**2020年北京市朝阳区高三一模数学逐题解析**

**第一部分（选择题 共40分）**

**一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。**

1. 已知集合，，则

A. B.

C. D.

【答案】C

【解析】由题可得，根据集合运算法则可得，故选C.

2. 下列函数中，既是偶函数又在区间上单调递增的是

A. B.

C. D.

【答案】D

【解析】对于A：，不为偶函数，故错误；

对于B：在上为减函数，故错误；

对于C：不为偶函数，故错误；

对于D：为偶函数且在上为增函数，故正确；

故选D.

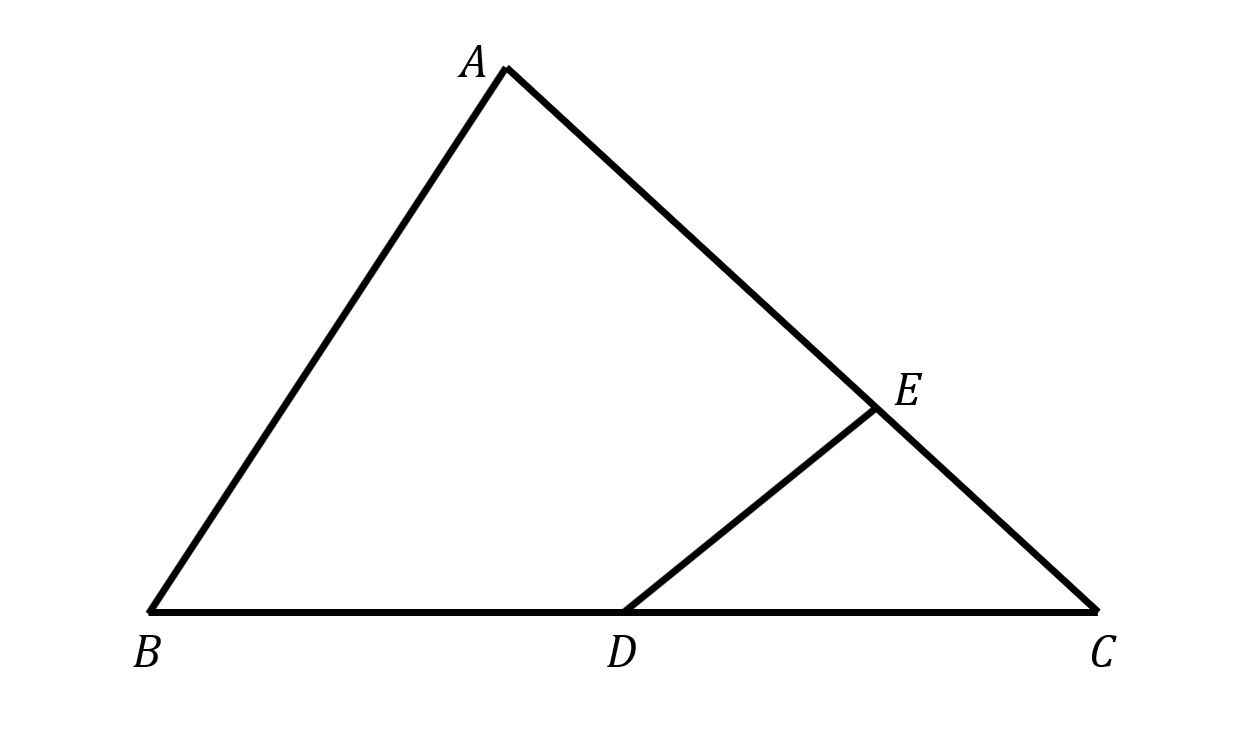
3. 在等比数列中，，，则的前项和为

A. B.

C. D.

【答案】A

【解析】因为为等比数列，，，则，，故选A.

4. 如图，在中，点*D*，*E*满足, , 若，则

A. B.

C. D.

【答案】B

【解析】因为，所以，

，所以，

，，

所以，

解得，，故选B.

