

# Principios de conteo

por Ana Camila Cuevas González

17/08/2023

## 1. Principio aditivo

Hay veces en las que se tienen situaciones en las que contamos por casos aparte. Por ejemplo, tengo 5 lápices (rojo, azul, amarillo, verde y rosa, respectivamente) y 3 plumas (negra, azul y roja, respectivamente) y quiero elegir una herramienta para escribir. Solamente quiero una, y me da igual cuál sea. Entonces tengo  $3+5=8$  opciones. Si además tengo 2 plumones (amarillo y rojo), en total tendré  $3+5+2=8$  opciones para escribir. Este principio es bastante intuitivo y sencillo, pero muy útil.

## 2. Principio multiplicativo

Normalmente se utiliza en situaciones en las que cada caso es independiente y suceden todos. Por ejemplo, si yo tengo 2 pantalones y blusas entonces tengo  $2 \times 3 = 6$  maneras de vestirme. Esto porque forzosamente me voy a poner un pantalón y una blusa, no me puedo poner 2 pantalones o ninguna blusa, por ejemplo.

## 3. Combinaciones y permutaciones

### Permutaciones

- ¿Cuántas formas tengo de ordenar las letras a, b, c, d? Aquí, tengo 4 opciones para escribir la primera letra, 3 para la segunda, 2 para la tercera, y la última pues queda asignada automáticamente. Entonces en total tengo  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  formas de acomodar estas letras. Esto es, precisamente,  $4!$ .

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

### Combinaciones

Combinaciones hay de muchos tipos: esto depende de si hay repeticiones, o de si hay que elegir de entre un conjunto más amplio. Veamos algunos ejemplos:

- Tengo 10 herramientas para escribir, justo los del ejemplo de Principio Aditivo, y voy a meter 2 a la lapicera. Entonces primero tengo 10 opciones, después de agarrar una herramienta me quedan 9 opciones. Entonces tengo  $10 \times 9$  opciones... pero, aquí no estamos considerando que, a la mejor,

primero agarramos un lápiz rojo y luego el lápiz azul, y en otra ocasión pude haber elegido un lápiz azul y luego el lápiz rojo. Entonces nos damos cuenta de que se repiten estos casos, donde elegimos ab y luego ba. Entonces  $10 \times 9$  lo dividimos entre  $2!$ , que son las permutaciones que se repiten esto es 45 en total.

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

#### 4. Problemas

Ya vimos varios ejemplos de ejercicios sencillos. Surgirán algunas dudas durante la resolución de problemas, sobre todo de combinatoria, pero estas dudas solo pueden irse resolviendo problemas. En la siguiente sección dejaré varios problemas, según yo en orden de dificultad pero eso es subjetivo.

1. Una persona tiene 4 camisas, 6 pantalones, 5 pares de calcetines y 2 pares de zapatos. ¿De cuántas formas distintas puede vestirse?
2. Se quiere escoger un libro de entre 3 materias: matemáticas, historia y biología. Hay 6 libros de Matemática, 9 de Historia y 4 de Biología. ¿Cuántas opciones para escoger un libro tenemos?
3. ¿De cuántas formas se puede elegir un grupo de 3 personas entre un grupo total de 10?
4. ¿Cuántas palabras de 3 letras pueden hacerse con un alfabeto de 3 letras distintas?
5. ¿Cuántas placas distintas hay con dos letras a la izquierda y tres números a la derecha? Considera que el alfabeto que usamos tiene 27 letras y los números son del 0 al 9.
6. De la ciudad A a la ciudad B hay 5 caminos y de la ciudad B a la ciudad C hay 29 caminos. ¿Cuántos caminos hay de A a C, pasando siempre por B?

7. ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares  $\{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$  ?
8. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar, si el primer dígito (de izquierda a derecha) debe ser impar y el último dígito debe ser par?
9. A una reunión asisten 8 personas y se intercambian saludos entre todos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?
10. Se tienen 6 banderas de señalización: dos rojas, dos verdes y dos azules. ¿Cuántas señales distintas pueden hacerse con una o dos banderas a la vez, considerando que banderas del mismo color son idénticas?
11. Dos sociedades deportivas tienen 20 esgrimistas cada una. Si hay que elegir a 3 de entre las dos sociedades, ¿de cuántas maneras puede hacerse?
12. Juan quiere pintar su cuarto de dos colores diferentes y tiene pintura blanca, negra, gris, azul y verde. ¿Cuántas opciones tiene para pintar su cuarto?
13. En una competencia de matemáticas participaron 60 estudiantes. ¿De cuántas maneras se pueden repartir los primeros tres lugares?
14. Hay 5 diferentes tazas, 3 diferentes platos y 4 diferentes cucharas en un juego de té. ¿Cuántas maneras diferentes hay de elegir 2 elementos, uno de cada tipo? Por ejemplo, un plato y una cuchara...

## Referencias

Andreescu & Feng (2003). 102 Combinatorial Problems.

<https://rainymathboy.wordpress.com/wp-content/uploads/2011/01/102-combinatorial-problems.pdf>

Lulú (2016). Principios de Combinatoria. OMMBC.

[http://ommbc.org/sitio/Material/Combinatoria/C1\\_Principios.pdf](http://ommbc.org/sitio/Material/Combinatoria/C1_Principios.pdf)