2020年东北三省四市教研联合体高考模拟试卷（二）

数 学（文科）

第Ⅰ卷(选择题共60分)

本试卷共4页。考试结束后，将答题卡交回。

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}|x^2\leqslant 4\}$，$B=\{x|-4<x<2\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x|-2\leqslant x<2\}$　　B. $\{x|-4<x\leqslant 2\}$　　C. $\{-2,-1,0,1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0,1\}$

2. 已知复数z满足 $(1+i)^2z=1-i$，则z在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(2,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,y)$，且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|=$

A. $\sqrt{5}$　　B. $5\sqrt{2}$　　C. 5　　D. 4

4. 为了从甲乙两人中选一人参加校篮球队，教练将二人最近6次篮球比赛的得分数进行统计，如右图. 甲乙两人的平均得分分别是 $x_{甲}$、$x_{乙}$，则下列说法正确的是

甲		乙
8	1	2 8 9
8 8 6	2	5 6
3 1	3	2

A. $x_{甲}>x_{乙}$，乙比甲稳定，应选乙参加校篮球队

B. $x_{甲}>x_{乙}$，甲比乙稳定，应选甲参加校篮球队

C. $x_{甲}<x_{乙}$，甲比乙稳定，应选甲参加校篮球队

D. $x_{甲}<x_{乙}$，乙比甲稳定，应选乙参加校篮球队

5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中，a_5 与 a_7 是函数 $f(x)=x^2-4x+3$ 的两个零点，则 $a_3\cdot a_9$ 等于

A. -3　　B. -4　　C. 3　　D. 4

6. 大学生积极响应"大学生志愿服务西部计划"，某高校学生小刘、小李、小孟，分别去西部某地一中、二中、三中3所学校中的一所学校支教，每校分配一名大学生. 他们三人支教的学科分别是数学，语文，英语，且每学科一名大学生. 现知道：(1)教语文的没有分配到一中，(2)教语文的不是小孟，(3)教英语的没有分配到三中，(4)小刘分配到一中，(5)小孟没有分配到二中. 据此判断，数学学科支教的是谁？分到哪所学校？

A. 小刘 三中　　B. 小李 一中　　C. 小孟 三中　　D. 小刘 二中

7. 设 a,b 是两条直线，α,β 是两个平面，则 $a\perp b$ 的一个充分条件是

A. $a\perp\alpha,b/\!/\beta,\alpha\perp\beta$　　B. $a\perp\alpha,b\perp\beta,\alpha/\!/\beta$

C. $a\subset\alpha,b\perp\beta,\alpha/\!/\beta$　　D. $a\subset\alpha,b/\!/\beta,\alpha\perp\beta$

8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，且 $f(-4)=0$. 则使得 $xf(x)>0$ 成立的 x 的取值范围是

A. $(-4,4)$　　B. $(-4,0)\cup(0,4)$

C. $(0,4)\cup(4,+\infty)$　　D. $(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$

9. 已知直线 $y=-2$ 与函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{3})$,(其中 $\omega>0$)的相邻两交点间的距离为 π,则函数 $f(x)$ 的单调递增区间为

A. $[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{5\pi}{6}],k\in\mathbf{Z}$　　B. $[k\pi-\frac{\pi}{12},k\pi+\frac{5\pi}{12}],k\in\mathbf{Z}$

C. $[k\pi-\frac{5\pi}{6},k\pi+\frac{11\pi}{6}],k\in\mathbf{Z}$　　D. $[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{11\pi}{12}],k\in\mathbf{Z}$

10. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x,x>0,\\-2^x-a,x\leqslant 0,\end{cases}$ 有且只有一个零点,则 a 的取值范围是

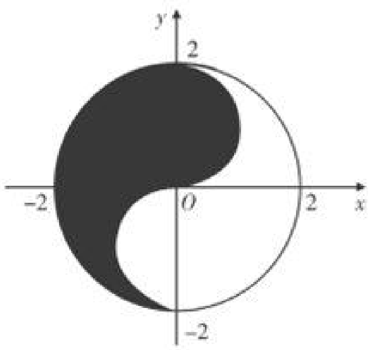
A. $(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1)\cup[0,+\infty)$

