

# 高中物理学讲义

## ElegantI4TEX

作者: Tylor Gan

组织: Tencent

时间: August 9, 2019

版本: 1989



So far as the theories of mathematics are about reality, they are not certain; so far as they are certain, they are not about reality. — Albert Einstein

# 目 录

**──** 

1	运动的描述 匀变速直线运动的研究	1			
	1.1 描述运动的基本概念	1			
	1.2 匀变速直线运动的规律及应用	5			
	1.3 运动图象追及和相遇问题	5			
2	相互作用				
	2.1 重力 弹力 摩擦力	7			
	2.2 力的合成与分解	7			
	2.3 受力分析共点力的平衡	8			
3	牛顿运动定律	10			
	3.1 牛顿第一、第三定律	10			
	3.2 牛顿第二定律两类动力学问题	10			
	3.3 牛顿运动定律的综合应用	11			
4	曲线运动 万有引力与航天	12			
	4.1 曲线运动 运动的合成与分解	12			
	4.2 抛体运动的规律及应用	12			
	4.3 圆周运动的规律及应用	12			
	4.4 第13讲万有引力与航天	12			
5	机械能及其守恒定律	13			
	5.1 功和功率	13			
	5.2 动能定理及其应用	13			
	5.3 机械能守恒定律及其应用	13			
	5.4 功能关系能量守恒定律	13			
6	动量守恒定律及其应用	14			
7	静电场	15			
8	恒定电流	16			
9					
y	磁场				
10	0 电磁感应				
11	交变电流 传感器	19			

目	录	-2/25-
12	。 波粒二象性 原子结构与原子核	20
13	· 热学(选修3-3)	21
14	振动和波 光 相对论(选修3-4)	22
A	物理学史	24
В	公式图表	25

### 第1章 运动的描述 匀变速直线运动的研究

### 1.1 描述运动的基本概念

#### 1.1.1 知识梳理

#### 1. 质点

- 用来代替物体的有质量的点叫做质点.
- 研究一个物体的运动时,如果物体的形状和大小对所研究问题的影响可以忽略,就可以将该运动物体看做质点.
- 质点是一种理想化模型,实际并不存在.

#### 2. 参考系

- 参考系可以是运动的物体,也可以是静止的物体,但被选为参考系的物体, 我们都假定它是静止的.
- 选取不同的物体作为参考系,对同一物体运动的描述可能相同,也可能不同. 通常以地面为参考系.

#### 3. 位移

- 定义:表示质点的位置变动,它是质点由初位置指向末位置的有向线段.
- 与路程的区别:位移是矢量,路程是标量.只有在单向直线运动中,位移的大小才等于路程.

#### 4. 速度

- 物理意义: 描述物体运动快慢和运动方向的物理量, 是状态量.
- 定义式:  $v = \frac{\Delta x}{4}$ .
- 大小: 在数值上等于单位时间内物体位移的大小.
- 方向: 与位移同向, 即物体运动的方向.

#### 5. 平均速度

- 在变速运动中,物体在某段时间内的位移与发生这段位移所用时间的比值叫做这段时间内的平均速度,即 v = ↔,其方向与位移的方向相同.
- 平均速度反映一段时间内物体运动的平均快慢程度,它与一段时间或一段位 移相对应.

#### 6. 瞬时速度

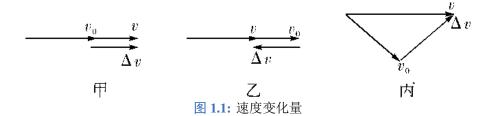
- •运动物体在某一时刻(或某一位置)的速度,方向沿轨迹上物体所在点的切线 方向指向前进的一侧,是矢量.瞬时速度的大小叫速率,是标量.
- 瞬时速度能精确描述物体运动的快慢,它是在运动时间 $\Delta t \to 0$ 时的平均速度,与某一时刻或某一位置相对应.
- 平均速率是路程与时间的比值,它与平均速度的大小没有对应关系.

#### 7. 速度变化量

- 物理意义: 描述物体速度改变的物理量, 是过程量.
- 定义式:

 $\Delta v = v - v_0$ .