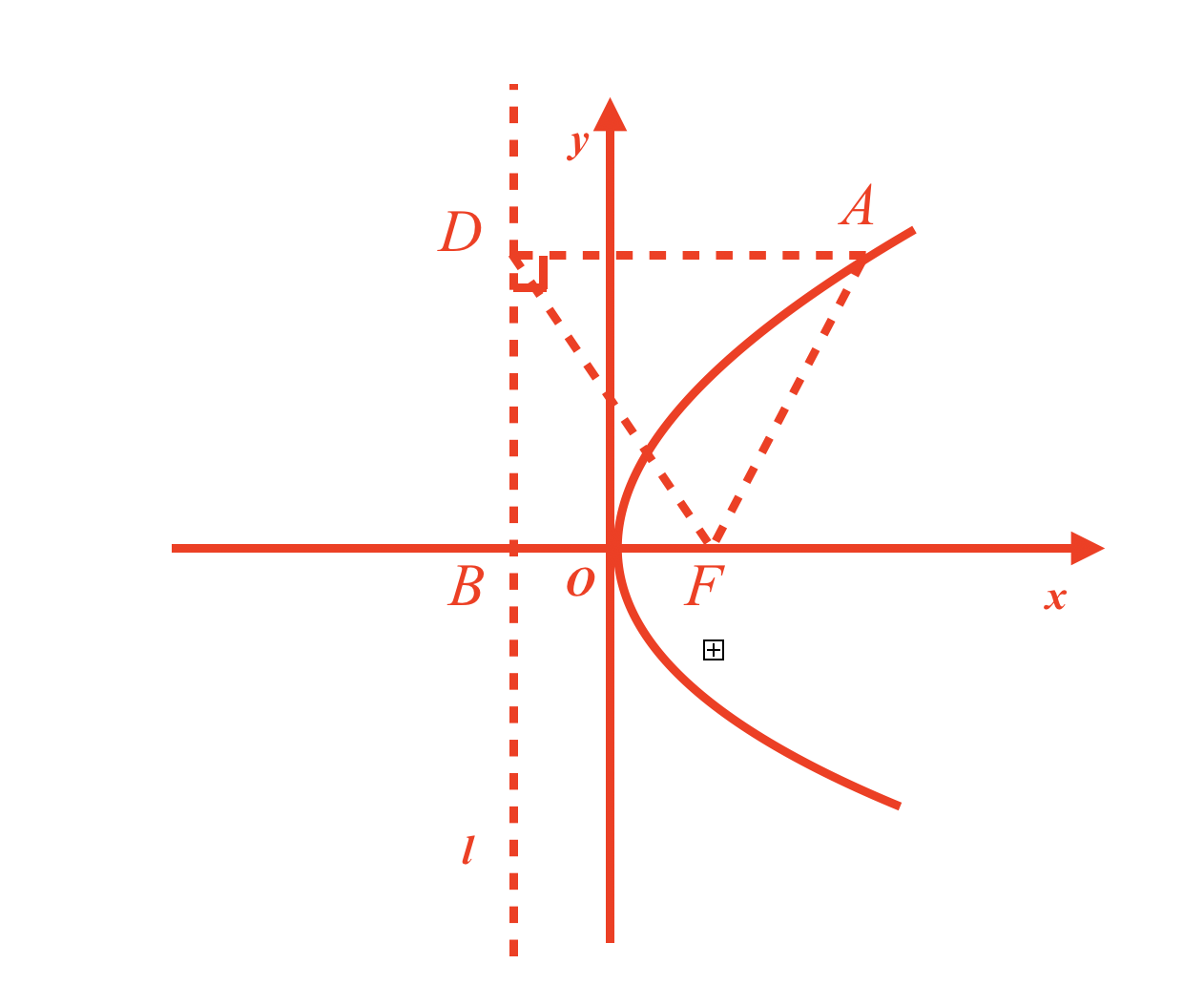
5. 已知抛物线的焦点为，准线为，点是抛物线上一点，于.若，，则抛物线的方程为

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】设与轴交于点，在抛物线中，且

所以为等边三角形

因为，

直角三角形中，

所以

，，所以方程为，故选B.

