UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Visión Artificial

JOHN W. BRANCH

Prof. Titular

Departamento de Ciencias de Computación y de la Decisión

Director del Grupo GIDIA

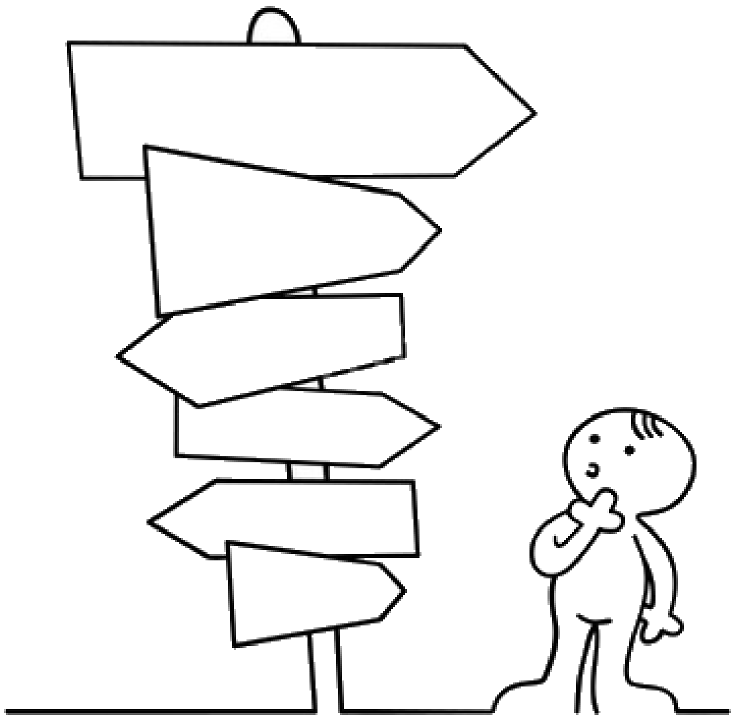
Alberto M. Ceballos

Asistente de docencia

Nota: Este material se ha adaptado con base en el material de los profesores Domingo Mery (U. de Chile), María Patricia Trujillo (Univalle), Ginés García (U. de Murcia) y Nicolas Fernández (U. de Córdoba)

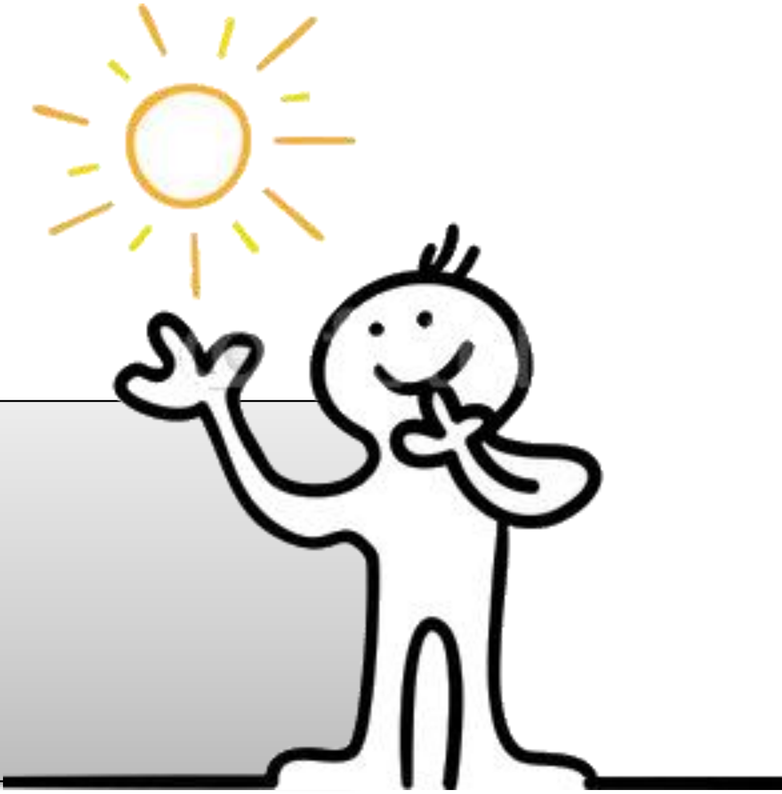
A CONTINUACIÓN...

