2020年东北三省四市教研联合体高考模拟试卷（二）

数 学（理科）

第Ⅰ卷(选择题共60分)

本试卷共4页。考试结束后，将答题卡交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2\leqslant 4\}$，$B=\{x\mid -4<x<2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid -2\leqslant x<2\}$　　B. $\{x\mid -4<x\leqslant 2\}$　　C. $\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0,1\}$

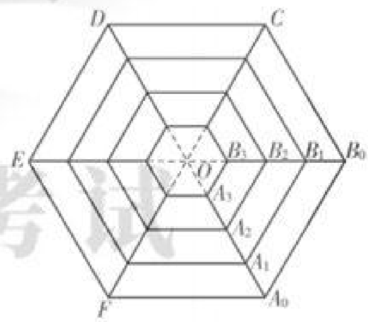
2. 已知复数 $z=(a+i)(1-2i)(a\in\mathbf{R})$ 的实部为3，其中 i 为虚数单位，则复数 z 的虚部为

A. -1　　B. $-i$　　C. 1　　D. i

3. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$，则此双曲线的焦点到其渐近线的距离为

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. $\dfrac{1}{2}$

4. 风雨桥是侗族最具特色的建筑之一．风雨桥由桥、塔、亭组成，其亭、塔平面图通常是正方形、正六边形和正八边形．下图是风雨桥亭、塔正六边形的正射影，其正六边形的边长计算方法如下：$A_1B_1=A_0B_0-B_0B_1$，$A_2B_2=A_1B_1-B_1B_2$，$A_3B_3=A_2B_2-B_2B_3$，…，$A_nB_n=A_{n-1}B_{n-1}-B_{n-1}B_n$，其中 $B_{n-1}B_n=\cdots=B_2B_3=B_1B_2=B_0B_1$，$n\in\mathbf{N}^*$．根据每层边长间的规律，建筑师通过推算，可初步估计需要多少材料．所用材料中，横向梁所用木料与正六边形的周长有关．某一风雨桥亭、塔共5层，若 $A_0B_0=8\text{m}$，$B_0B_1=0.5\text{m}$，则这五层正六边形的周长总和为



A. 35m　　B. 45m　　C. 210m　　D. 270m

5. 对于直线 m,n 和平面 α,β,γ，有如下四个命题：

(1)若 $m\perp\alpha$，$m/\!/\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；　　(2)若 $m\perp\alpha$，$m/\!/n$，$n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；

(3)若 $n\perp\alpha$，$n\perp\beta$，$m\perp\alpha$，则 $m\perp\beta$；　　(4)若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n/\!/\alpha$．

其中真命题的个数是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，O 为底面 $ABCD$ 的中心，M,N 分别为棱 A_1D_1，CC_1 的中点，则异面直线 B_1M 与 ON 所成角的余弦值为

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　C. $\dfrac{\sqrt{15}}{15}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$

7. 函数 $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\dfrac{x}{2}$，若要得到奇函数的图象，可以将函数 $f(x)$ 的图象

A. 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　　B. 向左平移 $\dfrac{2\pi}{3}$ 个单位

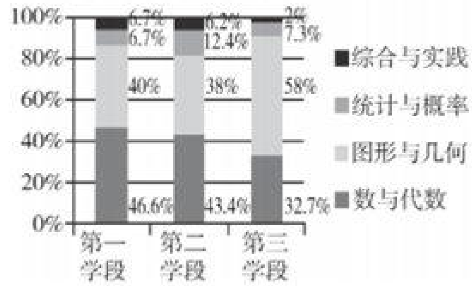
C. 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　　D. 向右平移 $\dfrac{2\pi}{3}$ 个单位

8. 有一项针对我国《义务教育数学课程标准》的研究，表 1 为各个学段每个内容主题所包含的条目数，图 1 是将表 1 的条目数转化为百分比，按各学段绘制的等高条形图. 由图表分析得出以下四个结论，其中错误的是

表 1

内容主题＼学段	第一学段（1－3 年级）	第二学段（4－6 年级）	第三学段（7－9 年级）	合计
数与代数	21	28	49	98
图形与几何	18	25	87	130
统计与概率	3	8	11	22
综合与实践	3	4	3	10
合计	45	65	150	260