6. 现有甲、乙、丙、丁、戊5种在线教学软件，若某学校要从中随机选取3种作为教师“停课不停学”的教学工具，则其中甲、乙、丙至多有2种被选取的概率为

A.  B. 

C.  D. 

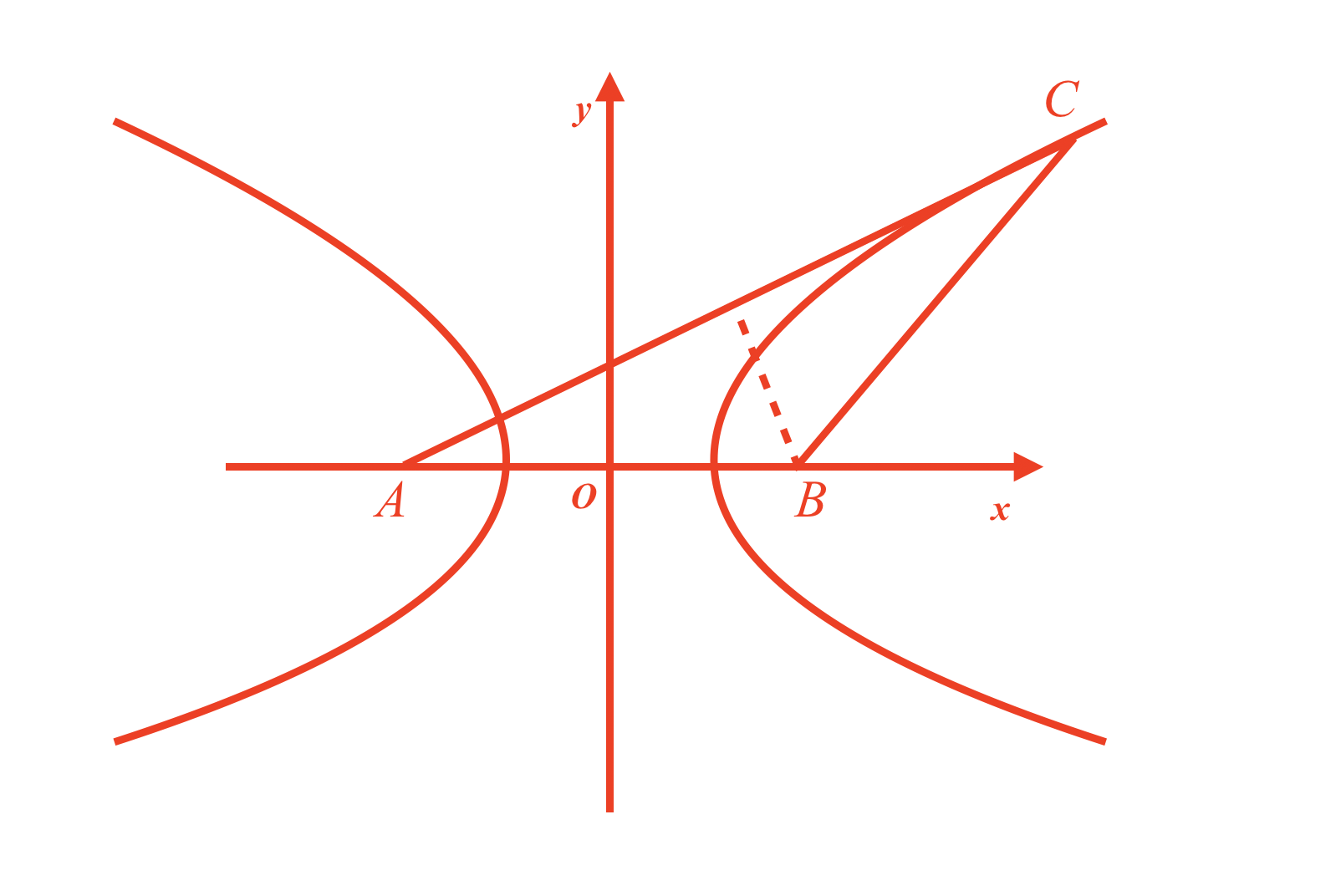
【答案】D

【解析】设“甲、乙、丙至多有2种被选”为事件，

则“甲、乙、丙都被选”为事件.

，

所以甲、乙、丙至多有2种被选的概率为，故选D.

7. 在中，，，若以，为焦点的双曲线经过点，则该双曲线的离心率为

A.  B. 

C.  D. 

【答案】C

【解析】焦距，所以

为顶角为的等腰三角形，

因为

所以，故选C.

8. 已知函数的图象上相邻两个最高点的距离为，则“”是“的图象关于直线对称”的

A.充分而不必要条件 B.必要而不充分条件

C.充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】相邻两个最高点距离为一个周期，所以，因为，所以.

所以.

充分性：

若，

当时，代入可得，此时函数取得最大值，

所以是的对称轴，所以具有充分性.

必要性：

若关于对称，则，

，所以不具有必要性，

故选A.

9. 已知函数 若关于的不等式在上恒成立，则实数的取值范围为

A. B.

C. D.

【答案】C

【解析】方法一：特值法+排除法

因为在上恒成立，

当时，，

有，矛盾，故排除A选项；

当时，，

时，，对称轴直线，所以，

时，，，所以，

故在上，所以恒成立，排除B选项；

当时，，

有，矛盾，故排除D选项；

故选C.

方法二：

令，对称轴为.