- **BASES DE ALGEBRA LINEAL**
  - **Vectores**
  - **Matrices**
  - **Operaciones Aritméticas Puntuales**
    - Suma
    - Resta
    - Multiplicación
    - División
  - **Matrices Especiales**
    - Identidad
    - Diagonal Superior e Inferior
  - **Transpuestas**
  - **Multiplicación matricial**
  - **Transformación Lineal**



Bases de Algebra Lineal

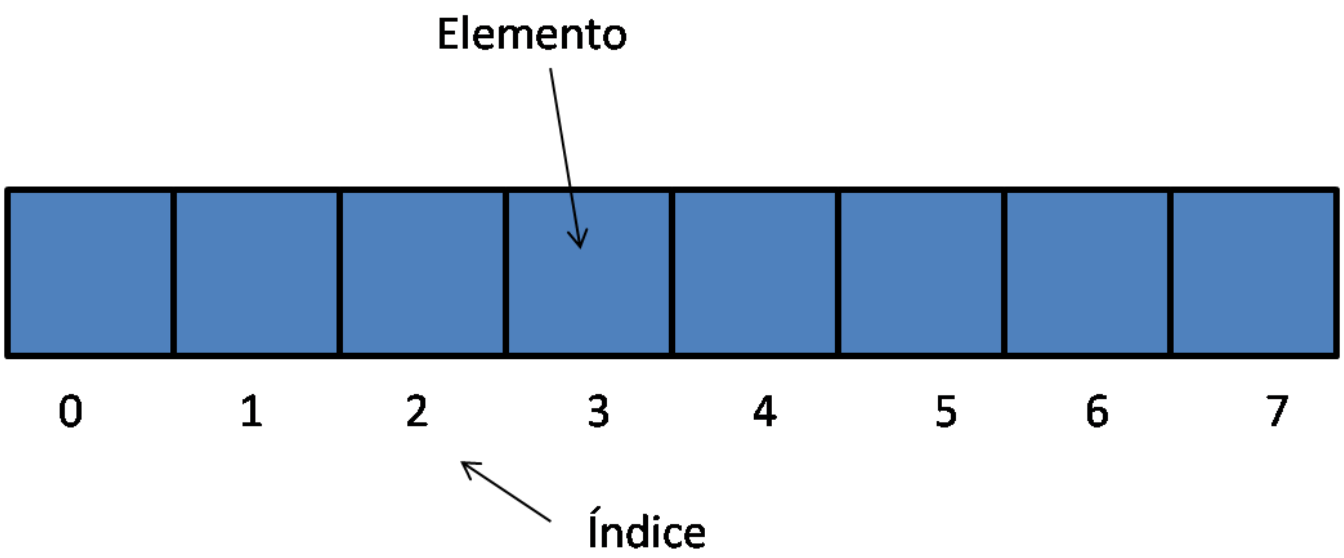
Vectores



VECTORES

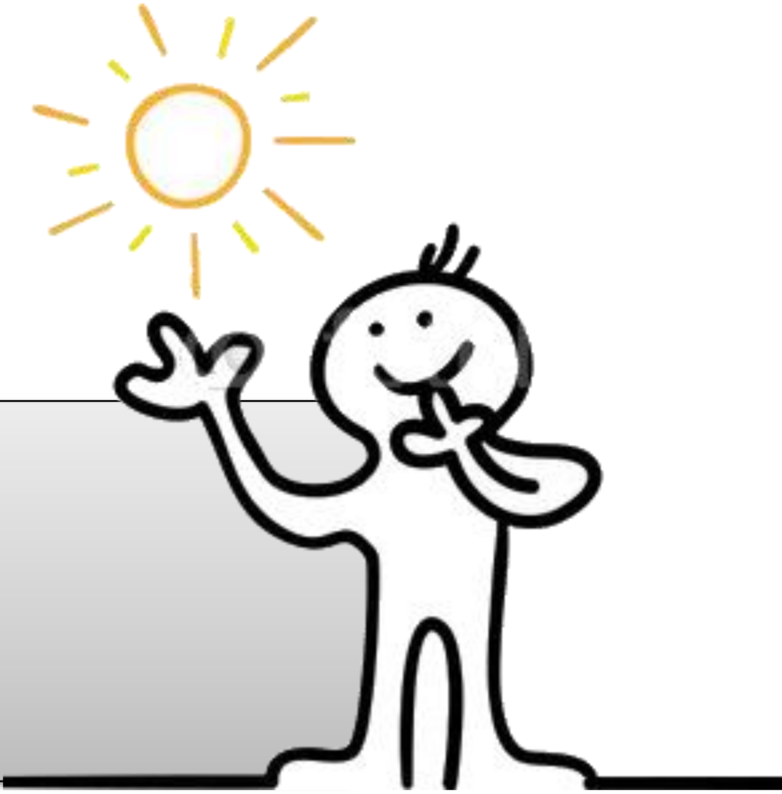
EL VECTOR

- Un vector es un listado de elementos dónde cada uno tiene una posición (índice) fija en el arreglo.
- Este, al ser unidimensional, solo posee un N numero de columnas.
- Ejemplo: la imagen muestra un vector de tamaño 8 (0 al 7)



BASES DE ALGEBRA LINEAL

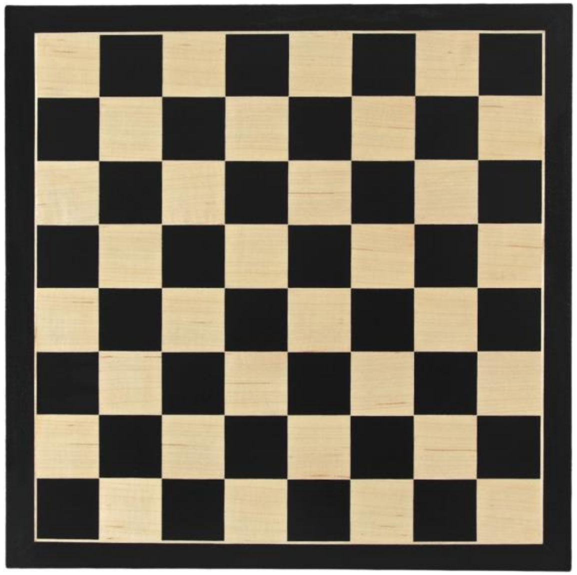
MATRICES



Matrices

- Una matriz es un arreglo bidimensional de elementos (números), dónde cada uno posee una coordenada (pareja de índices).
- Una matriz puede ser de tamaño NxM, donde N es el número de filas y M el número de columnas del arreglo.
- Ejemplo: un tablero de ajedrez es una matriz de 8x8.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$



Bases de Algebra Lineal

Operaciones Aritméticas

VECTORES