- 大小:  $\Delta v$ 可以由v与 $v_0$ 进行矢量运算得到,也可以由 $\Delta v = a\Delta t$ 计算得到.
- 方向: 可以用矢量图形来描述 Δ v的方向,如图甲、乙、丙所示,Δ v的方向由初速度 $(v_0)$ 矢量的末端指向末速(v)矢量的末端.



#### 8. 加速度

- 物理意义: 描述物体速度变化快慢和变化方向的物理量,是状态量.
- 定义式:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v v_0}{\Delta t}.$
- 决定因素: a不是由v, $\Delta t$ , $\Delta v$ 来决定,而是由F、M来决定.
- 与Δν的方向一致,由合外力的方向决定,而与ν₀,ν的方向无关.

#### 1.1.2 考法拓展

- 1. 对质点概念的理解
- △ 练习 1.1 在研究下述运动时,能把物体看做质点的是( B )
  - A. 研究短跑运动员的起跑动作时
  - B. 研究一架无人机的飞行快慢时
  - C. 将一枚硬币用力上抛并猜测它落地时正面是朝上还是朝下时
  - D. 研究汽车在上坡时有无翻倒的危险时
  - 解 研究短跑运动员的起跑动作、抛出硬币落地时的上下面时,所研究对象的大小和形状不能忽略,故运动员和硬币都不能看做质点;研究汽车翻倒是转动问题,不能将汽车看做质点;研究飞机飞行快慢时,可把飞机看做质点.故选项B正确.

## 🕏 注意 建立质点模型的两个关键点

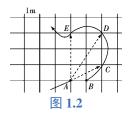
- 明确题目中要研究的问题是什么.质点是对实际物体的科学抽象,是研究物体运动时对实际物体进行的近似, 真正的质点并不存在.
- 分析物体的大小和形状对所研究的问题产生的影响能否忽略不计.当物体的大小和形状对所研究运动的影响很小,可以忽略不计时,就可将其视为质点.

#### 2. 位移与路程的区别和联系

表 1.1: 位移与路程的区别和联系

比较项目	位移x	路程1
决定因素 运算规则 大小关系	由始、末位置决定 矢量的三角形定则或平行四边形定则 $x \leq l$	由实际的运动轨迹长度决定 标量的代数运算 路程是位移被无限分割后, 所分的各小段位移的绝对值的和

- ▲ 练习 1.2 (2017·湖南株洲质检)(多选)关于位移和路程,下列说法正确的是(BD)
  - A. 物体在某一段时间内运动的位移为零,则其一定是静止的
  - B. 物体在某一段时间内运动的路程为零,则其一定是静止的
  - C. 在直线运动中, 物体的位移大小一定等于其路程
  - D. 在曲线运动中, 物体的位移大小一定小于路程
  - 解 路程指物体运动轨迹的长度,而位移指由初位置指向末位置的有向线段,只有当物体做单向直线运动时,其位移大小才等于路程. 容易判断选项B、D正确, A、C错误.
- 3. 平均速度与瞬时速度的区别和联系
  - 两种物体的速度
    - ▶ 瞬时速度是运动时间 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的平均速度.
    - ▲ 对于匀速直线运动, 瞬时速度与平均速度相等.
  - 关于用平均速度法求瞬时速度
    - ◆ 方法概述:由平均速度公式 $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 可知,当 $\Delta x \Delta \Delta t$ 都非常小,趋向于极限时,这时的平均速度就可认为是某一时刻或某一位置的瞬时速度.
    - 。选用思路: 当已知物体在微小时间 $\Delta t$ 内发生的微小位移 $\Delta x$ 时,可由 $\overline{v}$  =  $\Delta x$ 粗略地求出物体在该位置的瞬时速度.
- △ 练习1.3(多选)如图1.2所示,物体沿曲线轨迹的箭头方向运动,AB、ABC、ABCD、ABCDE四段曲线轨迹运动所用的时间分别是1 s、2 s、3 s、4 s. 下列说法正确的是(ABC)

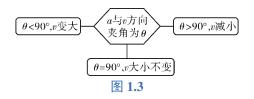


- A. 物体在AB段的平均速度大小为1 m/s
- B. 物体在ABC段的平均速度大小为52 m/s
- C. AB段的平均速度比ABC段的平均速度更能反映物体处于A点时的瞬时速度
- D. 物体在B点的速度等于AC段的平均速度

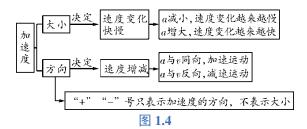
解 由 $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 可得 $\overline{v}_{AB} = \frac{1}{1}$ m/s = 1m/s,  $\overline{v}_{AC} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ m/s, 故选项A、B均正确; 所选取的过程离A点越近,其阶段的平均速度越接近A点的瞬时速度,故选项C正确; 由A经B到C的过程不是匀变速直线运动过程,故B点虽为AC段的中间时刻,但其速度不等于AC段的平均速度,故选项D错误.