当时，，有，

当时，，有，

综上；

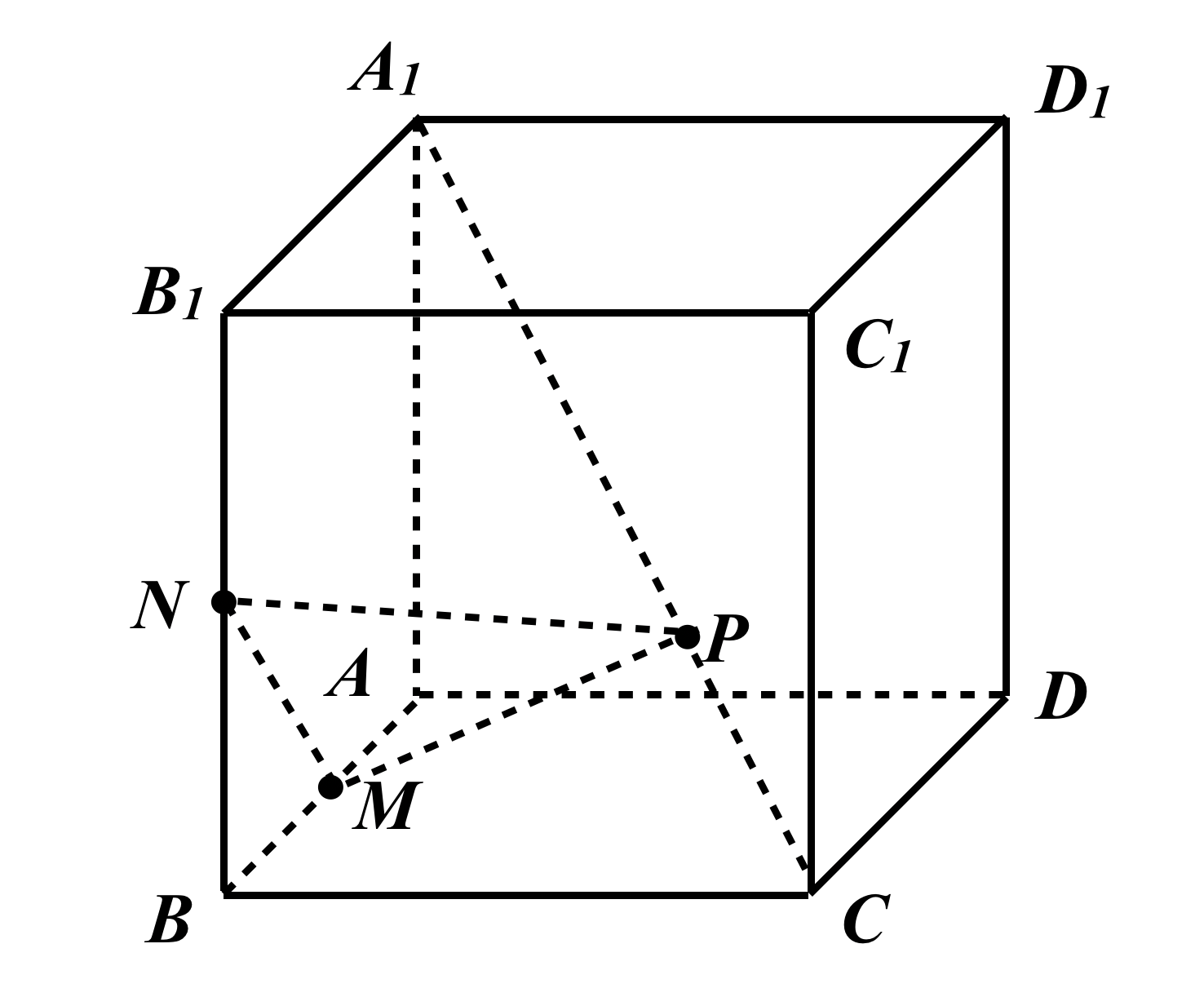
令，，

因为，所以，有恒成立，所以在递增，

所以，所以；

取交集，得，故选C.

10. 如图，在正方体中，分别是棱的中点，点在对角线上运动，当的面积取得最小值时，点的位置是

A.线段的三等分点，且靠近点

B.线段的中点

C.线段的三等分点，且靠近点

D.线段的四等分点，且靠近点

【答案】B

【解析】建立以为原点，以，，方向分别为轴正方向的空间直角坐标系. 设正方体的棱长为，为上动点，可设，其中.

，

经计算，

，

所以，为等腰三角形，底边，

设底边上的高为，则有，

而，在时最小，此时为中点，故选B.

