
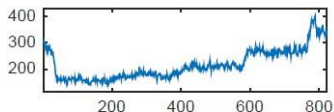
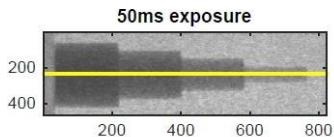
El proceso de promediado se implementa mediante convolución.

$$n(x, y) \in \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

$$ns = K * n \quad K = \text{convolution kernel} \quad (6)$$



Perfiles con ruido Poisson



Relación señal a ruido (SNR)

Es una métrica para describir la incidencia del ruido:

$$SNR = \frac{\mu_{image}}{\sigma_{image}}$$
$$SNR_{db} = 20 \log \frac{\mu_{image}}{\sigma_{image}} \quad (7)$$



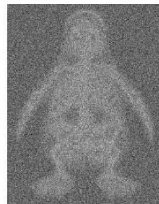
SNR = ∞



SNR = 5

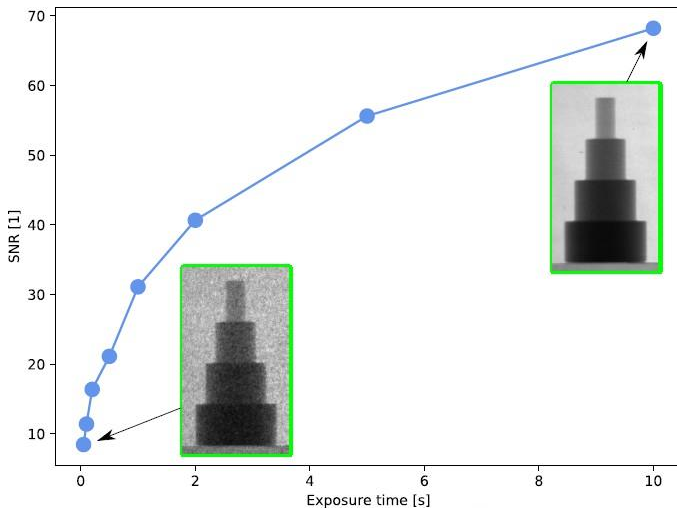


SNR = 2



SNR = 1

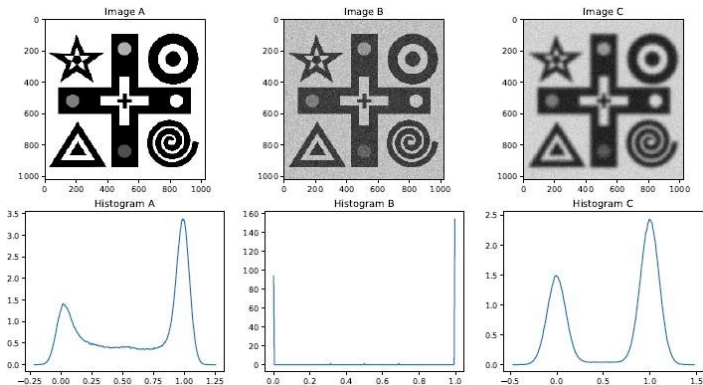
SNR para diferentes tiempos de exposición



SNR for Poisson noise: $SNR = \frac{\mu}{\sigma} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\lambda} \sim \sqrt{t}$

Pregunta - Histogramas y ruido

¿Qué imagen tiene qué histograma? . . . ¿por qué?



Contenido

Transformaciones afín

Transformaciones afín típicas

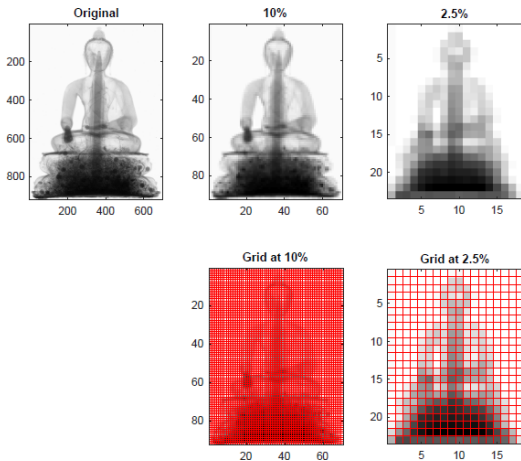
Motivación

Estas transformaciones son necesarias cuando:

- Adquirir imágenes en diferentes instantes de tiempo
- Adquirir imágenes con diferentes equipos
- Las imágenes están distorsionadas por el sistema ADQ
- Para alinear data-sets
- Concepto básico
- Operador transformación

Escala

Escalar es volver a muestrear los datos en una cuadrícula con diferentes tamaños de píxeles.



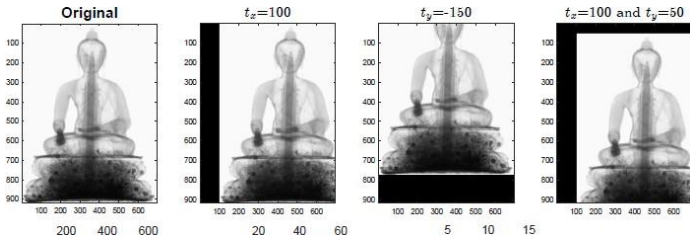
Traslación

El operador traslación

Cada posición del pixel se calcula como:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Nota: No se necesita interpolación si t_x y t_y son enteros.



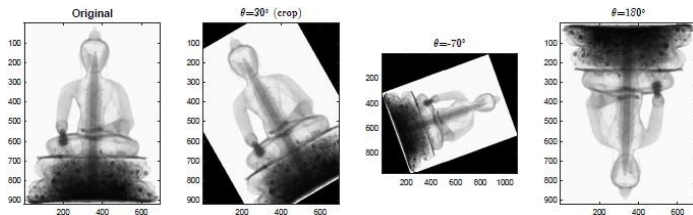
Rotación

El operador rotación

Cada posición del pixel se calcula como:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Nota: Siempre se necesita interpolación.

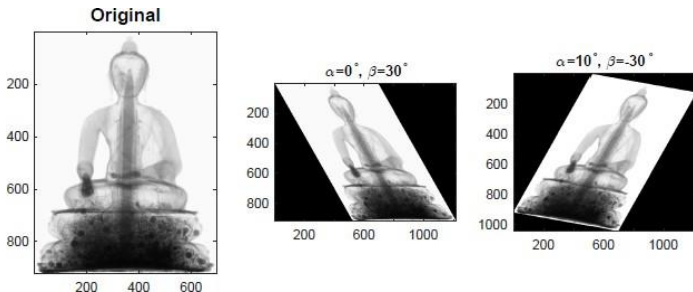


Sesgo

El operador sesgo

Cada posición del pixel se calcula como:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha & 0 \\ \tan \beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$



Registro de imágenes

Una aplicación importante de la transformación afines es el registro de imágenes.

Definición

El proceso para alinear dos o más imágenes en el espacio. Requiere:

- Un proceso iterativo para minimizar alguna métrica (MSE, etc.)
- Se aplican diferentes transformaciones afines (traslación, rotación, escala).
- El proceso se beneficia de información a priori.

Aplicaciones

- Adquisiciones de series de tiempo con muestras inestables.
- Fusión de imágenes de datos de diferentes modalidades.

Registro de imágenes



Scene reconstruction

Referencias



Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods.
Digital image processing.
Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 2008.