图 1



A. 除了“综合与实践”外，其他三个内容领域的条目数都随着学段的升高而增加，尤其“图形与几何”在第三学段急剧增加，约是第二学段的 3.5 倍.

B. 在所有内容领域中，“图形与几何”内容最多，占 50%，“综合与实践”内容最少，约占 4%.

C. 第一、二学段“数与代数”内容最多，第三学段“图形与几何”内容最多.

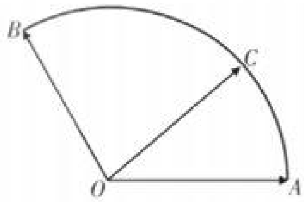
D. “数与代数”内容条目数虽然随着学段的增长而增长，而其百分比却一直在减少，“图形与几何”内容条目数，百分比都随学段的增长而增长.

9. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足：对任意的 $x_1,x_2\in[0,+\infty)(x_1\neq x_2)$，有 $[f(x_2)-f(x_1)](x_2-x_1)<0$，则

A. $f(0.3^{-1})<f(2^{-0.3})<f(\log_2 0.2)$　　B. $f(\log_2 0.2)<f(2^{-0.3})<f(0.3^{-1})$

C. $f(\log_2 0.2)<f(0.3^{-1})<f(2^{-0.3})$　　D. $f(0.3^{-1})<f(\log_2 0.2)<f(2^{-0.3})$

10. 给定两个长度为 2 的平面向量 $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$，它们的夹角为 $120°$. 如图所示，点 C 在以 O 为圆心 2 为半径的圆弧 AB 上运动，则 $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}$ 的最小值为



A. -4　　B. -2

C. 0　　D. 2

11. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-\dfrac{1}{3}$，且 $a_n=a_{n-1}+(-2)^n(n\geqslant 2)$，若使不等式 $|a_n|\leqslant\lambda$ 成立的 a_n 有且只有三项，则 λ 的取值范围为

A. $[\dfrac{13}{3},\dfrac{35}{3})$　　B. $(\dfrac{13}{3},\dfrac{35}{3}]$　　C. $[\dfrac{35}{3},\dfrac{61}{3})$　　D. $(\dfrac{35}{3},\dfrac{61}{3}]$

12. 设椭圆 C 的两焦点为 F_1,F_2，焦距为 $2c$，过点 F_1 的直线与椭圆 C 交于 P,Q 两点. 若 $|PF_2|=2c$，且 $|PF_1|=\dfrac{4}{3}|QF_1|$，则椭圆 C 的离心率为

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{3}{4}$　　C. $\dfrac{5}{7}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22～23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+1\geqslant 0, \\ y-2\leqslant 0, \\ 2x-y-2\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值是________.

14. 甲、乙、丙三人的投篮命中率分别为 0.8,0.7,0.6,如果他们三人每人投篮一次,则至少一人命中的概率为________.

15. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,前 n 项和为 S_n,$a_1=1$,$S_5=15$,且 $a_3+\lambda a_9+a_{15}=15$,则实数 $\lambda=$ ______.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形,$AB=2$,$\triangle PAD$ 为等边三角形,线段 BC 的中点为 E,若 $PE=1$,则此四棱锥的外接球的表面积为________.

三、解答题:共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22～23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. **(12 分)**

在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $5(\sin^2 B+\sin^2 C)=8\sin B\sin C+5\sin^2 A$.

(Ⅰ)求 $\tan A$ 的值;

(Ⅱ)若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,求 $\tan B\tan C$ 的最小值.

18. **(12 分)**

随着新高考改革的不断深入,高中学生生涯规划越来越受到社会的关注. 一些高中已经开始尝试开设学生生涯规划选修课程,并取得了一定的成果. 下表为某高中为了调查学生成绩与选修生涯规划课程的关系,随机抽取 50 名学生的统计数据.