C. $[-1,0)$　　D. $[0,+\infty)$

11. 已知与椭圆$\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{2}=1$焦点相同的双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,离心率为 $e=\frac{4}{3}$.若双曲线的左支上有一点 M 到右焦点 F_2 的距离为 12,N 为 MF_2 的中点,O 为坐标原点,则 $|NO|$ 等于

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. $\frac{2}{3}$

12. 众所周知的"太极图",其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起,也被称为"阴阳鱼太极图". 如图是放在平面直角坐标系中的"太极图",整个图形是一个圆形,其中黑色阴影区域在 y 轴右侧部分的边界为一个半圆. 给出以下命题:



①在太极图中随机取一点,此点取自黑色阴影部分的概率是$\frac{1}{2}$;

②当 $a=-\frac{3}{2}$时,直线 $y=ax+2a$ 与白色部分有公共点;

③黑色阴影部分(包括黑白交界处)中一点(x,y),则 $x+y$ 的最大值为 2;

④设点 $P(-2,b)$,点 Q 在此太极图上,使得$\angle OPQ=45°$,b 的范围是$[-2,2]$.

其中所有正确结论的序号是

A. ①④　　B. ①③　　C. ②④　　D. ①②

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分,第 13~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答,第 22~23 题为选考题,考生根据要求作答。

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

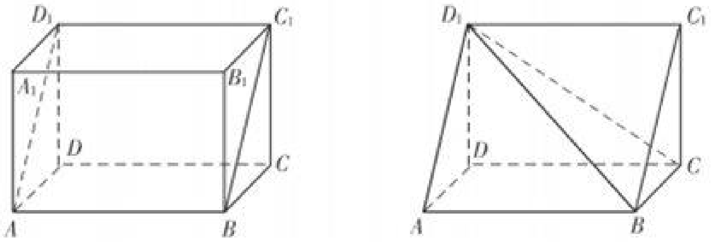
13. 若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x+1\geqslant 0,\\y-2\leqslant 0,\\2x-y-2\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+3y$ 的最大值是________.

14. 袋子中有四张卡片,分别写有"国"、"富"、"民"、"强"四个字,有放回地从中任取一张卡片,将三次抽取后"国""富"两个字都取到记为事件 A.用随机模拟的方法估计事件 A 发生的概率,利用电脑随机产生整数 0,1,2,3 四个随机数,分别代表"国"、"富"、"民"、"强"这四个字,以每三个随机数为一组,表示取卡片三次的结果,经随机模拟产生了以下 18 组随机数:

231	232	210	023	122	021	321	220	031
231	103	133	132	001	320	123	130	233

由此可以估计事件 A 发生的概率为________.

15. 长方、堑堵、阳马、鳖臑这些名词出自中国古代数学名著《九章算术·商功》，其中阳马和鳖臑是我国古代对一些特殊锥体的称呼. 取一长方，如图长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，按平面 ABC_1D_1 斜切一分为二，得到两个一模一样的三棱柱，称该三棱柱为堑堵，再沿堑堵的一顶点与相对的棱剖开，得四棱锥和三棱锥各一个，其中以矩形为底另有一棱与底面垂直的四棱锥 D_1-ABCD 称为阳马，余下的三棱锥 D_1-BCC_1 是由四个直角三角形组成的四面体称为鳖臑. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=5$，$BC=4$，$AA_1=3$，按以上操作得到阳马，则该阳马的最长棱长为________.



16. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和为 S_n 满足 $4S_n=a_n^2+2a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$.
设 $b_n=(-1)^n\cdot a_na_{n+1}$，$T_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，则 $T_{2n}=$________.

三、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22～23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. **（12 分）**

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $2a=2b\cos C+c\sin B$.

（Ⅰ）求 $\tan B$；

（Ⅱ）若 $C=\frac{\pi}{4}$，且 $\triangle ABC$ 的面积为 6，求 BC.