## 🕏 注意 平均速度和瞬时速度的三点注意

- 求解平均速度必须明确是哪一段位移或哪一段时间内的平均速度.
- $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 是平均速度的定义式,适用于所有的运动.
- 用平均速度法近似求解瞬时速度,不仅适用于直线运动,也适用于曲线运动。时间越短,平均速度越接近于瞬时速度。
- 4. 速度、速度的变化量和加速度的关系
  - 速度的大小与加速度的大小没有必然联系.
  - 速度变化量与加速度没有必然的联系,速度变化量的大小由加速度和速度变化的时间决定.
  - $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 是加速度的定义式; 加速度的决定式是 $a = \frac{F}{m}$ ,即加速度的大小由物体受到的合力F和物体的质量m共同决定,加速度的方向由合力的方向决定.
  - 速度增大或减小由速度与加速度的方向关系决定



- △ 练习 1.4 一质点在x轴上运动,初速度 $v_0 > 0$ ,加速度a > 0,当加速度a的值由零逐渐增大到某一值后再逐渐减小到零,则该质点( B )
  - A. 速度先增大后减小, 直到加速度等于零为止
  - B. 速度一直在增大,直到加速度等于零为止
  - C. 位移先增大,后减小,直到加速度等于零为止
  - D. 位移一直在增大,直到加速度为0为止
  - 解 由于加速度的方向始终与速度方向相同,质点速度逐渐增大,当加速度减小到零时,速度达到最大值,选项A错误,B正确;位移逐渐增大,当加速度减小到零时,速度不再变化,位移将随时间继续增大,选项C、D错误.
- Ŷ 注意 对加速度大小和方向的进一步理解



### 1.2 匀变速直线运动的规律及应用

#### 1.2.1 知识梳理

- 1. 基本规律
  - 速度公式:  $v = v_0 + at$ .
  - 位移公式:  $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ .
  - 位移速度关系式:  $v^2 v_0^2 = 2ax$ .
- 2. 两个重要推论
  - 物体在一段时间内的平均速度等于这段时间中间时刻的瞬时速度,还等于初、 末时刻速度矢量和的一半,即 $v_{\frac{r}{2}} = \frac{v_0 + v}{2}$ ..
  - 任意两个连续相等的时间间隔T内的位移之差为一恒量,即 $\Delta x = x_2 x_1 = x_3 x_2 = \dots = x_n x_{n-1} = aT^2$ ..
- $3. v_0 = 0$ 的四个重要推论
  - 1T末、2T末、3T末・・・・・瞬时速度的比为 $v_1: v_2: v_3: \ldots: v_n = 1:2:3: \ldots: n$ ...
  - 1T内、2T内、3T内······位移的比为 $x_1: x_2: x_3: \ldots: x_0 = 1^2: 2^2: 3^2: \ldots: n^2$ .
  - 第一个T内、第二个T内、第三个T内·······位移的比为 $x_{\text{I}}: x_{\text{II}}: x_{\text{II}}: \dots: x_n = 1:$  3:5:...:(2n-1).
  - 从静止开始通过连续相等的位移所用时间的比为 $t_1:t_2:t_3:\ldots:t_n=1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2}):\ldots:(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}).$
- 4. 自由落体运动
  - 条件: 物体只受重力, 从静止开始下落...
  - 基本规律:
    - 速度公式v = gt;
    - 位移公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ ;
    - 速度位移关系式 $v^2 = 2gh$ .
- 5. 竖直上抛运动
  - 运动特点:加速度为g,上升阶段做匀减速直线运动,下降阶段做自由落体运动。
  - 基本规律:
    - 速度公式 $v = v_0 gt$ ;
    - 位移公式 $h = v_0 t \frac{1}{2} g t^2$ ;
    - 速度位移关系式 $v^2 v_0^2 = -2gh$ .