	成绩优秀	成绩不够优秀	总计
选修生涯规划课	15	10	25
不选修生涯规划课	6	19	25
总计	21	29	50

(Ⅰ)根据列联表运用独立性检验的思想方法分析:能否有 99%的把握认为"学生的成绩是否优秀与选修生涯规划课有关",并说明理由;

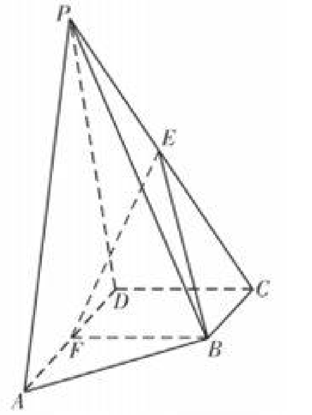
(Ⅱ)如果从全校选修生涯规划课的学生中随机地抽取 3 名学生,求抽到成绩不够优秀的学生人数 ξ 的分布列和数学期望(将频率当作概率计算).

参考附表:

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

参考公式 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

19. **(12 分)**



四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$BC\parallel AD$，$AD\perp DC$，$BC=CD=1$，$AD=2$，$PA=PD$，E 为 PC 的中点，F 为 AD 的中点，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$.

(Ⅰ)证明：平面 $BEF\perp$ 平面 PAD；

(Ⅱ)若 PC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$，求二面角 $E-BF-A$ 的余弦值.

20. **(12 分)**

已知点 $A(0,2)$，B 为抛物线 $x^2=2y-2$ 上任意一点，且 B 为 AC 的中点. 设动点 C 的轨迹为曲线 E.

(Ⅰ)求曲线 E 的方程；

(Ⅱ)A 关于 $y=x$ 的对称点为 D. 是否存在斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 交曲线 E 于 M,N 两点，使得 $\triangle MDN$ 为以 MN 为底边的等腰三角形？若存在，请求出 $\triangle MDN$ 的面积；若不存在，请说明理由.

21. **(12 分)**

已知函数 $f(x)=m\ln x$，$g(x)=\frac{x-1}{x}(x>0)$.

(Ⅰ)讨论函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

(Ⅱ)判断当 $m=\mathrm{e}$ 时，$y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象公切线的条数，并说明理由.

(二)选考题：共 10 分，请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做则按所做的第一题计分.

22. **[选修 4—4 坐标系与参数方程](10 分)**

已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{12}{3+\sin^2\theta}$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-\frac{2\sqrt{5}}{5}t\\ y=3+\frac{\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$（$t$ 为参数）.

(Ⅰ)求曲线 C 的参数方程与直线 l 的普通方程；

(Ⅱ)设点 P 为曲线 C 上的动点，点 M 和点 N 为直线 l 上的点，且 $|MN|=2$，求 $\triangle PMN$ 面积的取值范围.

23. **[选修 4—5 不等式选讲](10 分)**

已知函数 $f(x)=m-|x-2|$，$m\in\mathbf{R}$，$g(x)=|x+3|$.

(Ⅰ)当 $x\in\mathbf{R}$ 时，有 $f(x)\leqslant g(x)$，求实数 m 的取值范围；

(Ⅱ)若不等式 $f(x)\geqslant 0$ 的解集为 $[1,3]$，正数 a,b 满足 $ab-2a-b=3m-1$，求 $a+b$ 的最小值.

2020 年东北三省四市教研联合体高考模拟试卷(二)

数学(理科)参考答案与评分标准

说明：

一、本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.

二、对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6
答案	D	A	B	C	C	C
题号	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	D	B	A	C

二、填空题：

13. 8　　14. 0.976　　15. $-\frac{1}{8}$　　16. $\frac{28}{3}\pi$

17. 解：(Ⅰ)在$\triangle ABC$中，$5(\sin^2 B+\sin^2 C)=8\sin B\sin C+5\sin^2 A$

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，得 $b^2+c^2-a^2=\frac{8}{5}bc$，　　……2 分

故 $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{4}{5}$，$\therefore 0<A<\frac{\pi}{2}$　　……4 分

故 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$，则 $\tan A=\frac{3}{4}$.　　……6 分

(Ⅱ)由 $\tan(B+C)=\frac{\tan B+\tan C}{1-\tan B\tan C}=-\tan A=-\frac{3}{4}$得，

$4\tan B+4\tan C-3\tan B\tan C+3=0$　　……8 分

$\because \tan B>0,\tan C>0$ 由均值不等式得，

$4\tan B+4\tan C=3\tan B\tan C-3\geqslant 2\sqrt{4\tan B\times 4\tan C}$，当且仅当 $\tan B=\tan C=3$ 时，等号成立