**第二部分（非选择题 共110分）**

**二、填空题共5小题，每小题5分，共25分。**

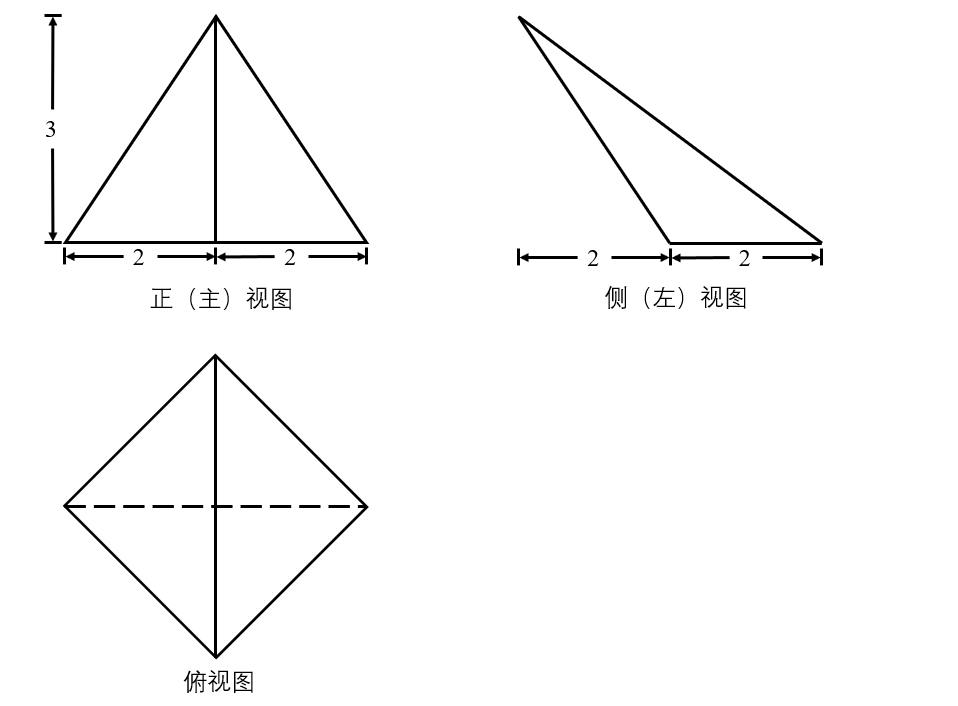
11. 若复数，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

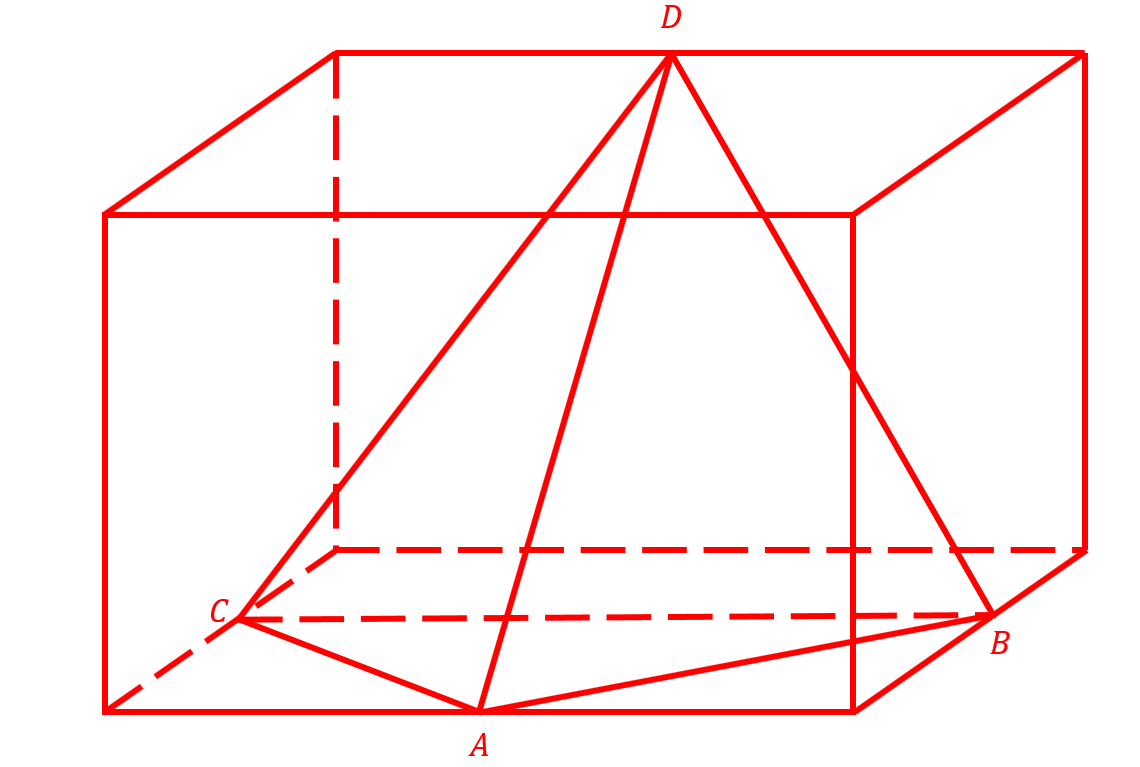
【解析】，

.