### 1.3 运动图象追及和相遇问题

#### 1.3.1 知识梳理

1. 直线运动的x-t图象

- 意义: 反映了直线运动的物体位移随时间变化的规律.
- 图线上某点切线的斜率的意义
  - 斜率大小:表示物体速度的大小
  - 斜率的正负:表示物体速度的方向
- 两种特殊的x-t图象
  - ◆ 若x-t图象是一条平行于时间轴的直线,说明物体处于静止状态. (如图 所示甲图线)
  - ◆ 若x-t图象是一条倾斜的直线,说明物体在做匀速直线运动.(如图所示 乙图线)

#### 2. 直线运动的v-t图象

- 意义: 反映了直线运动的物体速度随时间变化的规律.
- 图线上某点切线的斜率的意义.
  - ▶ 斜率的大小:表示物体加速度的大小
  - ▲ 斜率的正负:表示物体加速度的方向
- 。两种特殊的v-t图象
  - ◆ 匀速直线运动的v-t图象是与横轴平行的直线. (如图所示甲图线)
  - ▲ 匀变速直线运动的v-t图象是一条倾斜的直线. (如图所示乙图线)
- 图线与坐标轴围成的"面积"的意义
  - ▲图线与坐标轴围成的"面积"表示相应时间内的位移.
  - ◆ 若此面积在时间轴的上方,表示这段时间内的位移方向为正方向,若此面积在时间轴的下方,表示这段时间内的位移方向为负方向.

#### 3. 追及和相遇问题

- 两类追及问题.
  - ◆若后者能追上前者,追上时,两者处于同一位置,且后者速度一定不小于前者速度.
  - ▲ 若追不上前者,则当后者速度与前者相等时,两者相距最近
- 两类相遇问题
  - 。同向运动的两物体追及,追上时即相遇
  - ■相向运动的物体,当各自发生的位移大小之和等于开始时两物体间的距 离时即相遇

### 第2章 相互作用

### 2.1 重力 弹力 摩擦力

#### 2.1.1 知识梳理

- 1. 重力
  - 产生: 由于地球的吸引而使物体受到的力
  - 大小: 与物体的质量成正比, 即G = mg.可用弹簧测力计测量重力.
  - 方向: 总是竖直向下的
  - 重心: 其位置与物体的质量分布和形状有关
- 2. 弹力
  - 定义: 发生弹性形变的物体由于要恢复原状而对与它接触的物体产生的作用力
  - 产生的条件
    - 物体间直接接触;
    - ▲ 接触处发生弹性形变
  - 方向: 总是与物体形变的方向相反
- 3. 胡克定律
  - 内容: 在弹性限度内,弹力的大小跟弹簧伸长(或缩短)的长度x成正比.
  - 表达式: F = kx.k是弹簧的劲度系数,由弹簧自身的性质决定,单位是牛顿每米,用符号N/m表示. x是弹簧长度的变化量,不是弹簧形变以后的长度.
- 4. 滑动摩擦力和静摩擦力的对比滑动摩擦力大小的计算公式 $F_f = \mu F_N$ 中为比例常数,

表 2.1: 滑动摩擦力和静摩擦力的对比

	比较项目	静摩擦力	滑动摩擦力
_	定义 产生条件 大小关系	两相对静止的物体间的摩擦力 ①接触面粗糙 ②接触处有压力 。③两物体间又相对运动趋势 $x \leq l$	两相对运动的物体间的摩 ①接触面粗糙 ②接触 路程是位移被无限分割后 所分的各小段位移的绝对

称为动摩擦因数,其大小与两个物体的材料和接触面的粗糙程度有关.

