

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ITMO University

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине Инфокоммуникационные системы и технологии

Тема работы Разработка технического задания на создание информационной системы

Обучающийся Иванов Иван Иванович

Факультет факультет инфокоммуникационных технологий

Группа К3100

Направление подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Образовательная программа Программирование в инфокоммуникационных системах

Обучающийся	_____	_____	<u>Фамилия И.О.</u>
	(дата)	(подпись)	(Ф.И.О.)
Руководитель	_____	_____	<u>Ромакина О.М.</u>
	(дата)	(подпись)	(Ф.И.О.)

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ITMO University

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

По дисциплине Инфокоммуникационные системы и технологии

Обучающийся Иванов Иван Иванович

Факультет факультет инфокоммуникационных технологий

Группа КЗ100

Направление подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Образовательная программа Программирование в инфокоммуникационных системах

Тема курсовой работы Разработка технического задания на создание информационной системы

Руководитель курсовой работы Ромакина Оксана Михайловна, кандидат физико-математических наук, Университет ИТМО, факультет инфокоммуникационных технологий, доцент (квалификационная категория «доцент практики»)

Основные вопросы, подлежащие разработке В рамках курсовой работы необходимо разработать техническое задание на информационную систему.... Эта система позволит пользователям... В работе приводятся основания для разработки системы, назначение разработки, требования к программному изделию и программной документации, основные технико-экономические показатели, стадии и этапы разработки системы и порядок контроля и приемосдаточных испытаний.

Форма представления материалов курсовой работы пояснительная записка к курсовой работе, презентация.

Дата выдачи задания: 14.09.2022

Срок предоставления готовой курсовой работы: 22.12.2022

Руководитель

(дата)

(подпись)

_____ **Ромакина О.М.**
(Ф.И.О.)

**Задание принял
к исполнению**

(дата)

(подпись)

_____ **Фамилия И.О.**
(Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	5
ОПРЕДЕЛЕНИЯ	6
ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ	7
ВВЕДЕНИЕ	8
1 Основная часть	9
1.1 Список использованных источников	9
1.2 Приложения	10
2 Правила оформления курсовых работ (проектов) и выпуск-	
ных квалификационных работ	11
2.1 Общие положения	11
2.2 Изложение текста	12
2.3 Заголовки	13
2.4 Примечания и примеры	13
2.5 Ссылки и сноски	14
2.6 Иллюстрации	15
2.7 Таблицы	18
3 Математический текст	19
3.1 Деление целых чисел	19
3.2 Наибольший общий делитель	20
3.3 Алгоритм Евклида	22
3.4 Непрерывные дроби	24
3.5 Теорема Ламэ	27
4 Диаграммы UML	29
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	31
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	32
ПРИЛОЖЕНИЕ А Исходные коды реализации алгоритма Ев-	
клида	35

ПРИЛОЖЕНИЕ Б	Очень длинное название второго прило-	
жения	36

ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

Структурный элемент «Обозначения и сокращения» содержит перечень обозначений и сокращений, применяемых в работе.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Структурные элементы «Определения», «Обозначения и сокращения», «Приложения» не являются обязательными, их включают в работу по усмотрению исполнителя.

Структурный элемент «Определение» содержит определения, необходимые для уточнения или установления терминов, используемых в работе.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

Допускается определения, обозначения и сокращения приводить в одном элементе «Определения, обозначения и сокращения».

ВВЕДЕНИЕ

Структурными элементами курсовой работы (проекта) и выпускной квалификационной работы (далее - работы) являются:

- титульный лист;
- содержание;
- определения;
- обозначения и сокращения;
- введение;
- основная часть;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения.

Введение должно включать:

- общую информацию о состоянии разработок по выбранной теме;
- обоснование актуальности и новизны темы, связь данной работы с другими научно-исследовательскими работами;
- цель работы и решаемые задачи.

1 Основная часть

Основная часть может содержать:

1. обоснование направления исследования, методы решения задач и их сравнительную оценку, описание выбранной методики проведения работы;
2. процесс теоретических и (или) экспериментальных исследований, включая определение характера и содержания теоретических исследований, методы исследований, методы расчета, обоснование необходимости проведения экспериментальных работ, принципы действия разработанных объектов, их характеристики;
3. анализ текстов, фактов, процессов, составляющих проблематику работы;
4. обобщение и оценку результатов исследований, включающих оценку полноты решения поставленных задач и предложения по дальнейшим направлениям работ, оценку достоверности полученных результатов, технико-экономической эффективности их внедрения и их сравнение с аналогичными результатами отечественных и зарубежных работ, обоснование необходимости проведения дополнительных исследований, отрицательные результаты, приводящие к необходимости прекращения дальнейших исследований.

