2011 年全国普通高等学校招生统一考试 (上海卷)

数学 (理科)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将姓名、高考准考证号、校验码等填写清楚.
2. 本试卷共 24 道试题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

得分	评卷人

一. 填空题: 本大题共 14 题, 满分 56 分. 请在横线上方填写最终的、最准确的、最完整的结果. 每题填写正确得 4 分, 否则一律得 0 分.

1. 已知 $\boldsymbol{a}=(k,-9)$、$\boldsymbol{b}=(-1,k)$, $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为平行向量, 则 $k=$ ______ .

2. 若函数 $f(x)=x^{6m^2-5m-4}\,(m\in\mathbb{Z})$ 的图像关于 y 轴对称, 且 $f(2)<f(6)$, 则 $f(x)$ 的解析式为______ .

3. 若 $f(x+1)=x^2\,(x\leqslant 0)$, 则 $f^{-1}(1)=$ ______ .

4. 在 bg 糖水中含糖 ag $(b>a>0)$, 若再添加 mg 糖 $(m>0)$,

5. 已知 $f(x)=1-\mathrm{c}_8^1x+\mathrm{c}_8^2x^2-\mathrm{c}_8^3x^3+\cdots+\mathrm{c}_8^8x^8$, 则 $f\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)$ 的值是____________ .

6. 自然数 $1,2,3,\ldots,10$ 的方差记为 σ^2, 其中的偶数 $2,4,6,8,10$ 的方差记为 σ_1^2, 则 σ^2 与 σ_1^2 的大小关系为 σ^2 ______ σ_1^2.

7. 若 θ 为三角形的一个内角, 且 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{2}{3}$, 则方程 $x^2\csc\theta-y^2\sec\theta=1$ 表示的曲线的焦点坐标是______ .

8. 高为 h 的棱锥被平行于棱锥底面的截得棱台侧面积是原棱锥的侧面积的 $\frac{5}{9}$, 则截得的棱台的体积与原棱锥的体积之比是______ .

9. 以椭圆 $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ 的右焦点为圆心, 且与双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的渐近线相切的圆方程是________ .

10. 若 $\sqrt{\sin x}$ 是有理数且 x 不是 $\frac{\pi}{6}$ 的整数倍, 则 x 可能取的值是________ .(只要求写出一个)

11. 马路上有编号 1 到 10 的 10 盏路灯, 为节约用电又不影响照明, 可以关掉其中的 3 盏, 但又不能同时关掉相邻的两盏, 也不能关掉两端的路灯, 满足条件的关灯方法有______ 种.

12. 以椭圆 $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ 的右焦点为圆心, 且与双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的渐近线相切的圆方程是________ .

13. 若 $\sqrt{\sin x}$ 是有理数且 x 不是 $\frac{\pi}{6}$ 的整数倍, 则 x 可能取的值是________ .(只要求写出一个)

14. 马路上有编号 1 到 10 的 10 盏路灯, 为节约用电又不影响照明, 可以关掉其中的 3 盏, 但又不能同时关掉相邻的两盏, 也不能关掉两端的路灯, 满足条件的关灯方法有______ 种.

15. 以椭圆 $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ 的右焦点为圆心, 且与双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的渐近线相切的圆方程是________ .

得分	评卷人

二. 选择题：本大题共 4 题，满分 16 分. 请选择你认为最正确的答案（每小题有且只有一个）写在括号内. 每题填写正确得 4 分，否则得 0 分.

16. 已知集合 $A=\{x\mid |x-1|<3\}$, 集合 $B=\{y|y=x^2+2x+1, x\in\mathbb{R}\}$, 则 $A\cap \complement_U B$ 为_______ .

(A) $[0,4)$

(C) $(-2,0)$

17. 若 a、b 是直线, α、β 是平面, 则以下命题中真命题是_______ .

(A) 若 a、b 异面, $a\subset\alpha, b\subset\beta$, 且 $a\perp b$, 则 $\alpha\perp\beta$

(B) 若 $a\parallel b$, $a\subset\alpha$, $b\subset\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$

(C) 若 $a\parallel\alpha$, $b\subset\beta$, 则 a、b 异面

(D) 若 $a\perp b$, $a\perp\alpha, b\perp\beta$, 则 $\alpha\perp\beta$

18. 已知集合 $A=\{x\mid |x-1|<3\}$, 集合 $B=\{y|y=x^2+2x+1, x\in\mathbb{R}\}$, 则 $A\cap \complement_U B$ 为_______ .

(A) $[0,4)$

(C) $(-2,0)$

19. 若 a、b 是直线, α、β 是平面, 则以下命题中真命题是_______ .

(A) 若 a、b 异面, $a\subset\alpha, b\subset\beta$, 且 $a\perp b$, 则 $\alpha\perp\beta$

(B) 若 $a\parallel b$, $a\subset\alpha$, $b\subset\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$

(C) 若 $a\parallel\alpha$, $b\subset\beta$, 则 a、b 异面

(D) 若 $a\perp b$, $a\perp\alpha, b\perp\beta$, 则 $\alpha\perp\beta$

得分	评卷人

三. 简答题: 本大题共 5 题, 满分 78 分. 请在题后空处写出必要的推理计算过程.

20. 已知复数 z 满足: $|z|-z^{*}=\dfrac{10}{1-w\mathrm{i}}$（其中 z^{*} 是 z 的共轭复数）.

(1) (7 分) 求复数 z;

(2) (7 分) 若复数 $w=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\,(\theta\in\mathbb{R})$, 求 $|z-2|$ 的取值范围.

得分	

21. (14 分) 函数 $f(x)=4\sin\dfrac{\pi}{12}x\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{12}x\right),x\in[a,a+1]$, 其中常数 $a\in[0,5]$, 求函数 $f(x)$ 的最大值 $g(a)$.

得分	

22. (16 分) 函数 $f(x)=4\sin\frac{\pi}{12}x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}x\right), x\in[a,a+1]$, 其中常数 $a\in[0,5]$, 求函数 $f(x)$ 的最大值 $g(a)$.

得分	

23. 已知复数 z 满足：$|z|-z^{*}=\dfrac{10}{1-w\mathrm{i}}$（其中 z^{*} 是 z 的共轭复数）.

(1)（8 分）求复数 z；

(2)（8 分）若复数 $w=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta\,(\theta\in\mathbb{R})$, 求 $|z-2|$ 的取值范围.

得分	

24. (18 分) 函数 $f(x)=4\sin\frac{\pi}{12}x\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{12}x\right), x\in[a,a+1]$, 其中常数 $a\in[0,5]$, 求函数 $f(x)$ 的最大值 $g(a)$.

得分	