Dados 2 vectores $u = (u_1, u_2)$, $\mathrm{v} = (v_1, v_2)$ y una constante k

$$u + v = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$$

$$u - v = (u_1 - v_1, u_2 - v_2)$$

$$k.u = (ku_1, ku_2)$$

MATRICES

Dadas 2 matrices $u = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$, $\mathrm{v} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{pmatrix}$ y una constante k

$$u + v = \begin{pmatrix} u_{11+}v_{11} & u_{12+}v_{12} \\ u_{21+}v_{21} & u_{22+}v_{22} \end{pmatrix}$$

$$u - v = \begin{pmatrix} u_{11-}v_{11} & u_{12-}v_{12} \\ u_{21-}v_{21} & u_{22-}v_{22} \end{pmatrix}$$

$$k.u = \begin{pmatrix} ku_{11} & ku_{12} \\ ku_{21} & ku_{22} \end{pmatrix}$$

Bases de Algebra Lineal

Matrices Especiales

Matriz Identidad

Es una matriz que cumple la propiedad de ser el elemento neutro del producto de matrices.

Así mismo como el número uno es el numero identidad en la multiplicación de números racionales.

$$I = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$I = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Diagonal de una Matriz

La diagonal de una matriz cuadrada es la misma matriz cumpliendo la siguiente condición: todos los elementos donde *i* y *j* sean diferentes, son cero.