……10 分

解得 $\sqrt{\tan B\tan C}\geqslant 3$

$\therefore \tan B\tan C$ 的最小值为 9　　……12 分

18. 解：(Ⅰ)由题意知，K^2 的观测值 $k=\frac{50\times(15\times19-6\times10)^2}{21\times29\times25\times25}\approx 6.650>6.635$.　　……4 分

所以有 99%的把握认为“学生的成绩优秀与是否选修生涯规划课有关”.　　……5 分

(Ⅱ)由题意知在全校选修生涯规划课的学生中随机抽取 1 名学生成绩优秀的概率为$\frac{3}{5}$，

成绩不优秀的概率为$\frac{2}{5}$

ξ 可取值为 0,1,2,3.

$P(\xi=0)=C_3^0(\frac{2}{5})^0(\frac{3}{5})^3=\frac{27}{125}$ ……6 分

$P(\xi=1)=C_3^1(\frac{2}{5})^1(\frac{3}{5})^2=\frac{54}{125}$ ……7 分

$P(\xi=2)=C_3^2(\frac{2}{5})^2(\frac{3}{5})^1=\frac{36}{125}$ ……8 分

$P(\xi=3)=C_3^3(\frac{2}{5})^3(\frac{3}{5})^0=\frac{8}{125}$ ……9 分

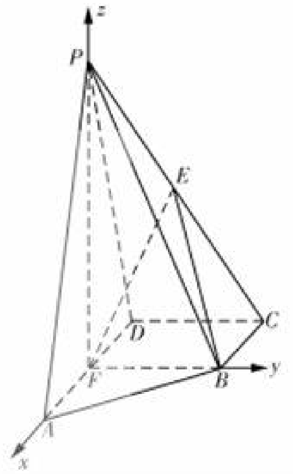
所以 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

……10 分

$\because \xi \sim B(3,\frac{2}{5})$ $\therefore E\xi=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$ ……12 分

19. 解:(Ⅰ)$\because BC\underline{\parallel}DF$



$\therefore$四边形 $BCDF$ 是平行四边形

$\therefore BF\parallel CD$. ……1 分

又$\because CD\perp AD$ $\therefore BF\perp AD$. ……2 分

又$\because$ 面 $PAD\perp$面 $ABCD$,面 $PAD\cap$面 $ABCD=AD$,

$BF\subset$面 $ABCD$

$\therefore BF\perp$面 PAD ……4 分

且 $BF\subset$面 BEF

$\therefore$平面 $BEF\perp$平面 PAD. ……5 分

(Ⅱ)连结 PF,$\because PA=PD$,F 为 AD 中点,$\therefore PF\perp AD$

又 $PF\subset$平面 PAD,平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$,

平面 $PAD\cap$平面 $ABCD=AD$,

$\therefore PF\perp$底面 $ABCD$, ……6 分

又 $BF\perp AD$,以$\overrightarrow{FA}$,$\overrightarrow{FB}$,$\overrightarrow{FP}$分别为 x,y,z 轴的正方向建立空间直角坐标系,设 $P(0,0,t)$,$C(-1,1,0)$,取平面 $ABCD$ 的法向量 $\boldsymbol{n}_1=(0,0,1)$,$\overrightarrow{PC}=(-1,1,-t)$,$B(0,1,0)$,

$\therefore \sin\frac{\pi}{3}=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{PC}|}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\overrightarrow{PC}|}$,$\frac{t}{\sqrt{t^2+2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ……7 分

$\therefore t=\sqrt{6}$

$\therefore P(0,0,\sqrt{6})$,$E(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{\sqrt{6}}{2})$ ……8 分

设平面 EBF 的法向量 $\boldsymbol{n}_2=(x,y,z)$,

$\therefore\begin{cases}\boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{FE}=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y+\frac{\sqrt{6}}{2}z=0\\ \boldsymbol{n}_2\cdot\overrightarrow{FB}=y=0\end{cases}$,令 $z=1$,