Основная часть обычно состоит из разделов. В конце каждого раздела рекомендуется делать выводы, которые должны быть краткими и содержать конкретную информацию о полученных результатах.

1.1 Список использованных источников

Список использованных источников должен содержать сведения об источниках, использованных в работе.

Количество источников при выполнении курсовой работы (проекта) составляет, как правило, не менее 10, а при выполнении выпускной квалификационной работы – не менее 20.

1.2 Приложения

В приложения рекомендуется включать материалы, связанные с выполненной работой, которые по каким-либо причинам не могут быть включены в основную часть. Приложениями могут быть:

- промежуточные математические доказательства, формулы и расчеты;
- таблицы вспомогательных цифровых данных;
- протоколы испытаний;
- описание аппаратуры и приборов, применяемых при проведении экспериментов, измерений и испытаний;
- заключение метрологической экспертизы;
- инструкции, методики, разработанные в процессе выполнения работы;
- иллюстрации вспомогательного характера;
- акты внедрения результатов работы;
- примеры, не вошедшие в работу;
- своды источников;
- другие материалы.

2 Правила оформления курсовых работ (проектов) и выпускных квалификационных работ

2.1 Общие положения

Курсовая работа (проект) и выпускная квалификационная работа (далее - работа) должна быть выполнена с использованием компьютера и принтера на одной стороне листа белой бумаги формата А4 шрифтом Times New Roman через полтора интервала.

Цвет шрифта должен быть черным, высота цифр, букв и других знаков - размером 14 пт (кеглей).

Текст работы следует печатать, соблюдая следующие размеры полей: левое – 25 мм, правое – 15 мм, верхнее и нижнее – 20 мм.

Объем курсовой работы (проекта), как правило, составляет **20-30** страниц, объем выпускной квалификационной работы бакалавра, специалиста – **40-60** страниц, магистра – **50-90** страниц.

Количество страниц, отводимых на каждый раздел работы, определяется студентом по согласованию с научным руководителем (руководителем). Допускается использовать компьютерные возможности для акцентирования внимания на определениях, терминах, формулах и других важных особенностях путем применения разных начертаний шрифта (курсив, полужирный, полужирный курсив, разрядка и др.).

Опечатки, описки и графические неточности, орфографические, синтаксические и речевые ошибки, обнаруженные в процессе выполнения работы, допускается исправлять закрашиванием корректором и нанесением на том же месте исправленного текста (графики).

Повреждения листов, помарки, следы не полностью удаленного прежнего текста (графики), орфографические, синтаксические и речевые ошибки не допускаются.

2.2 Изложение текста

Текст работы должен быть кратким, четким, логически последовательным и не допускать двусмысленных толкований.

В работе должны применяться научные и научно-технические термины, обозначения и определения, установленные соответствующими стандартами, а при их отсутствии - общепринятые в научной и научно-технической литературе. Если в работе принята специфическая терминология, то перечень терминов с соответствующими разъяснениями должен быть приведен в структурном элементе «Определения». При этом перед началом перечня указывают: «В работе принята следующая специфическая терминология:»

В тексте работы не допускается применять:

- обороты разговорной речи, техницизмы, профессионализмы;
- для одного и того же понятия различные научные и научно-технические термины, близкие по смыслу (синонимы), если синонимические обозначения не являются общепринятыми;
- произвольные словообразования;
- сокращения слов, кроме тех, которые установлены правилами русской орфографии, стандартами, а также в данной работе.

Перечень допускаемых сокращений слов установлен в ГОСТ 2.316. Если в работе принята особая система сокращения слов или наименований, то их перечень приводят в структурном элементе «Обозначения и сокращения». При этом перед началом перечня указывают: «В работе принята следующая особая система сокращений и наименований:»

Используемые в работе условные буквенные обозначения, изображения или знаки должны соответствовать принятым в действующих стандартах. При необходимости применения условных обозначений, изображений или знаков, не установленных действующими стандартами, их следует пояснять в тексте или в перечне обозначений с указанием: «В работе приняты следующие условные обозначения, изображения или знаки:».