Original	Diagonal
$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$
$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$

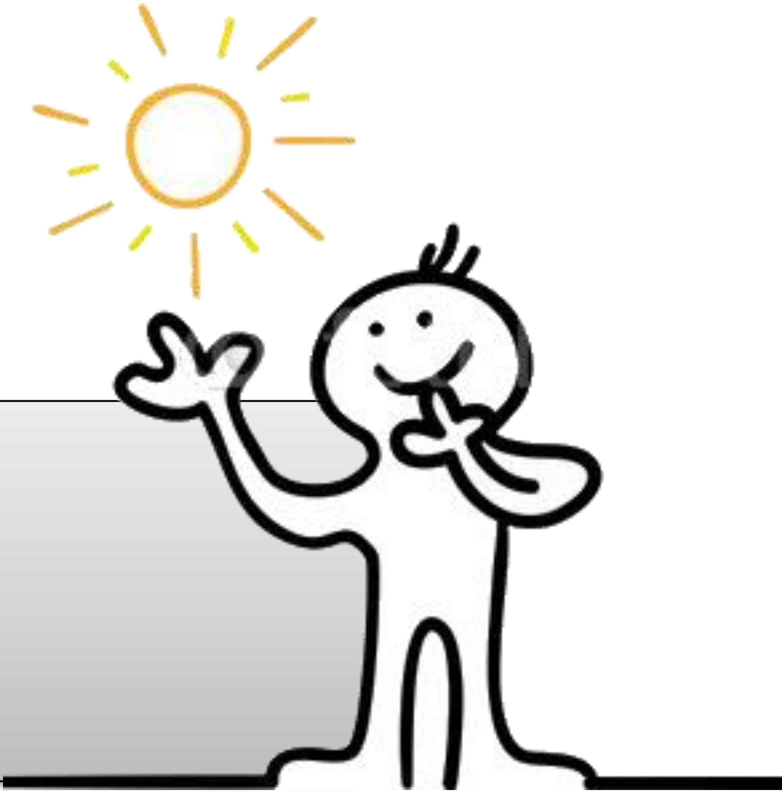
Diagonal Superior e Inferior

Es una matriz cuadrada cuyos elementos por encima o por debajo de la diagonal principal son cero.

Original	Diagonal Superior	Diagonal Inferior
$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{matrix}$
$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 \end{matrix}$

BASES DE ALGEBRA LINEAL

TRANSPUESTA



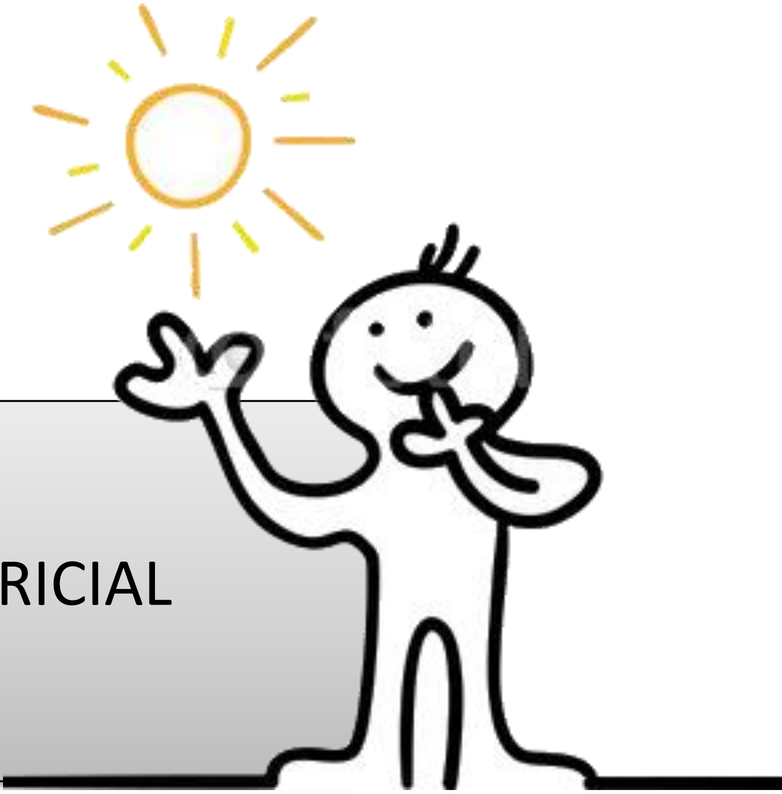
TRANSPUESTA

La matriz transpuesta de una matriz cualquiera es remplazar las filas del arreglo por las columnas, y viceversa. Dada una matriz M, su transpuesta se denota M^T.