18. **（12 分）**

随着新高考改革的不断深入，高中学生生涯规划越来越受到社会的关注. 一些高中已经开始尝试开设学生生涯规划选修课程，并取得了一定的成果. 下表为某高中为了调查学生成绩与选修生涯规划课程的关系，随机抽取 50 名学生的统计数据.

	成绩优秀	成绩不够优秀	总计
选修生涯规划课	15	10	25
不选修生涯规划课	6	19	25
总计	21	29	50

（Ⅰ）根据列联表运用独立性检验的思想方法分析：能否有 99% 的把握认为“学生的成绩是否优秀与选修生涯规划课有关”，并说明理由.

（Ⅱ）现用分层抽样的方法在选修生涯规划课的成绩优秀和成绩不够优秀的学生中随机抽取 5 名学生作为代表，从 5 名学生代表中再任选 2 名学生继续调查，求这 2 名学生成绩至少有 1 人优秀的概率.

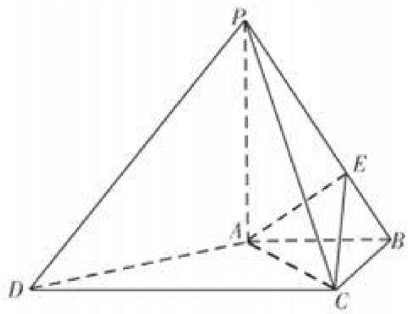
参考附表：

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

参考公式 $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

19.(12 分)

四棱锥 $P-ABCD$ 中,$AB\parallel CD$,$AB\perp BC$,$AB=BC=1$,$PA=CD=2$,$PA\perp$ 底面 $ABCD$,E 在 PB 上.



(Ⅰ)证明:$AC\perp PD$;

(Ⅱ)若 $PE=2BE$,求三棱锥 $P-ACE$ 的体积.

20.(12 分)

已知点 $A(0,2)$,B 为抛物线 $x^2=2y-2$ 上任意一点,且 B 为 AC 的中点.设动点 C 的轨迹为曲线 E.

(Ⅰ)求曲线 E 的方程;

(Ⅱ)是否存在斜率为 1 的直线 l 交曲线 E 于 M,N 两点,使得$\triangle MAN$ 为以 MN 为底边的等腰三角形?若存在,请求出 l 的方程;若不存在,请说明理由.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=axe^x$,$g(x)=x^2+2x+b$,若曲线 $y=f(x)$与曲线 $y=g(x)$都过点 $P(1,c)$,且在点 P 处有相同的切线 l.

(Ⅰ)求切线 l 的方程;

(Ⅱ)若关于 x 的不等式 $k[ef(x)]\geqslant g(x)$对任意 $x\in[-1,+\infty)$恒成立,求实数 k 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分,请考生在 22、23 题中任选一题作答,如果多做则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4 坐标系与参数方程](10 分)

已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{12}{3+\sin^2\theta}$,直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=2-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}t\\ y=3+\dfrac{\sqrt{5}}{5}t\end{cases}$($t$ 为参数).

(Ⅰ)求曲线 C 的参数方程与直线 l 的普通方程;

(Ⅱ)设点 P 为曲线 C 上的动点,点 M 和点 N 为直线 l 上的点,且 $|MN|=2$,求$\triangle PMN$ 面积的取值范围.

23.[选修 4—5 不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=m-|x-2|$,$m\in\mathbf{R}$,$g(x)=|x+3|$.

(Ⅰ)当 $x\in\mathbf{R}$ 时,有 $f(x)\leqslant g(x)$,求实数 m 的取值范围;

(Ⅱ)若不等式 $f(x)\geqslant 0$ 的解集为$[1,3]$,正数 a,b 满足 $ab-2a-b=3m-1$,求 $a+b$ 的最小值.

2020年东北三省四市教研联合体高考模拟试卷(二)
数学(文科)参考答案与评分标准

说明：

一、本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.

二、对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分.

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6
答案	D	C	C	B	C	C
题号	7	8	9	10	11	12
答案	C	D	B	B	B	A

二、填空题：

13. 8　　14. $\frac{1}{3}$　　15. $5\sqrt{2}$　　16. $8n^2+8n$

17. 解：(Ⅰ)法一：

$\because 2a=2b\cos C+c\sin B$，由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$得

$\therefore 2\sin A=2\sin B\cos C+\sin B\sin C$，　……2分

又$\because A=\pi-(B+C)$，$\therefore \sin A=\sin(B+C)$，　……3分

$\therefore 2\sin(B+C)=2\sin B\sin C+\sin B\sin C$，

即 $2\sin B\cos C+2\cos B\sin C=2\sin B\cos C+\sin B\sin C$，

$\therefore 2\cos B\sin C=\sin B\sin C$，　……5分

$\because \sin C\neq 0$，

$\therefore 2\cos B=\sin B$，即 $\tan B=2$.　……6分

法二，$\because 2a=2b\cos C+c\sin B$，由余弦定理得

$\therefore 2a=2b\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+c\sin B$，整理得 $a^2+c^2-b^2=ac\sin B$，　……3分

又$\because a^2+c^2-b^2=2ac\cos B$，$\therefore 2ac\cos B=ac\sin B$，即 $2\cos B=\sin B$　……5分

$\therefore \tan B=2$　……6分

(Ⅱ)法一：

$\because \tan B=2, B\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\therefore \sin B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，$\cos B=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

$\because C=\frac{\pi}{4}$，$\therefore \sin A=\sin(B+C)=\sin(B+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin B+\cos B)=\frac{3\sqrt{10}}{10}$　……8分

$\because \frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}$，$\therefore AB=\frac{\sqrt{5}}{3}BC$，　……10分

$\because \triangle ABC$ 面积为 6，$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot BC\cdot\sin B=6$，即$\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{3}BC\times BC\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=6$，

解得 $BC=3\sqrt{2}$.　……12分

法二：

过 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，设 $AH=x$，

在 $Rt\triangle ABH$ 中，$\because \tan B=2$，$\therefore BH=\frac{x}{2}$，

在 $Rt\triangle ACH$ 中，$\because C=\frac{\pi}{4}$，$\therefore \tan C=1$，$\therefore CH=x$， ……8 分

$\therefore BC=\frac{3}{2}x$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AH=\frac{3}{4}x^2$， ……10 分

$\because \triangle ABC$ 面积为 6，$\therefore \frac{3}{4}x^2=6$，$x=2\sqrt{2}$，$\therefore$ 即 $BC=\frac{3}{2}x=3\sqrt{2}$. ……12 分

18. 解：（Ⅰ）由题意知，K^2 的观测值 $k=\frac{50\times(15\times19-6\times10)^2}{21\times29\times25\times25}\approx6.650>6.635$. ……4 分

所以有 99% 的把握认为“学生的成绩优秀与是否选修生涯规划课有关”. ……5 分

（Ⅱ）由题意得，在成绩优秀的学生中抽取 $15\times\frac{5}{25}=3$（人），分别记为 A,B,C，在成绩不够优秀的学生中抽取 $5-3=2$（人），分别记为 a,b. ……6 分

则从 5 人中任选 2 人的全部基本事件有$\{AB,AC,Aa,Ab,BC,Ba,Bb,Ca,Cb,ab\}$共 10 种， ……8 分

其中所选的 2 人至少有 1 人成绩优秀的事件为$\{AB,AC,Aa,Ab,BC,Ba,Bb,Ca,Cb\}$共 9 种， ……10 分

故这 2 名学生成绩至少有 1 人优秀的概率为 $P=\frac{9}{10}$. ……12 分

19. 解：（Ⅰ）过 A 作 $AF\perp DC$ 于 F，$\because AB/\!/CD$，$AB\perp BC$，

$AB=BC=1$，则 $CF=DF=AF=1$，

$\therefore \angle DAC=90°$，即 $AC\perp DA$， ……2 分

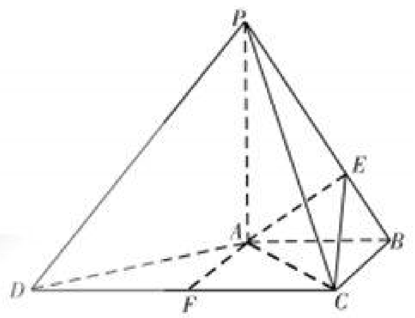
又 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，