12. 已知某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的最长棱的长为\_\_\_\_\_\_\_，它的体积为\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】5；4

【解析】,,

,

最长棱为5，体积.

13. 某购物网站开展一种商品的预约购买，规定每个手机号只能预约一次，预约后通过摇号的方式决定能否购买到该商品.规则如下：（ⅰ）摇号的初始中签率为;（ⅱ）当中签率不超过时，可借助“好友助力”活动增加中签率，每邀请到一位好友参与“好友助力”活动可使中签率增加.为了使中签率超过，则至少需要邀请\_\_\_\_\_\_\_位好友参与到“好友助力”活动.

【答案】15

【解析】设需位好友，

，

，

所以.

14. 已知函数. 数列满足，则数列的前100项和是\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】100

【解析】因为，

所以，

，

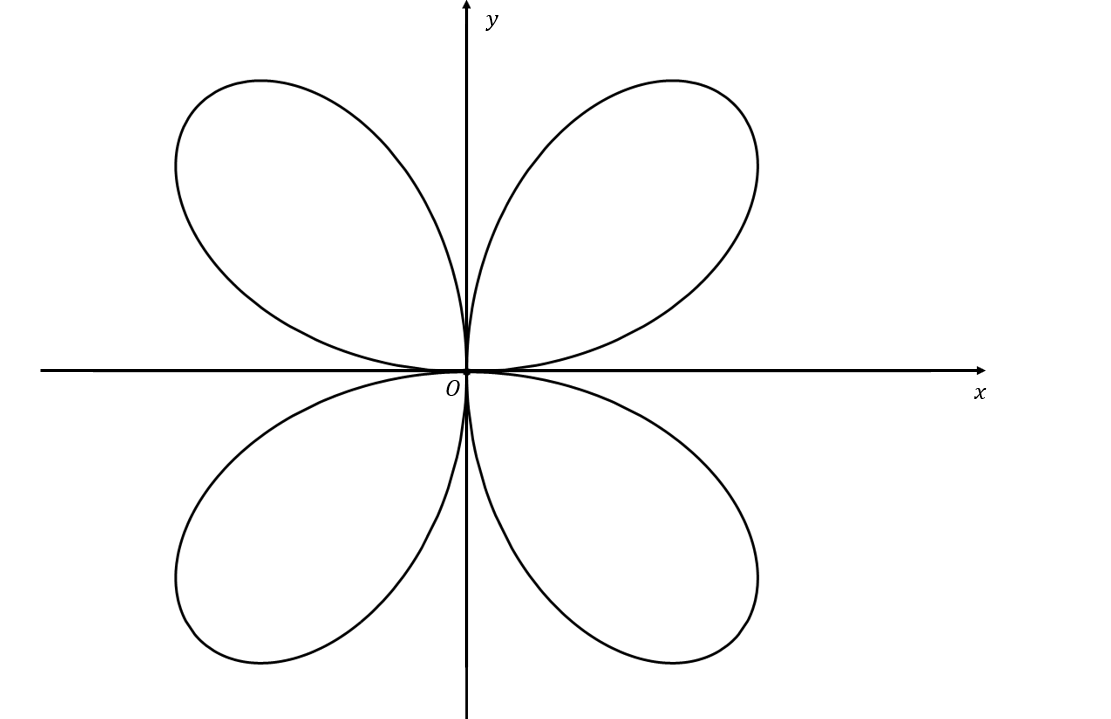
，

，

所以，

所以，，依次类推，可知.

所以.

15. 数学中有许多寓意美好的曲线，曲线C:被称为“四叶玫瑰线”(如图所示).给出下列三个结论：

①曲线C关于直线对称；

②曲线C上任意一点到原点的距离都不超过1；

③存在一个以原点为中心、边长为的正方形，

使得曲线C在此正方形区域内(含边界).

其中，正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_. (第15题图)

注：本题给出的结论中，有多个符合题目要求.全部选对得5分，不选或者有错选得0分，其他得3分.

【答案】①②

【解析】①将点代入曲线方程，与原式相同，则曲线关于对称，故①正确.

②设曲线上一点坐标，则到坐标原点距离，

因为在曲线上，则，

，

所以，

所以，

所以，

所以，当且仅当时取等，

所以曲线到坐标原点距离不超过1，故②正确.