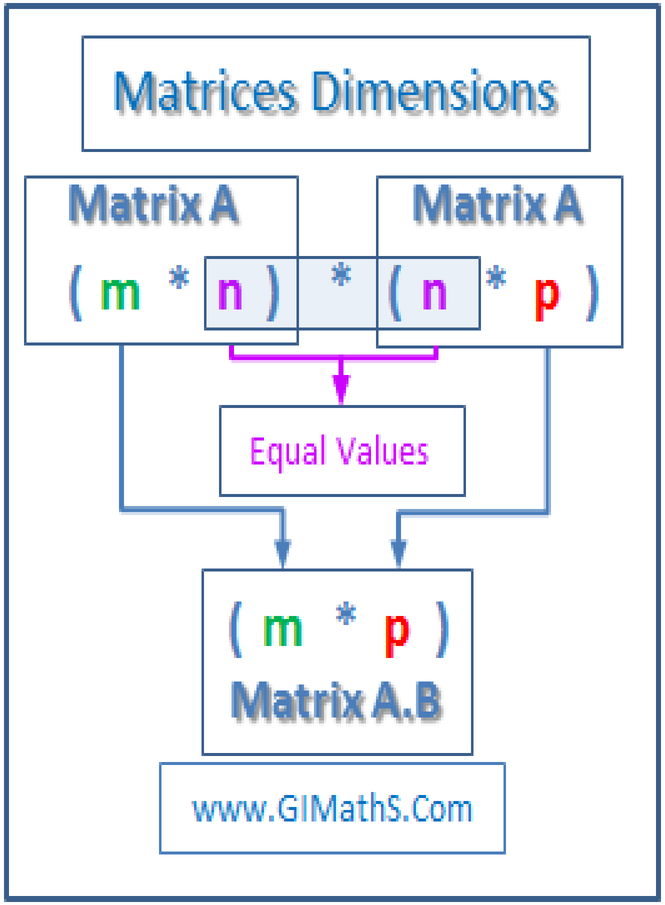
Original	Transpuesta
$a = \begin{matrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{matrix}$	$a = \begin{matrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{matrix}$
$b = \begin{matrix} 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \end{matrix}$	$b = \begin{matrix} 5 & 4 \\ 7 & 1 \\ 2 & 0 \end{matrix}$

