2019 年普通高考学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学 I

注　意　事　项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 4 页，均为非选择题（第 1 题 ~ 第 20 题，共 20 题）。本卷满分为 160 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。
4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其它位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

参考公式：

样本数据 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的方差 $s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$，其中 $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$.

直棱柱的侧面积 $S=ch$，其中 c 为底面周长，h 为高.

棱柱的体积 $V=Sh$，其中 S 为底面积，h 为高.

一. 填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分, 共 70 分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1. 已知集合 $A=\{-1,0,1,6\}$，$B=\{x|x>0,x\in \mathrm{R}\}$，则 $A\cap B=$ ________________.
2. 已知复数 $(a+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})$ 的实部为 0，其中 i 为虚数单位，则实数 a 的值是 ________________.
3. 如图是一个算法流程图，则输出的 S 的值是 ________________.
4. 函数 $y=\sqrt{7+6x-x^2}$ 的定义域是 ________________.
5. 已知一组数据 6, 7, 8, 8, 9,10 ，则该组数据的方差是 ________________.
6. 从 3 名男同学和 2 名女同学中任选 2 名同学参加志愿者服务，则选出的 2 名同学中至少有 1 名女同学的概率是 ________________.
7. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 经过点 $(3,4)$，则其渐近线方程是 ________________.
8. 已知数列 $\{a_n\}\,(n\in \mathrm{N}^*)$ 是等差数列, S_n 是其前 n 项和. 若 $a_2a_5+a_8=0, S_9=27$, 则 S_8 的值是 ________________.
9. 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积是 120 , E 为 CC_1 的中点, 则三棱锥 $E-BCD$ 的体积是 ________________.
10. 在平面直角坐标系 xOy 中，P 是曲线 $y=x+\frac{4}{x}(x>0)$ 上的一个动点，则点 P 到直线 $x+y=0$ 的距离的最小值是 ________________.
11. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在曲线 $y=\ln x$ 上，且该曲线在点 A 处的切线经过点 $(-\mathrm{e},-1)$(e 为自然对数的底数)，则点 A 的坐标是 ________________.
12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 BC 的中点，E 在边 AB 上，$BE=2EA$，AD 与 CE 交于点 O. 若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$，则 $\frac{AB}{AC}$ 的值是 ________________.
13. 已知 $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}=-\frac{2}{3}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值是 ________________.

14. 设 $f(x),g(x)$ 是定义在 R 上的两个周期函数, $f(x)$ 的周期为 4, $g(x)$ 的周期为 2, 且 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x\in(0,2]$ 时, $f(x)=\sqrt{1-(x-1)^2}, g(x)=\begin{cases} k(x+2), & 0<x\leqslant 1 \\ -\dfrac{1}{2}, & 1<x\leqslant 2 \end{cases}$,其中 $k>0$. 若在区间 $(0,9]$ 上，关于 x 的方程 $f(x)=g(x)$ 有 8 个不同的实数根，则 k 的取值范围是 ________________.

二. 解答题: 本大题共 6 小题，共计 90 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c.

(1) 若 $a=3c, b=\sqrt{2}, \cos B=\dfrac{2}{3}$，求 c 的值;

(2) 若 $\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{2b}$ ，求 $\sin\left(B+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的值.

16. (本小题满分 14 分)

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D,E 分别为 BC,AC 的中点，$AB=BC$.

求证:

(1) $A_1B_1 \parallel$ 平面 DEC_1;

(2) $BE\perp C_1E$.

17. (本小题满分 14 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 C:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦点为 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$. 过 F_2 作 x 轴的垂线 l，在 x 轴的上方，l 与圆 F_2:$(x-1)^2+y^2=4a^2$ 交于点 A，与椭圆 C 交于点 D. 连结 AF_1 并延长交圆 F_2 于点 B，连结 BF_2 交椭圆 C 于点 E，连接 DF_1. 已知 $DF_1=\dfrac{5}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 求点 E 的坐标.

