Exercices de colle - MPSI

Camille DUBOIS

2021-2022

Chapitres

Calcul des latitudes/longitudes maximales à considérer pour améliorer la complexité de résolution

Rappelons que la distance entre deux points A et B de l'espace en coordonnées latitude/longitude s'écrit : $d_{AB} = R_T \arccos(\sin\Phi_A \sin\Phi_B + \cos\Phi_A \cos\Phi_B d\lambda)$, avec $\lambda = \lambda_A - \lambda_B$.

Ainsi, pour avoir un arrêt assez proche du point considéré, il faut en particulier qu'il soit aussi proche si les latitudes étaient égales et si les longitudes étaient égales. Ces considitions se traduisent au premier ordre - approximation justifiée par la distance de marche tolérée - par :

- *latitudes égales :* en faisant l'approximation des petits angles ($d\Phi << 1$), il vient naturellement comme condition : $|\Phi_{stop} - \Phi_{XY}| \leq d_{marche}/R_T$.

- *longitudes égales :* on développe la formule sus-citée avec $\Phi_A = \Phi_B$ et $d\lambda << 1$. On obtient : $d_{stop,XY} \approx \sqrt{\cos\Phi}|d\lambda|$.

En triant la liste des arrêts (complexité $n \log n$, n = nombre d'arrêts) par latitude croissante, on peut éliminer deux extrémités de la liste (qui ne vérifieraient pas la condition sur les latitudes) puis en triant la liste restante par longitude croissante on peut éliminer l'autre moitié de la liste (qui ne vérifieraient pas la condition sur les longitudes). Chaque étape "d'élimination" s'effectue par dichotomie (complexité $\log n$). Il reste ensuite à vérifier que les points restants ne sont pas seulement dans le carré de côté d_{marche} centré en (X, Y) mais qu'ils sont bien dans le cercle, ce qui est peu coûteux en complexité comparé au reste.

Finalement, on passe d'une complexité en $O(n^2)$ à une complexité en $O(n \log n)$. Ceci se ressent dans les performances puisque l'on traite des données de l'ordre de 10^4 arrêts.