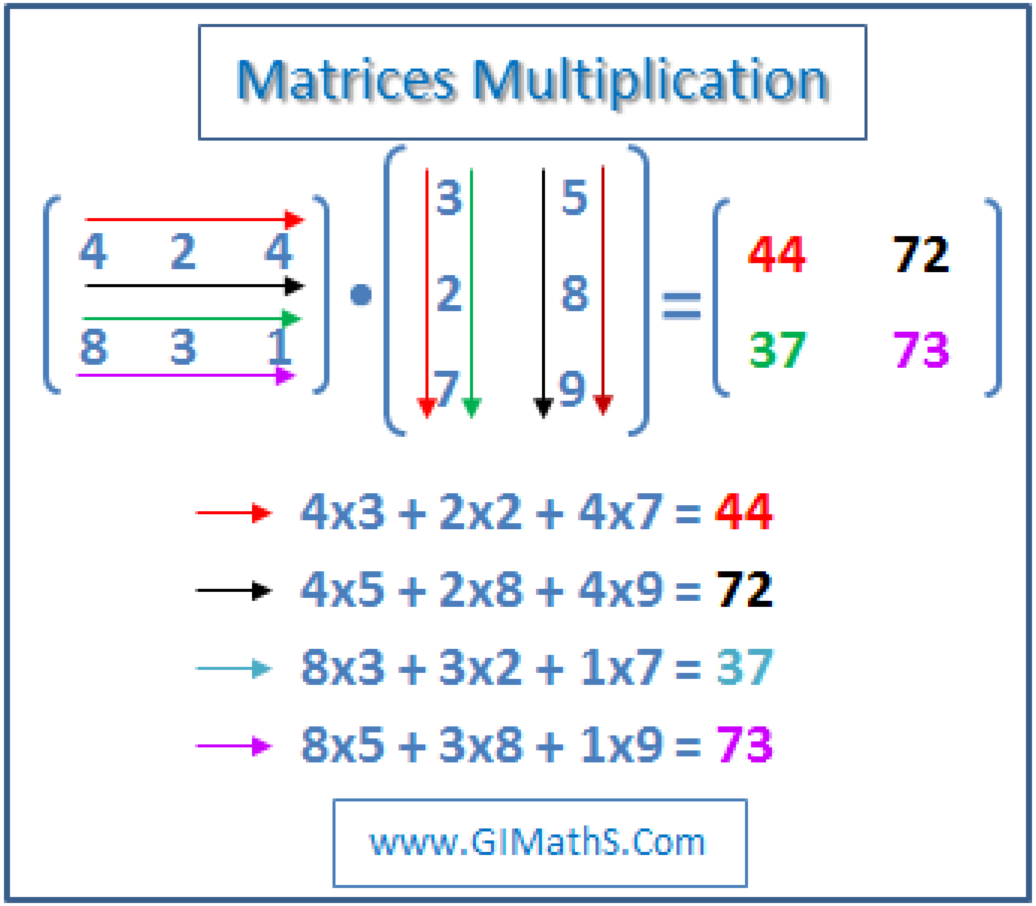
Bases de Algebra Lineal

Multiplicación Matricial



MULTIPLICACIÓN MATRICIAL





Bases de Algebra Lineal

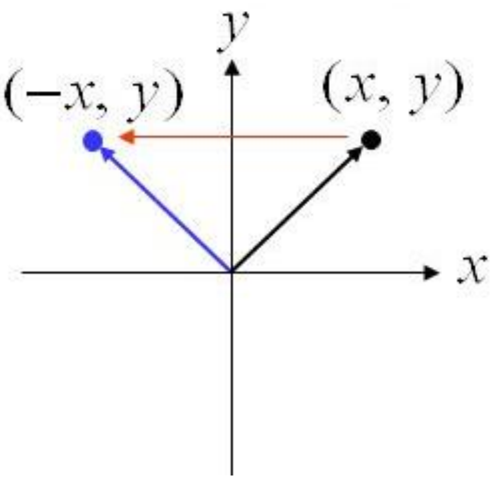
Transformaciones lineales

TRANSFORMACIONES LINEALES

Las transformaciones lineales no son más que multiplicaciones matriciales apl-
icadas sobre las posiciones de los puntos en el espacio.

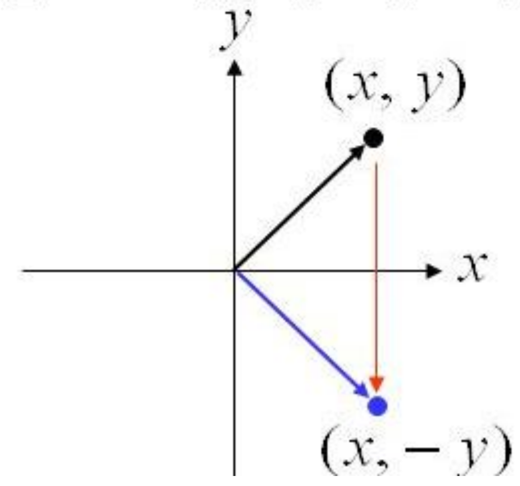
$$T(x, y) = (-x, y)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$

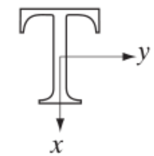
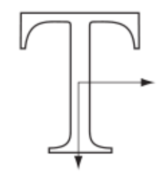
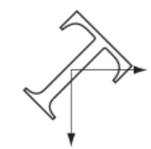
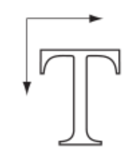
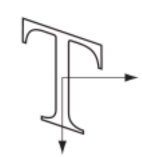


$$T(x, y) = (x, -y)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$



TRANSFORMACIONES LINEALES

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v\cos\theta - w\sin\theta$ $y = v\cos\theta + w\sin\theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

OTROS TEMAS A CUBRIR AUTÓNOMAMENTE

Es importante el estudio autónomo de temas como: determinantes, matrices inversas y valores/vectores únicos (eigenvalues/eigenvectors).

El objetivo de este curso NO es llevar a cabo estas operaciones manualmente, muchas librerías de Python se encargan de ello.

Es necesario, en todo caso, tener un conocimiento claro de la notación y del funcionamiento de cada operación.

Preguntas

CARLOS ANDRÉS MERA BANGUERO, MSC.

JOHN WILLIAN BRANCH BEDOYA, PH.D.

ALBERTO MARIO CEBALLOS ARROYO, ING.

Nota: Este material se ha adaptado con base en el material de los profesores Domingo Mery (U. de Chile), María Patricia Trujillo (Univalle), Ginés García (U. de Murcia) y Nicolas Fernández (U. de Córdoba)

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA