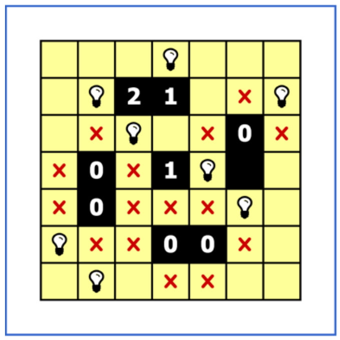
# Compte rendu
# Projet INF402

**Groupe: MIN3**
**Auteurs:**

- **Precup Gabriel**
- **Nguyen Ho Minh Khanh**
- **El Qotni Wiam**

### Présentation du jeu




"Light Up", aussi appelé Akari, est un jeu de puzzle logique joué sur une grille de cases noires et blanches. L'objectif est de placer des ampoules de manière à ce que toutes les cases blanches soient éclairées. Chaque ampoule illumine sa ligne et sa colonne, mais il y a des règles :

- Les ampoules ne peuvent pas s'illuminer mutuellement.
- Chaque ampoule diffuse verticalement et horizontalement un rayon lumineux qui éclaire toutes les cases blanches de sa ligne et de sa colonne jusqu'à ce qu'il atteigne une case noire.
- Les chiffres (de 0 à 4) sur les cases noires indiquent combien d'ampoules se trouvent dans les cases voisines (horizontalement ou verticalement, mais pas en oblique).

Le défi réside dans le placement stratégique des ampoules pour satisfaire ces règles et illuminer l'ensemble de la grille.

### Traduction en logique

Pour formaliser le jeu, nous avons décidé de modéliser chaque case du tableau de jeu par les variables suivantes :

- $A_{i,j}$ : la case contient une ampoule.
- $N(x)_{i,j}$ : la case est noire et elle a x ampoules autour d'elle.
- $N_{i,j}$ : la case est noir et elle peut avoir n'importe quel nombre d'ampoule autour d'elle.
- $I_{i,j}$ : la case est illuminée et elle ne contient pas d'ampoule.

Nous admettons que i est l'indice correspondant à la ligne et j est celui correspondant à la colonne.
On va supposer que les cases en dehors du jeu seront des cases noires ($N_{i,j} = T, \forall i, j : i < 1$ ou $i > n$, $j < 1$ ou $j > n$ où n est la taille de la grille).

Pour chaque case, seulement une entre ces variables est vraie :

$$\mathbf{A_{i,j} \oplus I_{i,j} \oplus N(0)_{i,j} \oplus N(1)_{i,j} \oplus N(2)_{i,j} \oplus N(3)_{i,j} \oplus N(4)_{i,j} \oplus N_{i,j}}$$

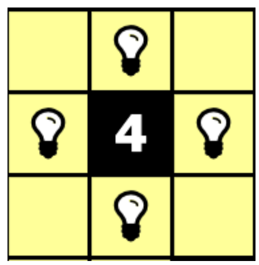
où ⊕ représente le ou exclusif. ( $A \oplus B \equiv ( A \wedge \neg B ) \vee ( \neg A \wedge B )$ )
Au debut du jeu, nous saurons les valeurs des variables $N(x)_{i,j}$ et $N_{i,j}$, il nous reste à trouver les valeurs de $A_{i,j}$ et de $I_{i,j}$. Le jeu est résolu quand on trouve toutes les valeurs de $A_{i,j}$ ,$I_{i,j}$.

**Strategies du jeu**

1. <u>Stratégie de N(4)</u>

Prenons les cases où $N(4)_{I,j}$ est vraie :
Alors nous mettons les ampoules pour toutes les cases voisines.

$$\mathbf{N(4)_{i,j} \Leftrightarrow A_{i-1,j} \wedge A_{i,j-1} \wedge A_{i+1,j} \wedge A_{i,j+1}}$$




2. <u>Stratégie de N(0)</u>

De même, pour les cases N(0) nous obtenons :