$\therefore AC\perp PA$， ……3 分

又 $PA,AD\subset$ 平面 PAD，$PA\cap AD=A$

$\therefore AC\perp$ 平面 PAD. ……5 分

又 $PD\subset$ 平面 PAD，$\therefore AC\perp PD$. ……6 分



（Ⅱ）$V_{P-ACE}=V_{P-ABC}-V_{E-ABC}$ ……7 分

$V_{P-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{1}{3}$ ……9 分

$V_{E-ABC}=\frac{1}{3}V_{P-ABC}=\frac{1}{9}$ ……11 分

$\therefore V_{P-ACE}=\frac{1}{3}-\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$ ……12 分

20. 解：（Ⅰ）设 $C(x,y)$，$B(m,n)$

$\because B$ 是 AC 的中点，则 $\begin{cases} m=\frac{x}{2} \\ n=\frac{y+2}{2} \end{cases}$ ……1 分

$\because B$ 在 $x^2=2y-2$ 上

$\therefore m^2=2n-2$ ……2 分

$\therefore \frac{x^2}{4}=2\cdot\frac{2+y}{2}-2$

$\therefore x^2=4y$，故曲线 E 的方程为 $x^2=4y$ ……4 分

(Ⅱ)设 $l: y=x+t, M(x_1,y_1), N(x_1,y_2)$

将 l 代入 $x^2=4y$ 得 $x^2-4x-4t=0$ ……6 分

$$\therefore\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1\cdot x_2=-4t\\\triangle=16+16t>0\end{cases}$$ ……8 分

$\therefore MN$ 的中点 $P(2,2+t)$ ……10 分

$\because K_{AP}\cdot K_l=-1\quad\therefore\dfrac{2+t-2}{2-0}\cdot 1=-1\quad\therefore t=-2$ ……11 分

不符合$\triangle>0\quad\therefore l$ 不存在 ……12 分

21. 解:(Ⅰ)$f'(x)=ae^x(x+1), g'(x)=2x+2$

由已知得$\begin{cases}f'(1)=g'(1)\\f(1)=g(1)=c\end{cases}$ ……2 分

即$\begin{cases}2ae=4\\ae=3+b=c\end{cases}$,解得$\begin{cases}a=\dfrac{2}{e}\\b=-1\\c=2\end{cases}$,所以切线斜率为 $g'(1)=4$,

所以切线方程为 $y-2=4(x-1)$,即 $4x-y-2=0$. ……4 分

(Ⅱ)$f(x)=\dfrac{2xe^x}{e}, g(x)=x^2+2x-1$

设 $h(x)=k[ef(x)]-g(x)=2kxe^x-(x^2+2x-1)$,

即 $h(x)\geqslant 0$ 对任意 $x\in[-1,+\infty)$ 恒成立,从而$[h(x)]_{\min}\geqslant 0$ ……5 分

$h'(x)=2k(x+1)\cdot e^x-2(x+1)=2(x+1)(ke^x-1)$ ……6 分

①当 $k\leqslant 0$ 时,$h'(x)\leqslant 0$,$h(x)$在 $x\in[-1,+\infty)$单调递减,

又 $h(1)=2ke-2<0$,显然 $h(x)\geqslant 0$ 不恒成立; ……8 分

②当 $k>0$ 时,$h'(x)=0$,解得 $x_1=-1, x_2=-\ln k$

ⅰ)当$-\ln k<-1$,即 $k>e$ 时,当 $x\in[-1,+\infty)$,$h'(x)\geqslant 0$,$h(x)$单调递增,

又 $h(x)_{\min}=h(-1)=-\dfrac{2k}{e}+2=\dfrac{2(e-k)}{e}<0$,显然 $h(x)\geqslant 0$ 不恒成立;

ⅱ)当$-\ln k=-1$,即 $k=e$ 时,当 $x\in[-1,+\infty)$,$h'(x)>0$,$h(x)$单调递增,

则 $h(x)_{\min}=h(-1)=-\dfrac{2k}{e}+2=\dfrac{2(e-k)}{e}=0$,所以 $h(x)\geqslant 0$ 恒成立;

ⅲ)当$-\ln k>-1$,即 $0<k<e$ 时,当 $x\in(-1,-\ln k)$,$h'(x)<0$,$h(x)$单调递减;

当 $x\in(-\ln k,+\infty)$,$h'(x)>0$,$h(x)$单调递增;

则 $h(x)_{\min}=h(-\ln k)=-2\ln k-(\ln^2k-2\ln k-1)=1-\ln^2k$,

$\because h(x)\geqslant 0$ 恒成立.