③由图可知，曲线C关于轴对称且关于原点中心对称，

则在第一象限内，由②可知，，当且仅当时取等，

当，时，有最大值，

若正方形边长为，且中心为原点，则第一象限内的正方形边长为，

即正方形右上顶点为曲线C到原点距离最大的点，

过该点向轴作垂线，可知曲线上的部分点不在该正方形区域内，故③错误.

**三、解答题共6小题，共85分。解答应写出文字说明，演练步骤或证明过程。**

16.（本小题14分）

在中，.

（Ⅰ）求;

（Ⅱ）若求.

从①；②这两个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答.

注：如果选择多个条件分别作答，按第一个解答计分.

【解析】

(Ⅰ)由正弦定理得：







(Ⅱ)若选择条件①，则，求.

由余弦定理得，得







另解：

若选择条件②，则，求.

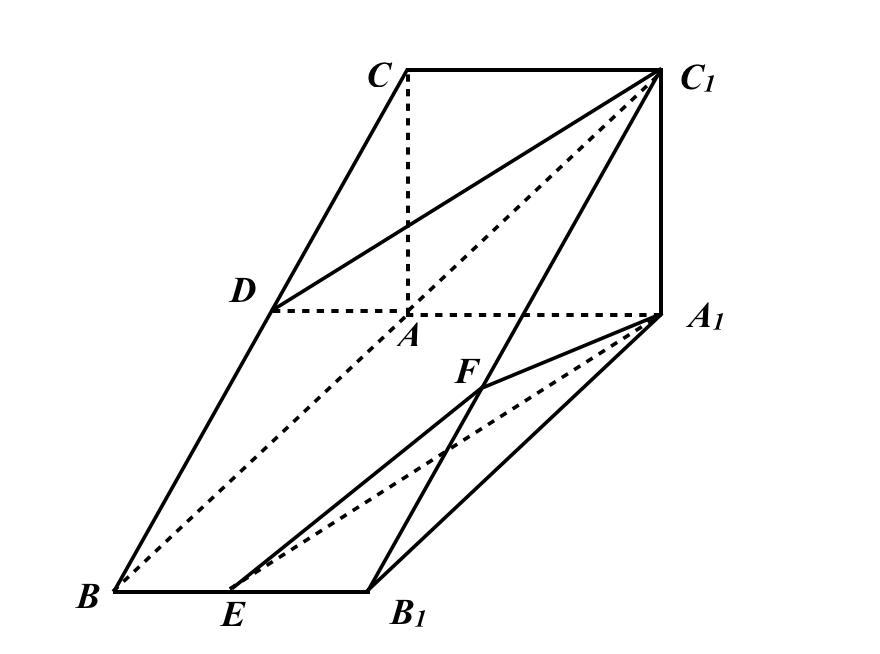
，



由正弦定理：



17．（本小题14分）

如图，在三棱柱中，平面平面，四边形是正方形，点分别是棱的中点，.

（Ⅰ）求证:；

（Ⅱ）求二面角的余弦值；

（Ⅲ）若点在棱上，且，

判断平面与平面是否平行，

并说明理由.

【解析】

(Ⅰ)在三棱柱中，

四边形是正方形，，

又平面平面，平面平面，

且平面，

平面，又平面，.

(Ⅱ)由(Ⅰ)知，，，且，，，

又正方形中，，，，，

，，

则以为原点，为轴，为轴，为轴建立空间直角坐标系，

，，，，为中点，，

又，，且，平面，平面，

平面，平面的法向量为=，

设平面法向量为=，，，

则，，，令，得，，

则=，设二面角为，

则=，又二面角为锐角，

二面角的余弦值为.

(Ⅲ)由（II）知，，，，且为中点，

，，又在棱上，且，

，，且，

设平面法向量为=，

，，，

令，则，，=，

又平面法向量为=，则与不平行，

平面与平面不平行.

18．（本小题14分）

某科研团队研发了一款快速检测某种疾病的试剂盒.为了解该试剂盒检测的准确性，质检部门从某地区（人数众多）随机选取了80位患者和100位非患者，用该试剂盒分别对他们进行检测，结果如下：

|  |  |
| --- | --- |
| 患者的检测结果 | 人数 |
| 阳性 | 76 |
| 阴性 | 4 |

|  |  |
| --- | --- |
| 非患者的检测结果 | 人数 |
| 阳性 | 1 |
| 阴性 | 99 |

（Ⅰ）从该地区患者中随机选取一人，对其检测一次，估计此患者检测结果为阳性的概率；

（Ⅱ）从该地区患者中随机选取3人，各检测一次，假设每位患者的检测结果相互独立，以表示检测结果为阳性的患者人数，利用（Ⅰ）中所得概率，求的分布列和数学期望；

（Ⅲ）假设该地区有10万人，患病率为0.01.从该地区随机选取一人，用该试剂盒对其检测一次.若检测结果为阳性，能否判断此人患该疾病的概率超过0.5？并说明理由.