$\therefore x=\sqrt{6}$,$\boldsymbol{n}_2=(\sqrt{6},0,1)$. ……9 分

设二面角 $E-BF-A$ 的平面角为 θ

$\therefore|\cos\theta|=\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|}=\frac{\sqrt{7}}{7}$ ……11 分

又 θ 为钝角,$\therefore\cos\theta=-\frac{\sqrt{7}}{7}$,即二面角 $E-BF-A$ 的余弦值为$-\frac{\sqrt{7}}{7}$. ……12 分

20. 解：(Ⅰ)设 $C(x,y)$，$B(m,n)$

∵B 是 AC 的中点，则 $\begin{cases} m=\dfrac{x}{2} \\ n=\dfrac{y+2}{2} \end{cases}$ ……1 分

∵B 在 $x^2=2y-2$ 上

∴$m^2=2n-2$ ……2 分

∴$\dfrac{x^2}{4}=2\cdot\dfrac{2+y}{2}-2$

∴$x^2=4y$，故曲线 E 的方程为 $x^2=4y$ ……4 分

(Ⅱ)由题意得 $D(2,0)$，设 l：$y=\dfrac{1}{2}x+t$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$

将 l 代入 $x^2=4y$ 得 $x^2-2x-4t=0(*)$ ……5 分

∴$\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=-4t \\ \triangle=4+16t>0 \end{cases}$ ……6 分

∴MN 的中点 $P(1,\dfrac{1}{2}+t)$ ……7 分

∵$k_{DP}\cdot k_l=-1$　∴$\dfrac{\frac{1}{2}+t}{1-2}\cdot\dfrac{1}{2}=-1$　∴$t=\dfrac{3}{2}$符合$\triangle>0$　∴l 存在 ……8 分

∴$(*)$化为 $x^2-2x-6=0$

∴$|MN|=\sqrt{1+\dfrac{1}{4}}\cdot\sqrt{4+16\dfrac{3}{2}}=\sqrt{35}$ ……10 分

$|DP|=\sqrt{5}$ ……11 分

∴$S_{\triangle MDN}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{35}\times\sqrt{5}=\dfrac{5}{2}\sqrt{7}$ ……12 分

21. 解：(Ⅰ)$F(x)=f(x)-g(x)=m\ln x-\dfrac{x-1}{x}$，$F'(x)=\dfrac{m}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{mx-1}{x^2}$ ……1 分

当 $m\leqslant0$ 时，$F'(x)<0$，所以函数 $F(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减； ……2 分

当 $m>0$ 时，由 $F'(x)<0$ 得：$0<x<\dfrac{1}{m}$；由 $F'(x)>0$ 得：$x>\dfrac{1}{m}$

所以，函数 $F(x)$在$(0,\dfrac{1}{m})$上单调递减，函数 $F(x)$在$(\dfrac{1}{m},+\infty)$上单调递增. ……4 分

(Ⅱ)函数 $f(x)=\mathrm{e}\ln x$ 在点$(a,\mathrm{e}\ln a)$处的切线方程为 $y-\mathrm{e}\ln a=\dfrac{\mathrm{e}}{a}(x-a)$，

即 $y=\dfrac{\mathrm{e}}{a}x+\mathrm{e}\ln a-\mathrm{e}$，

函数 $g(x)=\dfrac{x-1}{x}$在点$(b,1-\dfrac{1}{b})$处的切线方程为 $y-(1-\dfrac{1}{b})=\dfrac{1}{b^2}(x-b)$，即 $y=\dfrac{1}{b^2}x-\dfrac{2}{b}+1$.

若 $y=f(x)$与 $y=g(x)$的图象有公切线.