#### 2.1.2 考法拓展

### 2.2 力的合成与分解

#### 2.2.1 知识梳理

1. 力的合成

- 合力与分力
  - ◆定义:如果几个力共同作用产生的效果与一个力的作用效果相同,这一个力就叫做那几个力的合力,那几个力叫做这一个力的分力
  - ▶ 关系: 合力与分力是等效替代关系
- 共点力: 作用在物体的同一点,或作用线的延长线交于一点的几个力
- 力的合成
  - ▶ 定义: 求几个力的合力的过程
  - ▲ 运算法则
    - 平行四边形定则:求两个互成角度的共点力的合力,可以用表示这两个力的线段为邻边作平行四边形,这两个邻边之间的对角线就表示合力的大小和方向(图甲).
    - 三角形定则:把两个矢量的首尾顺次连接起来,第一个矢量的首到第二个矢量的尾的有向线段为合矢量(图乙).

#### 2. 力的分解

- 定义: 求一个力的分力的过程,力的分解是力的合成的逆运算
- 遵循的原则
  - 平行四边形定则
  - ▲ 三角形定则
- 分解方法
  - 力的作用效果分解法
  - ▲ 正交分解法
- 3. 矢量和标量
  - ◆ 矢量既有大小又有方向的物理量,相加时遵循平行四边形定则.如速度、力等.
  - 标量 只有大小没有方向的物理量,求和时按算术法则相加.如路程、动能等.

#### 2.2.2 考法拓展

### 2.3 受力分析共点力的平衡

#### 2.3.1 知识梳理

- 1. 受力分析
  - 定义: 把指定物体(研究对象)在特定的物理环境中受到的所有外力都找出来, 并画出受力图,这个过程就是受力分析.
  - 受力分析的顺序: 先找重力,再找接触力(弹力、摩擦力),最后分析电场力、 磁场力及其他力.
  - 受力分析的步骤

- 明确研究对象──确定分析受力的物体,研究对象可以是单个物体,也可以是多个物体的组合.
- ●隔离物体分析——将研究对象从周围物体中隔离出来,进而分析物体受的重力、弹力、摩擦力、电磁力等,检查周围有哪些物体对它施加了力的作用
- ■出受力示意图──边分析边将力一一画在受力示意图上,准确标出方向
- ◆检查画出的每一个力能否找出它的施力物体,检查分析结果能否使研究 对象处于题目所给的运动状态,否则,必然发生了漏力、添力或错力现 象

#### 2. 共点力的平衡

- 平衡状态: 物体处于静止或匀速直线运动状态
- 共点力的平衡条件:  $F_{\Phi} = 0$ 或者  $\begin{cases} F_x = 0 \\ F_y = 0 \end{cases}$
- 平衡条件的推论
  - □ 二力平衡:如果物体在两个共点力的作用下处于平衡状态,这两个力必 定大小相等、方向相反,为一对平衡力
  - 三力平衡:如果物体在三个共点力的作用下处于平衡状态,其中任意两个力的合力一定与第三个力大小相等、方向相反
  - ◆ 多力平衡:如果物体受多个力作用处于平衡状态,其中任何一个力与其余力的合力大小相等、方向相反

## **全** 注意

- 物体在某一时刻速度为零时, 物体不一定处于平衡状态
- ●在多个共点力作用下的物体处于静止状态,如果其中一个力消失其他力保持不变,物体沿消失的力的反方向做初速度为零的匀加速直线运动

#### 2.3.2 考法拓展

### 第3章 牛顿运动定律

### 3.1 牛顿第一、第三定律

#### 3.1.1 知识梳理

- 1. 牛顿第一定律
  - 内容:一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态,直到有外力迫使它改变这种状态为止
  - 意义
    - ▲ 指出了一切物体具有惯性,因此牛顿第一定律又称惯性定律
    - ◆指出力不是维持物体运动状态的原因,而是改变物体运动状态的原因, 即力是产生加速度的原因
    - ▲ 当物体不受力时,物体总保持匀速直线运动状态或静止状态
  - 。惯性
    - 定义: 物体具有保持原来匀速直线运动状态或静止状态的性质
    - ●量度:质量是物体惯性大小的唯一量度,与物体的运动状态、受力情况、 地理位置均无关,质量大的物体惯性大,质量小的物体惯性小
    - ▲ 普遍性: 惯性是物体的固有属性, 一切物体都有惯性
- 2. 牛顿第三定律
  - 作用力和反作用力:两个物体之间的作用总是相互的,一个物体对另一个物体施加了力,另一个物体同时对这个物体也施加了力
  - 内容:两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等、方向相反、作用在 同一条直线上
  - 表达式: F = −F′
  - 意义: 建立了相互作用物体之间的联系及作用力与反作用力的相互依赖关系

