

Universidad del Rosario

Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación – MACC

Taller 1. Análisis Numérico y Computación Científica

1. **(valor 2pts)** Emplear los métodos de solución de ecuaciones de una variable para dar solución a las siguientes ecuaciones:

a.
$$e^x - 4 + x = 0$$

b.
$$x - 0.2 \sin x - 0.5 = 0$$

c.
$$e^{\frac{x}{2}} - x^2 - 3x = 0$$

d.
$$e^x \cos x - x^2 + 3x = 0$$

e.
$$0.5x^3 + x^2 - 2x - 5 = 0$$

f.
$$e^x - 4x^2 - 8x = 0$$

Evidenciar el proceso, comparar la velocidad de convergencia entre los diferentes métodos para cada uno de los ejercicios y emplear un criterio de parada de $\varepsilon < 10^{-4}$.

2. (valor 1pts) La velocidad de una paracaidista se define como:

$$v = \frac{gm}{c} \left(1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t} \right)$$

Teniendo presente que el valor aproximado de la gravedad es de $9.81m/s^2$, emplee el método de bisección y de falsa posición, con un error inferior a $\varepsilon_{rr} \le 0.02\%$ para:

- a. Calcular el valor de la masa que hace que el paracaidista tenga una velocidad de v=36m/s, con un coeficiente de resistencia c=15kg/s en un tiempo t=10s.
- b. Calcular el valor del coeficiente de resistencia para que un paracaidista de 82kg tenga una velocidad de 36m/s después de 4s de caída libre.
- 3. **(valor 2pts)** Encuentre el máximo de la siguiente función con un error inferior al $\varepsilon_{rr} \leq 0.05\%$:

$$f(x) = -2x^6 - 1.5x^4 + 10x + 2$$

- a. Emplee el método de iteración de punto fijo.
- b. Emplee el método de Newton Raphson iniciando en $x_i = 1$.
- c. Emplee el método de la secante a partir de $x_{i-1} = 0$ y $x_i = 1$.
- d. Independiente de la convergencia, seleccione la técnica más adecuada para este problema. Justifique su respuesta.

4. (valor 1pts) Para la siguiente tabla de datos:

x	1.6	2	2.5	3.2	4	4.5
f(x)	2	8	14	15	8	2

- a. Encuentre el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por los puntos de la tabla de datos.
- b. Grafique la tabla de datos y el polinomio interpolador obtenido.
- c. Calcule el valor de f(2.8)
- 5. (valor 1pts) Para la siguiente tabla de datos:
 - a. Teniendo en cuenta la siguiente tabla de datos:

x	3.0	4.5	7.0	9.0
f(x)	2.5	1.0	2.5	0.5

- i. Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.
- ii. Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.
- iii. Utilice los resultados para estimar el valor en x = 5.
- b. Teniendo en cuenta la siguiente tabla de datos:

х	1	2	3	5	7	8
f(x)	3	6	19	99	291	444

- i. Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.
- ii. Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.
- iii. Utilice los resultados para estimar el valor en x = 4 y x = 2.25.
- 6. **(valor 2pts)** Desarrolle un código que permita calcular el valor de intermedio en una tabla de datos a partir de Polinomios de Lagrange. El código debe recibir dos arreglos unidimensionales que representan x y f(x) y un valor que se desee estimar a partir de la información contenida en dichos arreglos. El código debe encontrar el intervalo en donde se localiza el valor que se desea estimar y luego aproximarlo mediante polinomios cúbicos de Lagrange. Para los intervalos primero y último emplee polinomios cuadráticos y para valores fuera del rango de datos indique la presencia de un error en la información suministrada. Una vez realizado el código puede probarlo con $f(x) = \ln x$ siendo x = 1, 2, 3, ..., 10.
- 7. (valor 1pts) Para la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

- a. Grafique la función en el intervalo de x = -1 a 1
- b. Obtenga y grafique el polinomio de Lagrange usando los valores de la función equiespaciados $x=\begin{bmatrix} -1 & -0.5 & 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$

- c. Repita el numeral \boldsymbol{b} empleando spline cúbicos.
- d. Explique sus resultados.