В работе следует применять стандартизованные единицы физических величин, их наименования и обозначения в соответствии с ГОСТ 8.417.

2.3 Заголовки

Заголовки должны четко и кратко отражать содержание разделов, подразделов, пунктов и подпунктов. Недопустимы формулировки заголовков разделов, подразделов, пунктов или подпунктов идентичные друг другу и названию работы в целом.

Заголовки разделов, подразделов, пунктов и подпунктов следует печатать с абзацного отступа, с прописной буквы, полужирным шрифтом, без точки в конце и подчеркивания.

Если заголовок состоит из двух предложений, их разделяют точкой. Переносы слов в заголовках не допускаются.

2.4 Примечания и примеры

Примечания приводят в работе, если необходимы пояснения или справочные данные к содержанию текста, таблиц или графического материала.

Примечания следует помещать непосредственно после текстового, графического материала или в таблице, к которым относятся эти примечания, и печатать с прописной буквы с абзаца.

Если примечание одно, то после слова «Примечание» ставится тире и примечание печатается тоже с прописной буквы. Одно примечание не нумеруют. Несколько примечаний нумеруют по порядку арабскими цифрами. Примечание к таблице помещают в конце таблицы над линией, обозначающей окончание таблицы.

Примеры

Примечание – ...

Примечания

1 ...

2 ...

Примеры размещают, оформляют и нумеруют так же, как и примечания.

2.5 Ссылки и сноски

Ссылки могут относиться к использованным источникам или элементам работы.

Ссылки на использованные источники [1] следует указывать порядковым номером библиографического описания [2–5] источника в списке использованных источников. Порядковый номер ссылки заключают в квадратные скобки [6, 7]. Нумерация ссылок ведется арабскими цифрами в порядке их приведения в тексте независимо от деления на разделы. Ссылаться следует на источник [8–12] в целом или его разделы и приложения. Ссылки на подразделы, пункты, таблицы и иллюстрации источника не допускаются.

При ссылке на элементы работы (разделы, подразделы, пункты, подпункты) указываются их номера, например, «в соответствии с подразделом 2.5 настоящей работы» или «в соответствии с разделом 1, перечисление 3)».

При ссылках на стандарты и технические условия указывают только их обозначение, при этом допускается не указывать год их утверждения при условии полного описания стандарта и технических условий в списке использованных источников. 6.7.2 Если необходимо пояснить отдельные данные, приведенные в тексте, то эти данные следует обозначать надстрочными знаками сноски (подстрочная библиографическая ссылка – ГОСТ Р 7.0.5).

Сноски в тексте располагают с абзацного отступа в конце страницы, на которой они обозначены, и отделяют от текста короткой тонкой горизонтальной линией с левой стороны. Сноски к данным, представленным в таблице, располагают в конце таблицы под линией, обозначающей окончание таблицы.

Знак сноски ставят непосредственно после того слова, числа, символа, предположения, к которому дается пояснение, и перед текстом пояснения. Знак сноски выполняют арабскими цифрами и помещают на уровне верхнего обреза шрифта.

Пример – «...печатающее устройство¹...»

Нумерация сносок может вестись отдельно для каждой страницы или быть сплошной внутри раздела (главы).

¹ссылка на печатающее устройство

2.6 Иллюстрации

К иллюстрациям относят чертежи, графики, схемы, компьютерные распечатки, диаграммы, фотоснимки. Их следует располагать непосредственно после текста, в котором они упоминаются впервые, или на следующей странице.

Иллюстрации могут быть в компьютерном исполнении, в том числе и цветные.

На все иллюстрации должны быть даны ссылки в тексте.

Чертежи, графики, диаграммы, схемы, помещаемые в работе, должны соответствовать требованиям стандартов Единой системы конструкторской документации (ЕСКД).

Фотоснимки размером меньше формата А4 должны быть наклеены на стандартные листы белой бумаги.

Иллюстрации при необходимости, могут иметь наименование и пояснительные данные (подрисуночный текст). Слово «Рисунок» и наименование помещают после пояснительных данных и располагают следующим образом:
Рисунок 1 - Детали прибора.