#### 3.1.2 考法拓展

### 3.2 牛顿第二定律两类动力学问题

#### 3.2.1 知识梳理

- 1. 牛顿第二定律
  - 内容:物体加速度的大小跟它受到的作用力成正比,跟它的质量成反比.加速度的方向与作用力的方向相同.
  - 表达式: F = ma, F = 5a具有瞬时对应关系.
  - 适用范围:

- ◆牛顿第二定律只适用于惯性参考系(相对地面静止或做匀速直线运动的参 考系).
- ◆牛顿第二定律只适用于宏观物体(相对于分子、原子)、低速运动(远小于 光速)的情况.
- 2. 动力学两类基本问题
  - 动力学两类基本问题
    - 。已知受力情况,求物体的运动情况
    - 已知运动情况, 求物体的受力情况
  - 解决两类基本问题的方法:以加速度为"桥梁",由运动学公式和牛顿运动定律列方程求解,具体逻辑关系如图所示.

#### 3.2.2 考法拓展

### 3.3 牛顿运动定律的综合应用

#### 3.3.1 知识梳理

- 1. 超重和失重
  - 。实重与视重
    - ▲ 实重: 物体实际所受的重力,与物体的运动状态无关
    - 视重: 当物体挂在弹簧测力计下或放在水平台秤上时,弹簧测力计或台秤的示数称为视重; 视重大小等于弹簧测力计所受物体的拉力或台秤所受物体的压力
  - 超重、失重和完全失重的比较
- 2. 连接体问题
  - 整体法和隔离法
    - ●整体法:当连接体内(即系统内)各物体的加速度相同时,可以把系统内的 所有物体看成一个整体,分析其受力和运动情况,运用牛顿第二定律对 整体列方程求解的方法.
    - ▶隔离法:当求系统内物体间相互作用的内力时,常把某个物体从系统中隔离出来,分析其受力和运动情况,再用牛顿第二定律对隔离出来的物体列方程求解的方法.
  - 。动力学图象
    - ▲ 三种图象: v-t图象、a-t图象、F-t图象
    - ▲图象间的联系:加速度是联系v-t图象与F-t图象的桥梁

#### 3.3.2 考法拓展

## 第4章 曲线运动 万有引力与航天

- 4.1 曲线运动 运动的合成与分解
- 4.2 抛体运动的规律及应用
- 4.3 圆周运动的规律及应用
- 4.4 第13讲万有引力与航天

## 第5章 机械能及其守恒定律

- 5.1 功和功率
- 5.2 动能定理及其应用
- 5.3 机械能守恒定律及其应用
- 5.4 功能关系能量守恒定律

## 第6章 动量守恒定律及其应用

# 第7章 静电场

# 第8章 恒定电流

# 第9章 磁场

# 第10章 电磁感应

# 第11章 交变电流 传感器

## 第 12 章 波粒二象性 原子结构与原子核

# 第 13 章 热学(选修3-3)

# 第 14 章 振动和波 光 相对论(选修3-4)

### 参考文献

- [1] LI Q, CHEN L, ZENG Y. The Mechanism and Effectiveness of Credit Scoring of P2P Lending Platform: Evidence from Renrendai.com[J]. China Finance Review International, 2018, 8(3):256-274.
- [2] CARLSTROM C T, FUERST T S. Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations: A Computable General Equilibrium Analysis[J]. The American Economic Review, 1997:893-910.
- [3] QUADRINI V. Financial Frictions in Macroeconomic Fluctuations[J]. FRB Richmond Economic Quarterly, 2011, 97(3):209-254.
- [4] 方军雄. 所有制、制度环境与信贷资金配置[J]. 经济研究, 2007(12):82-92.
- [5] 刘凤良, 章潇萌, 于泽. 高投资、结构失衡与价格指数二元分化[J]. 金融研究, 2017(02):54-69.
- [6] 吕捷, 王高望. CPI 与 PPI "背离"的结构性解释[J]. 经济研究, 2015, 50(04):136-149.

# 附录 物理学史

本附录包括了

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \equiv x_1 + x_2 + \dots + x_n \tag{A.1}$$

## 附录 公式图表