18. (本小题满分 16 分)

如图，一个湖的边界是圆心为 O 的圆，湖的一侧有一条直线型公路 l，湖上有桥 AB(AB 是圆 O 的直径). 规划在公路 l 上选两个点 P、Q，并构建两段直线型道路 PB、QA，规划要求: 线段 PB、QA 上的所有点到点 O 的距离均不小于圆 O 的半径. 已知点 A,B 到直线 l 的距离分别为 AC 和 BD(C、D 为垂足)，测得 $AB=10, AC=6, BD=12$ (单位: 百米).

(1) 若道路 PB 与桥 AB 垂直，求道路 PB 的长；

(2) 在规划要求下，P 和 Q 中能否有一个点选在 D 处? 并说明理由;

(3) 在规划要求下，若道路 PB 和 QA 的长度均为 d (单位: 百米)，求当 d 最小时，P、Q 两点间的距离.

19. (本小题满分 16 分)

设函数 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

(1) 若 $a=b=c, f(4)=8$，求 a 的值；

(2) 若 $a\neq b, b=c$，函数 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 的零点均在集合 $\{-3,1,3\}$ 中，求 $f(x)$ 的极小值;

(3) 若 $a=0, 0<b\leqslant 1, c=1$，且 $f(x)$ 的极大值为 M，求证:$M\leqslant \dfrac{4}{27}$.

20. (本小题满分 16 分)

定义首项为 1 且公比为正数的等比数列为“$M-$ 数列”.

(1) 已知等比数列 $\{a_n\}(n\in \mathrm{N}^*)$ 满足:$a_2a_4=a_5, a_3-4a_2+4a_1=0$，求证: 数列 $\{a_n\}$ 为“$M-$ 数列”；

(2) 已知数列 $\{b_n\}(m\in \mathrm{N}^*)$ 满足:$b_1=1, \dfrac{1}{S_n}=\dfrac{2}{b_n}-\dfrac{2}{b_{n+1}}$, 其中 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

① 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

② 设 m 为正整数，若存在“$M-$ 数列”$\{c_n\}(c\in \mathrm{N}^*)$，对任意正整数 k，当 $k\leqslant m$ 时，都有 $c_k\leqslant b_k\leqslant c_{k+1}$ 成立，求 m 的最大值.

2019 年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）
数学 II（附加题）

注　意　事　项
考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求 1. 本试卷共 2 页，均为非选择题（第 21 题 ~ 第 23 题）。本卷满分为 40 分，考试时间为 30 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。 2. 答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。 3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。 4. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其它位置作答一律无效。 5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

21.【选做题】本题包括 A、B、C 三小题，请选定其中两题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两题评分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A. [选修 4 – 2: 矩阵与变换] (本小题满分 10 分)

已知矩阵 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$.

(1) 求 $\mathbf{A}^2$;

(2) 求矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值.

B. [选修 4 – 4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在极坐标系中，已知两点 $A\left(3, \frac{\pi}{4}\right), B\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}\right)$，直线 l 的方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3$.

(1) 求 A, B 两点间的距离;

(2) 求点 B 到直线 l 的距离.

C. [选修 4 – 5: 不等式选讲]　(本小题满分 10 分)

设 $x \in \mathrm{R}$，解不等式 $|x| + |2x-1| > 2$.

【必做题】第 22 题、第 23 题，每小题 10 分，共计 20 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

22. (本小题满分 10 分)

设 $(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n, n\geqslant 4, n\in\mathbf{N}^*$. 已知 $a_3^2=2a_2a_4$.

(1) 求 n 的值;

(2) 设 $(1+\sqrt{3})^n=a+b\sqrt{3}$, 其中 $a,b\in\mathbf{N}^*$，求 a^2-3b^2 的值.

23. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，设点集 $A_n=\{(0,0),(1,0),(2,0),\cdots,(n,0)\}$，$B_n=\{(0,1),(n,1)\}$，$C_n=\{(0,2),(1,2),(2,2),\cdots,(n,2)\},n\in\mathbf{N}^*$. 令 $M_n=A_n\cup B_n\cup C_n$. 从集合 M_n 中任取两个不同的点，用随机变量 X 表示它们之间的距离.

(1) 当 $n=1$ 时，求 X 的概率分布；

(2) 对给定的正整数 $n(n\geqslant 3)$，求概率 $P(X\leqslant n)$（用 n 表示).