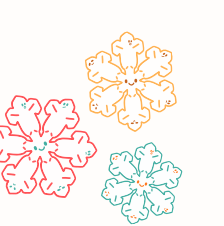

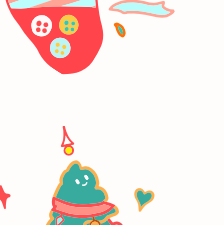

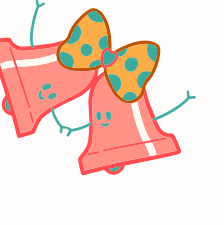

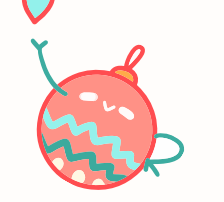




Christmas Challenge 2023

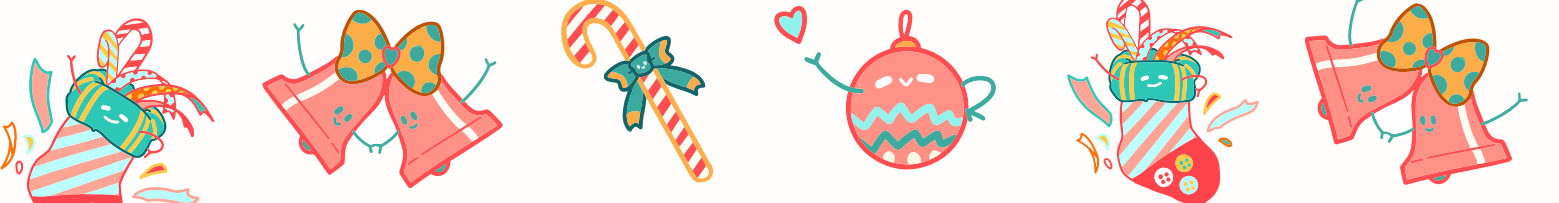


Bienvenidxs al primer reto matemático organizado por MAT root Project. Las instrucciones son las siguientes:


1. El examen consta de 15 problemas: 14 de respuesta corta y 1 de respuesta larga. Es decir, en los problemas del 1 al 14 solo se requiere escribir la respuesta numérica, mientras que en el 15 hay que escribir todo el procedimiento.
 2. La comunicación y distribución del trabajo entre los integrantes del equipo es totalmente libre.
 3. El examen tiene una duración de 2 horas.
 4. Una vez finalizado el examen, el líder deberá enviar un documento con todas las respuestas al correo camypowerr@gmail.com. Contará con 15 minutos para mandar dicho documento, el cual solo será aceptado en formato pdf o fotos.
 5. Está prohibido el uso de calculadora, formularios, búsquedas en Internet o consulta con personas ajenas al equipo.
 6. Si llegaste hasta aquí: recibirán 5 pts. extra los equipos que me manden varias fotos de gatitos navideños al grupo del equipo dentro de los 15 minutos de envío de respuestas (no es broma).
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 

Espero que se diviertan mucho, todo esto lo planeé para que disfrutaran sus vísperas Navideñas y las matemáticas al mismo tiempo. Es altamente probable que en futuras ocasiones lleve a cabo dinámicas similares, ¡no se las pierdan! Por último, muchas gracias por su interés:) Mucho éxito, y merri crisma.


Atte. Cams




1. Sea n el menor entero positivo múltiplo de 15 tal que todos sus dígitos son 8 o 0. Encuentra $n/15$.




2. Encuentra el número de enteros positivos n menores a 1000 tales que existe un real x que cumple que n es igual al producto de x y su parte entera (La parte entera de a es el mayor entero que es menor o igual que a).




3. Exceptuando los primeros dos términos, cada número de la secuencia $1000, x, 1000-x, 2x-1000, \dots$ se obtiene al substraer el término predecesor, del término anterior a ese. El último término de esta secuencia es el primer término negativo que se encuentre. ¿Cuál es el entero positivo x que genera la secuencia con máxima longitud?




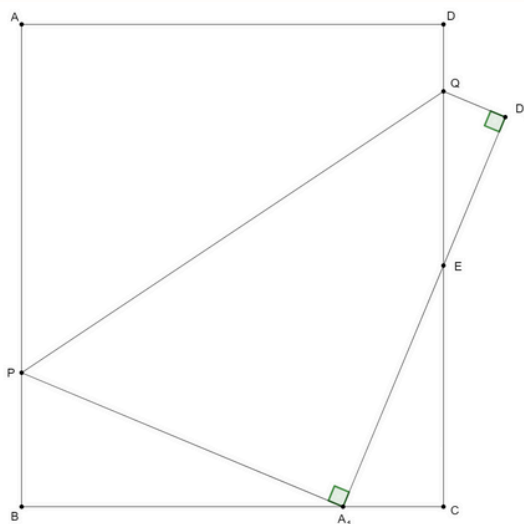
4. Encuentra todos los enteros positivos n para los cuales no existen n enteros positivos compuestos consecutivos menores que n !



