

2019 年全国 1 高考



数学文科试卷

满分 150 分, 120 分钟完成, 允许使用计算器, 答案一律写在答题纸上.

微信关注公众号: 橘子数学

一、选择题 本大题共 12 小题, 共 60.0 分

1. 设 $z = \frac{3-i}{1+2i}$, 则 $|z| =$ _____ .

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. 1

2. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A = \{2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $B \cap C_U A =$ _____ .

A. $\{1, 6\}$

B. $\{1, 7\}$

C. $\{6, 7\}$

D. $\{1, 6, 7\}$

3. 已知 $a = \log_2 0.2, b = 2^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$, 则 _____ .

A. $a < b < c$

B. $a < c < b$

C. $c < a < b$

D. $b < c < a$

4. 古希腊时期, 人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 称为黄金分割比例), 著名的“断臂维纳斯”便是如此. 此外, 最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若某人满足上述两个黄金分割比例, 且腿长为 105cm , 头顶至脖子下端的长度为 26cm , 则其身高可能是 _____ .

A. 165cm

B. 175cm

C. 185cm

D. 190cm



图 1: 第 4 题

5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 _____ .

A. 见下图

B. 见下图

C. 见下图

D. 见下图

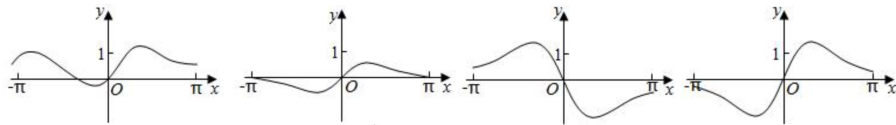


图 2: 第 5 题

6. 某学校为了解 1000 名新生的身体素质, 将这些学生编号为 $1, 2, \dots, 1000$, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测试, 若 46 号学生被抽到, 则下面 4 名学生中被抽到的是 _____ .

A. 8 号学生

B. 200 号学生

C. 616 号学生

D. 815 号学生

7. $\tan 255^\circ =$ _____ .

A. $-2 - \sqrt{3}$

B. $-2 + \sqrt{3}$

C. $2 - \sqrt{3}$

D. $2 + \sqrt{3}$

8. 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 且 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 _____ .

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

9. 如图是求 $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ 的程序框图, 图中空白框中应填入 _____ .

A. $A = \frac{1}{2 + A}$

B. $A = 2 + \frac{1}{A}$

C. $A = \frac{1}{1 + 2A}$

D. $A = 1 + \frac{1}{2A}$

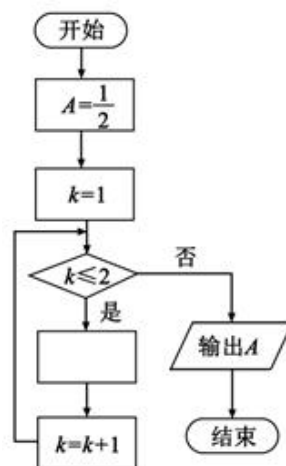


图 3: 第 9 题

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 130° , 则 C 的离心率为 _____ .

A. $2\sin 40^\circ$

B. $2\cos 40^\circ$

C. $\frac{1}{\sin 50^\circ}$

D. $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \sin A - b \sin B = 4c \sin C, \cos A = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{b}{c} =$ _____ .

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

12. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A, B 两点. 若 $|AF_2| = 2|F_2B|, |AB| = |BF_1|$, 则 C 的方程为 _____ .

A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

二、填空题 本大题共 4 小题, 共 20.0 分

13. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____ .

14. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1, S_3 = \frac{3}{4}$, 则 $S_4 =$ _____ .

15. 函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{3\pi}{2}) - 3\cos x$ 的最小值为 _____ .

16. 已知 $\angle ACB = 90^\circ, P$ 为平面 ABC 外一点, $PC = 2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC, BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为 _____ .

三、解答题 本大题共 7 小题, 共 82.0 分

17. 某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客, 每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价, 得到下面列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率;

(2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9 = -a_5$. (1) 若 $a_3 = 4$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 若 $a_1 > 0$, 求使得 $S_n \geq a_n$ 的 n 的取值范围.

19. 如图, 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1 = 4, AB = 2, \angle BAD = 60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.

(1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;

(2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.

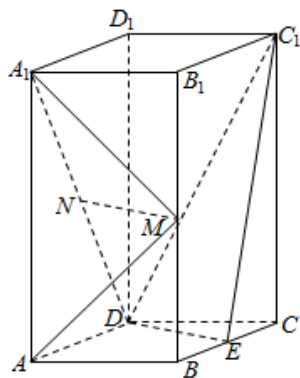


图 4: 第 19 题

20. 已知函数 $f(x) = 2\sin x - x\cos x - x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数. (1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 存在唯一零点; (2) 若 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围.

21. 已知点 A, B 关于坐标原点 O 对称, $|AB| = 4$, $\odot M$ 过点 A, B 且与直线 $x + 2 = 0$ 相切.

(1) 若 A 在直线 $x + y = 0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径;

(2) 是否存在定点 P , 使得当 A 运动时, $|MA| - |MP|$ 为定值? 并说明理由.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\cos\theta + \sqrt{3}\rho\sin\theta + 11 = 0$.

(1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;

(2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

23. 已知 a, b, c 为正数, 且满足 $abc = 1$. 证明:

(1) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2$;

(2) $(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24$.