При ссылках на иллюстрации следует писать «... в соответствии с рисунком 2.1» при сквозной нумерации и «... в соответствии с рисунком 2.2» при нумерации в пределах раздела.

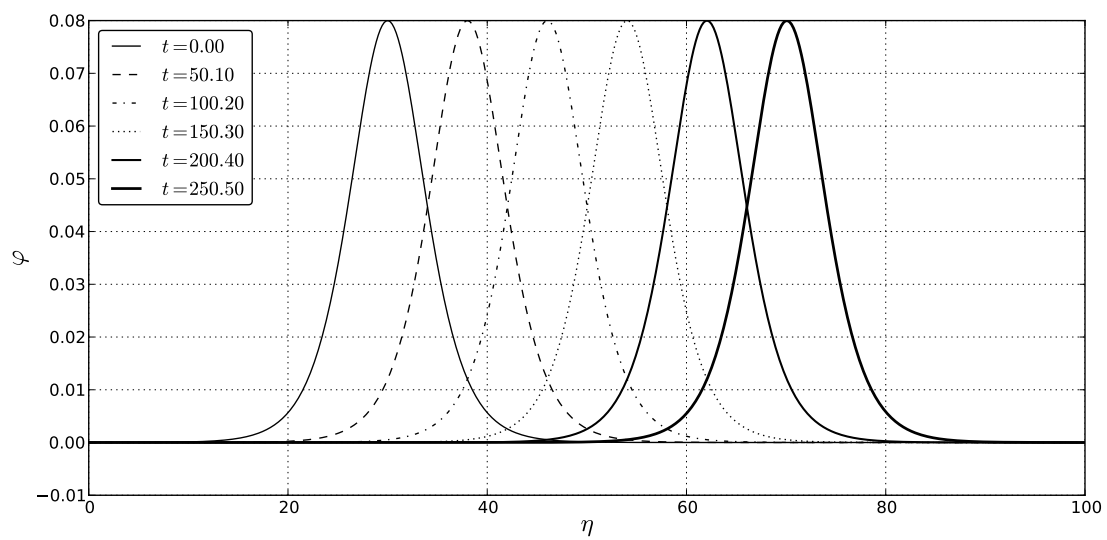


Рисунок 2.1 — Проверка точного решения

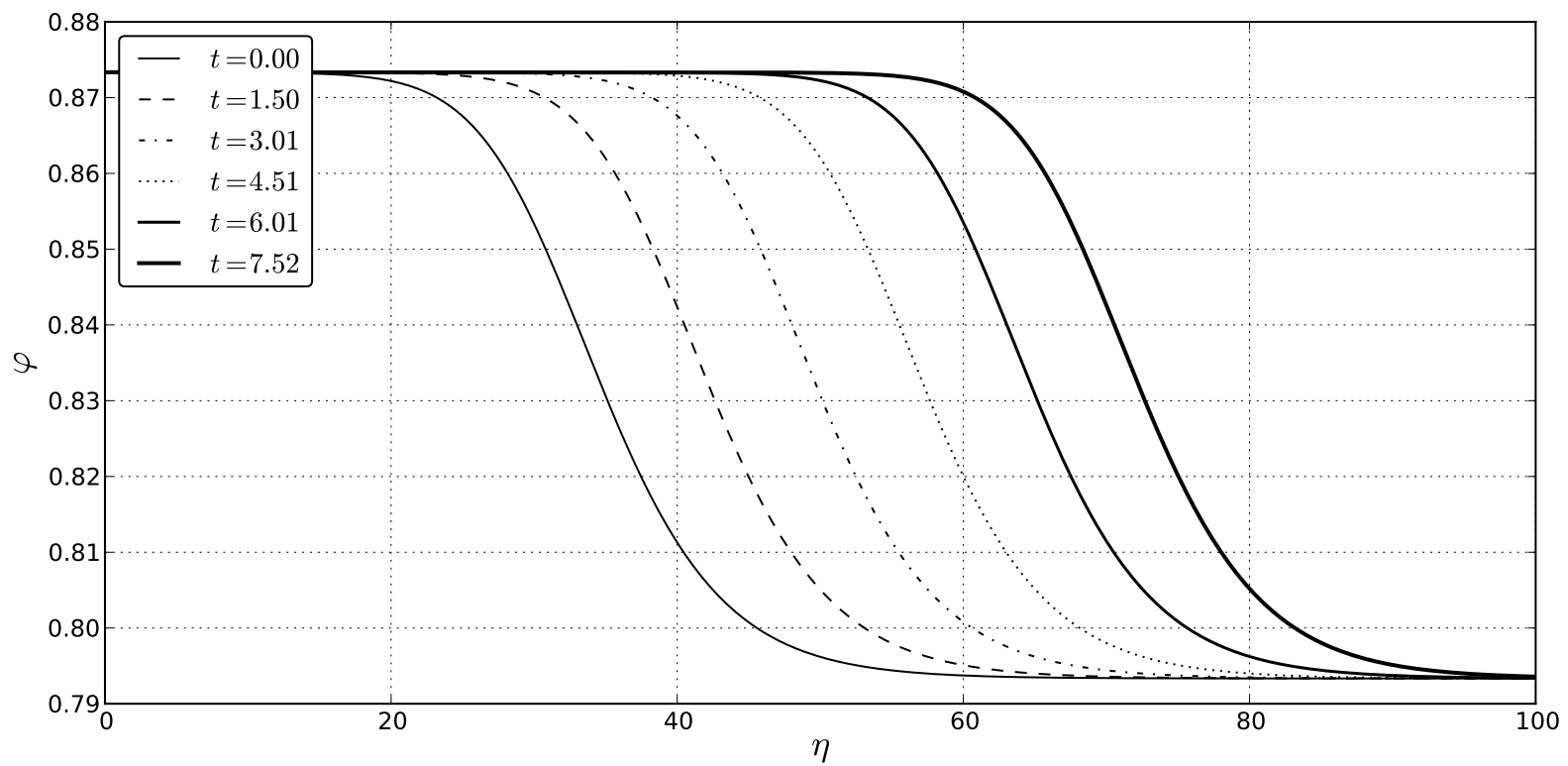


Рисунок 2.2 — Проверка точного решения $\frac{3}{\sigma_1} + \frac{\sigma_2\sqrt{6}}{6\sqrt{\sigma_1}} + \frac{k\sqrt{6}}{\sqrt{\sigma_1}} \tanh\left(kx + t\left(-9\frac{k}{\sigma_1} + \frac{1}{6}k\sigma_2^2 + 2k^3\right)\right)$

2.7 Таблицы

Таблицы применяют для лучшей наглядности и удобства сравнения показателей. Цифровой материал, как правило, оформляют в виде таблиц.

Таблицу следует располагать непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые, или на следующей странице. Наименование таблицы, при его наличии, должно отражать ее содержание, быть точным, кратким.

На все таблицы должны быть ссылки в тексте. При ссылке следует писать слово «таблица 2.1» с указанием ее номера.

Таблица 2.1 — Расчет весомости параметров ПП

Параметр x_i	Параметр x_j				Первый шаг		Второй шаг	