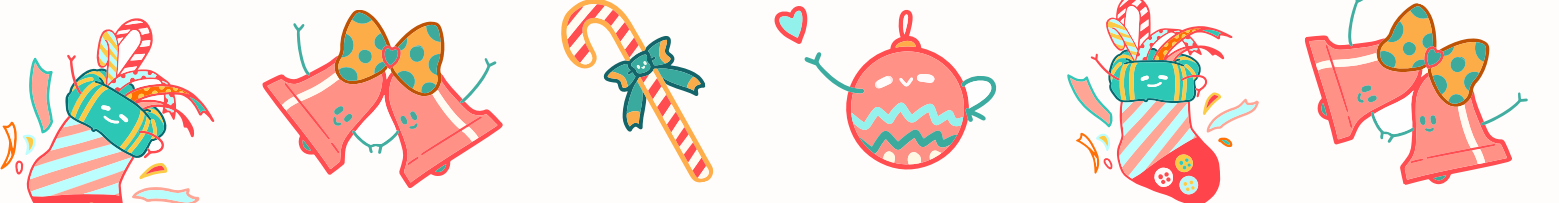
5. Encuentra todas las parejas de enteros (a, b) tales que se cumple $a \cdot b = \text{MCD}(a, b) + \text{mcm}(a, b)$.



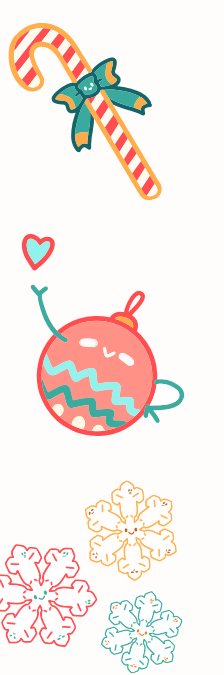
6. Una carta de forma rectangular $ABCD$ fue doblada a través del segmento PQ de manera que el vértice A queda en el punto A_1 del lado BC y el vértice D en el punto D_1 , como en la figura. Los segmentos AP , DQ y PB miden 26, 5, 10, respectivamente. Calcule el área de la hoja de papel.




7. Santa Claus escribió todos los números del 1 al 1000, ¿cuántas veces apareció el dígito 5?



8. Encuentra todas las triplas de reales (x,y,z) que cumplan:

$$\frac{x-2y}{y} + \frac{2y-4}{x} + \frac{4}{xy} = 0 \qquad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2.$$




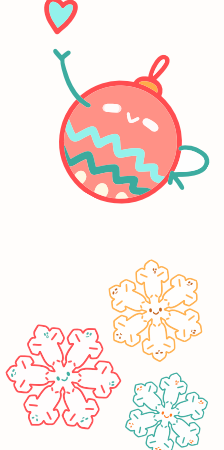
9. Encuentra todos los números de dos dígitos ab que cumplen que el cuadrado de este número termina en ab .

10. En un cuadrado de $n \times n$ con $n > 2$ se escriben números del 0 al n (un número por casilla) de manera que la suma de los números de cada subtablero de 2×2 es distinta, encuentra los posibles valores de n .

11. En Villa Navidad se quiere establecer un sistema de transporte con al menos dos líneas de autobús, que debe cumplir que:


- cada línea pase por exactamente 3 paradas
- cada dos líneas distintas tienen exactamente una parada en común
- para cada dos paradas de autobús distintas, existe una línea que pase por ambas.


Determina el número de paradas de autobús de la ciudad.




12. Sea $f(k) = 7k + 4$, encuentre la cantidad de cuadrados perfectos entre $f(1), f(2), f(3), \dots, f(2023)$.

13. Encuentra el valor de:

$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{2048}+1)$$




14. Dentro de un triángulo equilátero hay un punto cuyas distancias a los lados son 3, 4, 5. Encuentra el área de dicho triángulo.



15. (**Argumentación**) Camila y Mikel son duendes de Santa Claus y deben viajar 60 km para llegar a la ciudad. Camila camina a 5 km por hora y Mikel a 6 km por hora. Tienen un trineo en el que solo puede ir uno a la vez, que va a 10 km por hora. Camila empieza en trineo, luego lo deja y sigue a pie, y cuando Mikel llega a donde está el trineo (antes de eso iba a pie), lo recoge y se va en él. Llegan a la mitad del camino al mismo tiempo, luego descansan y repiten el proceso. Si salieron a las 10 am, ¿a qué hora llegan a la ciudad?

