Problem 1 - including losses!

a) Welche Kapazitten benötigen solar und wind?

$$\langle \Delta(t) \rangle = \langle L(t) - G \cdot g(t) \rangle \overset{!}{=} 0$$

Norden:

$$\begin{aligned}
\langle L^N - G_w^N \cdot g_w^N(t) \rangle &= \frac{1}{T} \int_0^T L^N - G_w^N \cdot g_w^N(t) \text{ d}t \\
&= L^N - \frac{1}{T} \int_0^T G_w^N \cdot c_w \left(1 + A_w \sin\left(\omega_w t\right)\right) \\
&\overset{(T=364d)}{=} L^N - G_w^N \cdot c_w \overset{!}{=} 0
\end{aligned}$$

Also, $G_w^N = \frac{L^N}{c_w} = \frac{A_l^N}{c_w} = 66.7$ GW.

Analog im Süden: $G_s^S = \frac{L^S}{c_s} = 250$ GW.

b) Den Mismatch zwischen Generationsflotte und Speicher auslgeichen...

$$\begin{aligned}
G_{st,store} &= -\min_t \left(L(t) - G \cdot g(t)\right) \eta_{store} \qquad (G \cdot g(t) > L \rightarrow \text{speichern!}) \\
G_{st,dispa} &= \max_t \left(L(t) - G \cdot g(t)\right) \eta_{dispa}^{-1} \quad (L > G \cdot g(t) \rightarrow \text{einspeisen!})
\end{aligned}$$

Es gibt jetzt 4 verschiedene Flle:

- $G_{st,store,h}^N$ & $G_{st,dispa,h}^N$
- $G_{st,store,b}^N$ & $G_{st,dispa,b}^N$
- $G_{st,store,h}^S$ & $G_{st,dispa,h}^S$
- $G_{st,store,b}^S$ & $G_{st,dispa,b}^S$

Erstmal allgemein:

$$\begin{aligned}
G_{st,dispa}^N &= \max_t \left(L^N - G_w^N \cdot g_w^N(t)\right) \eta_{dispa}^{-1} \\
&= \max_t \left(A_l^N - \frac{A_l^N}{c_w} c_w \left(1 + A_w \sin\left(\omega_w t\right)\right)\right) \eta_{dispa}^{-1} \\
&= \max_t \left(-A_l^N A_w \sin\left(\omega_w t\right)\right) \eta_{dispa}^{-1} \\
&= A_l^N A_w \eta_{dispa}^{-1}
\end{aligned}$$

Wegen der Symmetrie von $g(t)$ sowohl im Norden als auch im Süden, gilt $-\min_t (L - G \cdot g(t)) = \max_t (L - G \cdot g(t))$, und daher auch:

$$G^N_{st,store} = A^N_l A_w \eta_{store} \,.$$

Einsetzen ergibt:

- $G^N_{st,store,h} = 13.5\text{GW}$
  $G^N_{st,dispa,h} = 44.44\text{GW}$

- $G^N_{st,store,b} = 16.2\text{GW}$
  $G^N_{st,dispa,b} = 20\text{GW}$

- $G^S_{st,store,h} = 22.5\text{GW}$
  $G^S_{st,dispa,h} = 74.07\text{GW}$

- $G^S_{st,store,b} = 27GW$
  $G^S_{st,dispa,b} = 33.33\text{GW}$

c) Welche Speicherkapazität wird benotigt?

$$\begin{aligned} E^N_{st} &= \max_t \left(\int_0^t G \cdot g(t) - L(t) \right) \eta_{store} \\ &= 2 \frac{A^N_l A_w}{\omega_w} \eta_{store} \end{aligned}$$

Daraus ergeben sich:

- $E^N_{st,b} = 866$ GWh
- $E^N_{st,h} = 721$ GWh
- $E^S_{st,b} = 206$ GWh
- $E^S_{st,h} = 171$ GWh

d) Welchen Speicher benutzen wir?

- $P_h^N = 750\frac{E}{kW} \cdot \max\{G^N_{st,store,h},\ G^N_{st,dispa,h}\} + 10 \cdot \frac{E}{kWh} E^N_{st,h} = 40.54 \cdot 10^9 E$
- $P_b^N = 300\frac{E}{kW} \cdot \max\{G^N_{st,store,b},\ G^N_{st,dispa,b}\} + 200 \cdot \frac{E}{kWh} E^N_{st,b} = 179.2 \cdot 10^9 E$
- $P_h^S = 750\frac{E}{kW} \cdot \max\{G^S_{st,store,h},\ G^S_{st,dispa,h}\} + 10 \cdot \frac{E}{kWh} E^S_{st,h} = 57.26 \cdot 10^9 E$
- $P_b^S = 300\frac{E}{kW} \cdot \max\{G^S_{st,store,b},\ G^S_{st,dispa,b}\} + 200 \cdot \frac{E}{kWh} E^S_{st,b} = 51.199 \cdot 10^9 E$

$\Rightarrow$ Im Norden hydrogen, im Süden battery.

e) Mit Übertragungsleitungen

Hier wieder ohne Verluste. Wegen $P^N_{w+h} < P^S_{s+h}$, wird Energie vom Norden in den Sden bertragen. Auerdem gilt $E^N + E^S = 50GW$.

$$\begin{aligned}
P_{tot} &= \frac{E^N \cdot P^N_{w+h} + E^S \cdot P^S_{s+h} + (E^N - E^S) \cdot 200€kM^{-1}}{E^N + E^S} \\
&\overset{(E^S=50GW-E^N)}{=} \frac{E^N \cdot P^N_{w+h} + (50GW - E^N) \cdot P^S_{s+h} + (2E^N - 50GW) \cdot 200€kW^{-1}}{50GW} \\
&= \frac{E^N(P^N_{w+h} - P^S_{s+h} + 400kW^{-1}) + 50GW(P^S_{s+h} - 200€kW^{-1})}{50GW}
\end{aligned}$$

Minimieren ergibt: Der Faktor hinter E^N ist negativ $\rightarrow$ E^N = 50GW und E^S = 0GW.

$$\min P_{tot} = 5.2 \cdot 10^9 €GW^{-1}$$

Ohne Transmission:

$$\min P_{tot} = 5.6 \cdot 10^9 €GW^{-1}$$

Es ist also kosteneffizienter, die Leitungen zu bauen!