	X_1	X_2	X_3	X_4	w_i	$K_{\text{в}i}$	w_i	$K_{\text{в}i}$
X_1	1	1	1.5	1.5	5	0.31	19	0.32
X_2	1	1	1.5	1.5	5	0.31	19	0.32
X_3	0.5	0.5	1	0.5	2.5	0.16	9.25	0.16
X_4	0.5	0.5	1.5	1	3.5	0.22	12.25	0.20
Итого:					16	1	59.5	1

Таблицу с большим числом строк допускается переносить на другой лист. При переносе части таблицы на другой лист слово «Таблица Б.1», ее номер и наименование указывают один раз слева над первой частью таблицы, а над другими частями также слева пишут слова "Продолжение таблицы" и указывают номер таблицы.

Допускается нумеровать таблицы в пределах раздела. В этом случае номер таблицы состоит из номера раздела и порядкового номера таблицы, разделенных точкой.

Таблицы каждого приложения обозначают отдельной нумерацией арабскими цифрами с добавлением перед цифрой обозначения приложения «таблица Б.1».

3 Математический текст

3.1 Деление целых чисел

Следующие предложение (Childs, 1979), будет использоваться для доказательства теорем.

Предложение 1. (*Принцип полной упорядоченности*). Пусть k_0 – произвольное целое число. Тогда всякое непустое множество целых чисел $\geq k_0$, имеет наименьший элемент.