$\therefore 1-\ln^2k\geqslant 0$,解得$\dfrac{1}{e}\leqslant k\leqslant e$,$\therefore\dfrac{1}{e}\leqslant k<e$ ……11 分

综上所述:$\dfrac{1}{e}\leqslant k\leqslant e$ ……12 分

22. 解:(Ⅰ)由题意:$3\rho^2+\rho^2\sin^2\theta=12$

$\therefore 3(x^2+y^2)+y^2=12$ ……1 分

$\therefore 3x^2+4y^2=12$ ……2 分

$\therefore\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ……3 分

$\therefore$曲线 C 的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

由直线 l 的参数方程得$\frac{\sqrt{5}}{5}t=y-3$ 代入 $x=2-\frac{2\sqrt{5}}{5}t$ ……4 分

得 $x=2-2(y-3)$ $\therefore x+2y-8=0$

$\therefore$直线 l 的普通方程为 $x+2y-8=0$ ……5 分

(Ⅱ)设 $P(2\cos\theta,\sqrt{3}\sin\theta)$到直线 l 的距离为 d

$S_{\triangle PMN}=\frac{1}{2}\times 2\times d=d$ ……6 分

$d=\frac{|2\cos\theta+2\sqrt{3}\sin\theta-8|}{\sqrt{5}}=\frac{|4\sin(\theta+\frac{\pi}{6})-8|}{\sqrt{5}}$ ……8 分

$\therefore \frac{4}{5}\sqrt{5}\leqslant d\leqslant\frac{12}{5}\sqrt{5}$ ……9 分

$\therefore\triangle PMN$ 面积的取值范围是$[\frac{4\sqrt{5}}{5},\frac{12\sqrt{5}}{5}]$ ……10 分

23. 解:(Ⅰ)由题意得:

$\because f(x)\leqslant g(x)$在 $x\in\mathbf{R}$ 上恒成立,$\therefore m-|x-2|\leqslant|x+3|$

$\therefore m\leqslant(|x+3|+|x-2|)_{\min}$ ……1 分

又$\because |x+3|+|x-2|\geqslant|(x-2)-(x+3)|=5$, ……3 分

当且仅当$(x-2)(x+3)\leqslant 0$,即 $x\in[-3,2]$时等号成立 ……4 分

$\therefore m\leqslant 5$ 即 $m\in(-\infty,5]$ ……5 分

(Ⅱ)令 $f(x)\geqslant 0$ $\therefore |x-2|\leqslant m$

①若 $m<0$ 时,

$\therefore$解集为$\varnothing$,不符合题意

②若 $m=0$ 时,解集为$\{2\}$,不符合题意

③若 $m>0$ 时,

$\therefore -m\leqslant x-2\leqslant m$

$\therefore x\in[2-m,2+m]$

又$\because x\in[1,3]$ $\therefore m=1$

综上所述 $m=1$ ……7 分

$\therefore ab-2a-b=2$ $\therefore b=\frac{2a+2}{a-1}$

$\because \begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$ $\therefore a>1$ ……8 分

$\therefore a+b=a+\frac{2a+2}{a-1}=a-1+\frac{4}{a-1}+3$

$\therefore a+b\geqslant 2\sqrt{(a-1)\cdot(\frac{4}{a-1})}+3=7$ ……9 分

当且仅当 $a-1=\frac{4}{a-1}$,即 $a=3$ 时等号成立,

此时 $b=\frac{2a+2}{a-1}=4$

$\therefore$当 $a=3,b=4$ 时,$(a+b)_{\min}=7$ ……10 分