则$\begin{cases}\dfrac{e}{a}=\dfrac{1}{b^2}①\\ e\ln a-e=1-\dfrac{2}{b}②\end{cases}$ ……6 分

由①得 $a=eb^2$ 代入②整理得

$2e\ln b+\dfrac{2}{b}-1=0$ ③

由题意只须判断关于 b 的方程在$(0,+\infty)$上解的个数 ……7 分

令 $h(x)=2e\ln x+\dfrac{2}{x}-1(x>0)$

$h'(x)=\dfrac{2ex-2}{x^2}$

令 $h'(x)=0$ 解得 $x=\dfrac{1}{e}$

x	$(0,\frac{1}{e})$	$\frac{1}{e}$	$(\frac{1}{e},+\infty)$
$h'(x)$	$-$	0	$+$
$h(x)$	单调递减	极小值 -1	单调递增

$\therefore h(x)\geqslant h(\frac{1}{e})=-1$ ……8 分

$\because h(\frac{1}{e^2})=-4e+2e^2-1>0$ ……9 分

$h(1)=1>0$ ……10 分

$\therefore h(\frac{1}{e^2})h(\frac{1}{e})<0$

$h(1)h(\frac{1}{e})<0$

且 $h(x)$图象在$(0,+\infty)$上连续不断

$\therefore$方程 $h(x)=0$ 在$(0,\frac{1}{e})$及$(\frac{1}{e},+\infty)$上各有一个根 ……11 分

即 $y=f(x)$与 $y=g(x)$的图象有两条公切线 ……12 分

22. 解:(Ⅰ)由题意:$3\rho^2+\rho^2\sin^2\theta=12$

$\therefore 3(x^2+y^2)+y^2=12$ ……1 分

$\therefore 3x^2+4y^2=12$ ……2 分

$\therefore \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ……3 分

$\therefore$曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

由直线 l 的参数方程得$\dfrac{\sqrt{5}}{5}t=y-3$ 代入 $x=2-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}t$ ……4 分

得 $x=2-2(y-3)$　$\therefore x+2y-8=0$

$\therefore$直线 l 的普通方程为 $x+2y-8=0$　……5 分

(Ⅱ)设 $P(2\cos\theta,\sqrt{3}\sin\theta)$到直线 l 的距离为 d

$S_{\triangle PMN}=\frac{1}{2}\times 2\times d=d$　……6 分

$d=\frac{|2\cos\theta+2\sqrt{3}\sin\theta-8|}{\sqrt{5}}=\frac{|4\sin(\theta+\frac{\pi}{6})-8|}{\sqrt{5}}$　……8 分

$\therefore \frac{4}{5}\sqrt{5}\leqslant d\leqslant\frac{12}{5}\sqrt{5}$　……9 分

$\therefore\triangle PMN$ 面积的取值范围是$[\frac{4\sqrt{5}}{5},\frac{12\sqrt{5}}{5}]$　……10 分

23. 解：(Ⅰ)由题意得：

$\because f(x)\leqslant g(x)$在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立，$\therefore m-|x-2|\leqslant|x+3|$

$\therefore m\leqslant(|x+3|+|x-2|)_{\min}$　……1 分

又$\because |x+3|+|x-2|\geqslant|(x-2)-(x+3)|=5$，　……3 分

当且仅当$(x-2)(x+3)\leqslant 0$，即 $x\in[-3,2]$时等号成立　……4 分

$\therefore m\leqslant 5$　即 $m\in(-\infty,5]$　……5 分

(Ⅱ)令 $f(x)\geqslant 0$　$\therefore |x-2|\leqslant m$

①若 $m<0$ 时，

$\therefore$解集为$\varnothing$，不符合题意

②若 $m=0$ 时，解集为$\{2\}$，不符合题意

③若 $m>0$ 时，

$\therefore -m\leqslant x-2\leqslant m$

$\therefore x\in[2-m,2+m]$

又$\because x\in[1,3]$　$\therefore m=1$

综上所述 $m=1$　……7 分

$\therefore ab-2a-b=2$　$\therefore b=\frac{2a+2}{a-1}$

$\because\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$　$\therefore a>1$　……8 分

$\therefore a+b=a+\frac{2a+2}{a-1}=a-1+\frac{4}{a-1}+3$

$\therefore a+b\geqslant 2\sqrt{(a-1)\cdot(\frac{4}{a-1})}+3=7$　……9 分

当且仅当 $a-1=\frac{4}{a-1}$，即 $a=3$ 时等号成立，

此时 $b=\frac{2a+2}{a-1}=4$

$\therefore$当 $a=3,b=4$ 时，$(a+b)_{\min}=7$　……10 分