Доказательство. Докажем, что всякое множество целых чисел $\geq k_0$, неимеющее наименьшего элемента, должно быть пустым. Пусть S – множество целых чисел $\geq k_0$ без наименьшего элемента. Предположим S не содержит целых чисел $\leq k$. При $k = k_0$ это утверждение истинно, иначе бы S имела наименьший элемент k_0 . Пусть это утверждение верно для $k = n$. Тогда S не содержит элементов $\leq k = n + 1$, иначе $n + 1$ наименьший элемент. Поскольку n произвольно, значит S пустое множество. \square

Одно из основных свойств целых чисел – это свойство *делимости* или *евклидовости*.

Теорема 2. (*свойство евклидовости*). Для любого a и любого $b \neq 0$ существуют единственные (целые) *частное* q и *остаток* r , такие, что $a = b \cdot q + r$, $0 \leq r < |b|$

Доказательство. Рассмотрим множество целых чисел вида $a - kb$, где k пробегает все множество целых чисел

$$\dots, a - 2b, a - b, a, a + b, a + 2b, \dots$$

Выберем в этой последовательности наименьшее неотрицательное число и обозначим его r , и пусть q обозначает соответствующее значение k . Такое r существует, потому что множество $\{a - kb\}$ содержит отрицательные и неотрицательные значения, а из принципа полной упорядоченности следует, что непустое множество неотрицательных целых чисел содержит наименьший элемент. По определению $r = a - qb$.

Для доказательства единственности допустим, что

$$a = b \cdot \hat{q} + \hat{r}, \quad 0 \leq \hat{r} < |b|$$

и что $\hat{r} \neq r$. Пусть для определенности $\hat{r} < r$, так что $0 < r - \hat{r} < |b|$, тогда

$$r - \hat{r} = (\hat{q} - q)b$$

и $b \mid (r - \hat{r})$, что противоречит неравенствам $0 < r - \hat{r} < |b|$. □

3.2 Наибольший общий делитель

Определение 3. Пусть a, b одновременно не равны нулю. Целое число $d > 0$ называется *наибольшим общим делителем* a и b , если

1. $d \mid a$ и $d \mid b$
2. если $c \mid a$ и $c \mid b$, то $c \mid d$.

Наибольший общий делитель a и b будем обозначать $\gcd(a, b)$. Единственность наибольшего общего делителя следует из свойства (2) определения и того, что он положителен. В самом деле, если \hat{d} – другой наибольший общий делитель, тогда $\hat{d} \mid d$, $d \mid \hat{d}$ и $\hat{d} = d$, поскольку оба положительны.

Теорема 4. (*существование gcd*). Если a и b одновременно не равны нулю, то существуют целые числа x и y , такие что $\gcd(a, b) = ax + by$.

Доказательство. Пусть d – наименьшее положительное целое число вида $ax + by$. Согласно принципу полной упорядоченности такое число, например $d = ax_0 + by_0$ существует. Тогда по построению выполняется свойство (2) определения наибольшего общего делителя, если $c \mid a$ и $c \mid b$, то $c \mid (ax_0 + by_0) = d$. Допустим, что свойство (1) не выполняется, и предположим, для определенности, что d не делит b . Тогда $b = d \cdot q + r$, $0 < r < d$, и, следовательно, $d > r = b - dq = b - (ax_0 + by_0)q = a(-qx_0) + b(1 - qy_0) > 0$, что противоречит минимальности d . □

Соотношение $\gcd(a, b) = ax + by$ носит название *соотношения Безу*. Теорема (4) не утверждает, что x и y определены однозначно, она лишь говорит о том, что наибольший общий делитель может быть выражен в таком виде.

Пример 5.

a	b	$\gcd(a, b)$	x	y
36	24	12	1	-1
-36	24	12	3	4
40	24	8	2	-3
40	24	8	5	-8
36	25	1	16	-23
36	25	1	-34	49

Пользуясь понятием наибольшего общего делителя, мы можем охарактеризовать целые решения линейных уравнений, от двух переменных (*линейных диофантовых уравнений*).

Теорема 6. Рассмотрим уравнение вида $ax + by = c$, в котором a и b не равны нулю одновременно, и пусть $d = \gcd(a, b)$. Тогда

1. уравнение разрешимо относительно x и y тогда и только тогда, когда $d \mid c$,
2. если x_0, y_0 — частное решение, то все решения имеют вид $x_0 - n(b/d)$, $y_0 + n(a/d)$ для всех n .