【解析】

（Ⅰ）设“80名患者中随机抽取1人检测结果为阳性”为事件，

由表知，80名患者中，检测结果为阳性的人数为76人，

由频率估计概率得，.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，，且的可能取值为0,1,2,3

，

，

的分布列如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  |  |  |  |  |

.

（Ⅲ）不能判断此人患该疾病的概率超过0.5，理由如下：

该地区10万人中患者人，

经该试剂盒检测：患者检测结果为阳性应为人，

非患者检测结果为阳性应为人，

设“该人检测结果为阳性且患该疾病”为事件，

则，

所以，该人患病概率不会超过0.5.

19．（本小题14分）

已知椭圆，圆（为坐标原点）.过点且斜率为的直线与圆交于点，与椭圆的另一个交点的横坐标为.

（Ⅰ）求椭圆的方程和圆的方程；

（Ⅱ）过圆上动点作两条互相垂直的直线，，若直线的斜率为且与椭圆相切，试判断直线与椭圆的位置关系，并说明理由.

【解析】

（Ⅰ）将点代入圆得，故圆的方程为

设过点，斜率为的直线为

将点代入得，故，该直线方程为

将代入，得

将代入椭圆，得，解得

故椭圆的方程为

（Ⅱ）与椭圆相切.

证明：设，则

过点的直线为

联立

得

 ①

因为与椭圆相切

所以

即

即 ②

设与椭圆联立后的判别式为

因为

所以的斜率为，将①式中的替换成，得







代入②，得





再代入，得



故与椭圆相切.

20.（本小题15分）

已知函数

（Ⅰ）求曲线在点处的切线方程；

（Ⅱ）判断函数的零点的个数，并说明理由；

（Ⅲ）设是的一个零点，证明曲线在点处的切线也是曲线的切线.

【解析】

（Ⅰ）

， ，

切线

（Ⅱ）方法一：

由（Ⅰ）知当，，单调递增，

，，

所以在上有且只有一个零点，

，，

所以在上有且只有一个零点，

所以有2个零点.

方法二：

由（Ⅰ）知，

所以在和上单调递增，

因为，，

所以在上有唯一零点，且，，即

因为，，

所以在上有唯一零点，

综上，有且只有2个零点.

（Ⅲ），①

在处的切线为

即

代入①得

即

设上一点，在点处的切线

当时，，

此时与重合，

所以在处的切线也是的切线.

1. （本小题14分）

设数列：的各项均为正整数，且．若对任意，存在正整数使得，则称数列具有性质．

（Ⅰ）判断数列与数列是否具有性质；（只需写出结论）

（Ⅱ）若数列具有性质，且，求的最小值；

（Ⅲ）若集合，且（任意

）．求证：存在，使得从中可以选取若干元素（可重复选取）组成一个具有性质的数列．

【解析】

（Ⅰ）数列不具有性质；数列具有性质.

（Ⅱ）由题可知，

所以.

若，因为且，所以.

同理，.

因为数列各项均为正整数，所以.数列前三项为.

因为数列具有性质，只可能为之一，而又因为，

所以.

同理，有.

此时数列为.

但数列中不存在使得，所以该数列不具有性质.

所以

当时，取（构造数列不唯一）

经验证，此数列具有性质.

所以，的最小值为10.

（Ⅲ）反证法：假设结论不成立，即对任意都有：

若正整数，则，

否则，当时，是一个具有性质的数列；

当时，是一个具有性质的数列；

当时，是一个具有性质的数列.

1. 由题意可知，这6个集合中至少有一个集合的元素个数不少于337个，不妨设此集合为，从中取出337个数，记为，且，

令集合.

由假设，对任意，所以.

（ii）在中至少存在一个集合包含中的至少68个元素，不妨设这个集合为，从中取出68个数，记为，且.

令集合.

由假设.

对任意，存在使得，

所以对任意，

由假设，所以，所以，

所以.

（iii）在中至少有一个集合包含中的至少17个元素，不妨设这个集合为，从中取出17个数记为，且.

令集合.

由假设.

对任意，存在使得，

所以对任意，

同样，由假设可得，所以，

所以.

（iv）类似地，在中至少有一个集合包含中的至少6个元素，不妨设这个集合为，从中取出6个数，记为，且，

则.

（v）同样，在中至少有一个集合包含中的至少3个元素，不妨设这个集合为，从中取出3个数，记为，且，

同理可得.

（vi）由假设可得.

同上可知，，

而又因为，所以，矛盾.

所以假设不成立.

所以原命题成立.