

Mix preparación para la OMM femenil

Ana Camila Cuevas González

Mayo de 2024

1 Álgebra

1. **(Examen Concurso Femenil OMM Tamaulipas 2023, problema 1)** Aranza y Carlota jugarán un juego de 4 turnos que consiste en lo siguiente:

- En el primer turno, Aranza dirá un número entero.
- En el segundo turno Carlota sacará la raíz cuadrada y dirá el entero resultante (es decir, eliminando los decimales).
- En el tercer turno Aranza sacará la raíz cuadrada y dirá de nuevo solo la parte entera del resultado.
- En el último turno Carlota sacará de nuevo la raíz cuadrada y dirá solo la parte entera del resultado.

Si al terminar estos turnos, Carlota dice 1, Aranza gana el juego, pero si dice otro número o alguna dijo un número repetido, gana Carlota. ¿Cuáles son todos los números que puede decir Aranza al inicio para ganar?

2. **(Examen Concurso Femenil OMM Tamaulipas 2023, problema 2)** Abigail, Brenda, Claudia y Daniela están en un concurso de lanzar dados, pero los dados no son normales. Los dados son de seis caras: un dado rojo que tiene los números 3, 10, 10, 17, 17 y 24, el otro dado es azul y tiene los números 4, 11, 11, 18, 18 y 25. El concurso consiste en lanzar 20 veces ambos dados e ir sumando los números que caen en la cara superior, la que tenga el número mayor es la ganadora, sin embargo nadie comprobó que las participantes hicieran los lanzamientos, por lo que si se detecta alguna trampa, las participantes serán descalificadas. Finalmente Abigail dijo que obtuvo 385 puntos, Brenda dijo que obtuvo 994, Claudia dijo que 423 y Daniela dijo que 126. ¿Quién es la ganadora del concurso?

2 Geometría

3. **(Examen Concurso Femenil OMM Tamaulipas 2023, problema 3)** ABCDEFG es un heptágono regular de lado igual a 8. AC y BF se cortan en H. AF y CG se cortan en I. ¿Cuánto mide el segmento HI?

4. (**Concurso Nacional Femenil de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2022, problema 1**) Sea ABCD un cuadrilátero, E el punto medio del lado BC, y F el punto medio del lado AD. El segmento AC intersecta el segmento BF en M y el segmento DE en N. Si se sabe que el cuadrilátero MENF es paralelogramo, demuestra que ABCD también es paralelogramo.

3 Conteo

5. (**Concurso Nacional Femenil de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2023, problema 1**) Gabriela encontró una enciclopedia con 2023 páginas, numeradas del 1 al 2023. Se dio cuenta de que las páginas formadas solo por dígitos pares tienen una marca azul, y que cada 3 páginas desde la página 2 tienen una marca roja. ¿Cuántas páginas de la enciclopedia tienen ambos colores?
6. (**Examen Concurso Femenil OMM Tamaulipas 2023, problema 4**) María va a pintar 99 cuadros en negro de una cuadrícula de 2 x 100 con la condición de que no queden 2 cuadritos negros juntos (con un lado en común). ¿De cuántas maneras distintas puede María colorear la cuadrícula?

4 Teoría de Números

7. (**Segunda Etapa 36 OMM Tamaulipas 2022**) André, Belmaris, Claudia, Daniel, Elmer y Germán van a jugar a decir números en ese orden. André y Belmaris podrán elegir sus números, pero los siguientes deben decir el resultado de la multiplicación de los números que dijeron las dos personas antes que ellos, sin equivocarse. Si André dijo "2" y Germán dijo "6 075 000" (seis millones setenta y cinco mil), ¿qué número dijo Belmaris?
8. (**Concurso Nacional Femenil de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2022, problema 6**) Sean a y b enteros positivos tales que

$$\frac{5a^4 + a^2}{b^4 + 3b^2 + 4}$$

sea entero. Demuestra que a no es un número primo.