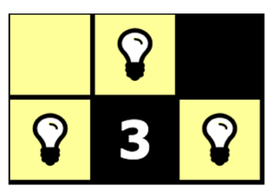
$$\mathbf{N(0)_{i,j} \Leftrightarrow \neg A_{i-1,j} \wedge \neg A_{i,j-1} \wedge \neg A_{i+1,j} \wedge \neg A_{i,j+1}}$$

3. <u>Stratégie de N(3) avec une case noire voisine ou illuminée</u>

Sachant que l'une des cases voisines n'accepte pas d'ampoule, les trois restantes auront sûrement une ampoule.

$$\mathbf{N(3)_{i,j} \wedge \neg A_{i,j+1} \Leftrightarrow A_{i-1,j} \wedge A_{i,j-1} \wedge A_{i+1,j}}$$

En échangeant les indices, on obtiendra les autres cas.




Nous utiliserons la même stratégie pour N(2) entourée par deux cases occupées et N(1) entourée par trois cases occupées.

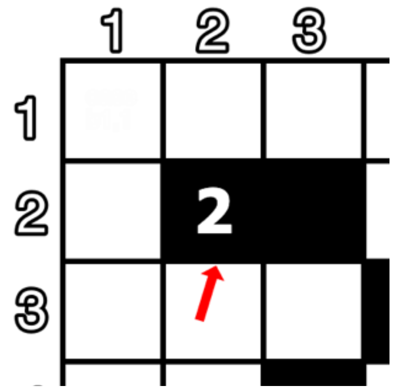
4. <u>Stratégie des coins</u>

Prenons une partie de dimension 3x3 de la grille initiale contenant un N(3) au centre. Si l'un des coins contient une ampoule, deux côtés de la case N(3) seront illuminées ce qui va empêcher d'avoir trois ampoules autour de la case.
Donc , nous ne mettions jamais une ampoule en oblique avec une case N(3).

$$\mathbf{N(3)_{i,j} \Leftrightarrow \neg A_{i-1,j-1} \wedge \neg A_{i+1,j-1} \wedge \neg A_{i+1,j+1} \wedge \neg A_{i-1,j+1}}$$

Prenons la même partie, mais cette fois-ci, centrée de N(2), avec une case voisine occupée. Les coins du côté opposé ne prendront pas d'ampoule.
Par exemple, si la case voisine occupée se trouve à droite du N(2) :

$$\mathbf{N(2)_{i,j} \wedge \neg A_{i,j+1} \Leftrightarrow \neg A_{i-1,j-1} \wedge \neg A_{i+1,j-1}}$$




5. Stratégie de case blanche seule

Soit la case i,j, les cases i,a et i,b, étant les premières cases noires à gauche et à droite respectivement, à partir de la case i,j, et les cases c,j et d,j – les premières cases noires en haut et en bas à partir de la même case. Si toutes les cases de i,a à i,b et de c,j à d,j sont occupées sauf la case i,j, alors cette case aura une ampoule.

$$\mathbf{(\neg A_{i,a+1} \wedge \neg A_{i,a+2} \wedge \dots \wedge \neg A_{i,j-1} \wedge \neg A_{i,j+1} \wedge \dots \wedge \neg A_{i,b-1}) \wedge (\neg A_{c+1,j} \wedge \neg A_{c+2,j} \wedge \dots \wedge \neg A_{i-1,j} \wedge \neg A_{i+1,j} \wedge \dots \wedge \neg A_{d-1,j}) \Leftrightarrow A_{i,j}}$$

Prenons exemple

La case que nous avons prise est celle d'indice <2, 2> où $N(2)_{2,2}$ est vraie.
Comme il faut avoir deux ampoules autour de $N(2)_{2,2}$, nous pouvons formaliser $N(2)_{2,2}$ par:

$$\mathbf{N(2)_{2,2} \Leftrightarrow ( A_{1,2} \wedge A_{2,1} \wedge \neg A_{2,3}) \vee ( A_{2,3} \wedge A_{2,1} \wedge \neg A_{1,2} ) \vee ( A_{1,2} \wedge A_{2,3} \wedge \neg A_{2,1} )}$$