Доказательство. Поскольку $d \mid a$ и $d \mid b$ то $d \mid c$. Следовательно $c = d \cdot k$ для некоторого целого k . По теореме (4) существуют целые числа s, t , такие, что $d = as + bt$. Умножая это равенство на k , получим $c = dk = a(sk) + b(tk)$, откуда следует, что $x = sk$ и $y = tk$ удовлетворяют уравнению $ax + by = c$.

Для доказательства второй части, предположим $ax_0 + by_0 = c$, тогда $a(x_0 - n(b/d)) + b(y_0 + n(a/d)) = c$ для любого целого n , поскольку $d \mid a$, $d \mid b$, и следовательно $an(b/d) = bn(a/d)$. \square

Пример 7. Уравнение $40x + 24y = 4$ неразрешимо, поскольку $\gcd(40, 24) = 8$ не делит 4.

Уравнение $36x + 25y = c$ разрешимо, поскольку $\gcd(40, 24) = 1$ делит любое число и его решения можно представить в виде $x = (16 - 25n)c$, $y = (-23 + 36n)c$.

Определение 8. Два целых числа a и b называются взаимно простыми, если $\gcd(a, b) = 1$.

Согласно теореме (4) это равносильно существованию целых чисел s, t , таких, что $as + bt = 1$. Справедлива следующая теорема.

Теорема 9. Пусть a и b одновременно не равны нулю, тогда $a/\gcd(a, b)$ и $b/\gcd(a, b)$ взаимно просты.

Доказательство. По теореме (4) существуют целые числа s, t , такие, что $\gcd(a, b) = as + bt$. Разделив на $d = \gcd(a, b)$ получим $1 = (a/d)s + (b/d)t$, что влечет за собой $\gcd(a/d, b/d) = 1$. \square

Эта теорема дает обоснование для введения следующей процедуры S канонизации (задача вычисления единственного представления для эквивалентных объектов) рациональных чисел. Пусть

$$S\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a/\gcd(a, b)}{b/\gcd(a, b)}$$

тогда, поскольку $b \neq 0$, то наибольший общий делитель всегда определен и

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow S\left(\frac{a}{b}\right) = S\left(\frac{c}{d}\right)$$

3.3 Алгоритм Евклида

Основой алгоритма Евклида служит следующий факт: если $d \mid a$ и $d \mid b$, то $d \mid (a - b \cdot q)$ для любого целого q . В частности, если выбрать в качестве $d = \gcd(a, b)$ и $q = a/b$, при $b \neq 0$, получим $\gcd(a, b) = \gcd(a, a - bq) = \gcd(a, a \bmod b)$. Если $b = 0$, то по определению наибольшего общего делителя имеем $\gcd(a, 0) = a$. В результате имеем следующий алгоритм:

```

1 def Euclid(a, b):
2     assert a != 0 or b != 0
3     while b != 0:
4         a, b = b, a % b
5     return a

```

Обоснованием окончания алгоритма служит тот факт, что во-время выполнения из $a \geq b$ следует $a > a \bmod b$ по определению остатка от деления.

Для различных приложений очень важно уметь представлять наибольший общий делитель чисел a и b в виде соотношения Безу $\gcd(a, b) = ax + by$. Для этого можно воспользоваться алгоритмом Евклида поскольку остаток от деления, на каждом шаге алгоритма, можно представить в виде линейной комбинации делителя и делимого. В качестве иллюстрации рассмотрим следующую последовательность

$$\begin{array}{ll} a_0 = a, & a_0 = ax_0 + by_0, \\ a_1 = b, & a_1 = ax_1 + by_1, \\ a_2 = a_0 - a_1q_1, & a_2 = ax_2 + by_2, \\ \dots & \\ a_i = a_{i-2} - a_{i-1}q_{i-1}, & a_i = ax_i + by_i, \\ \dots & \\ a_k = a_{k-2} - a_{k-1}q_{k-1}, & a_k = ax_k + by_k, \\ 0 = a_{k-1} - a_kq_k, & 0 = ax_{k+1} + by_{k+1} \end{array}$$

Очевидно, что $x_0 = 1, y_0 = 0$ и $x_1 = 0, y_1 = 1$. Сравнивая обе части на i -м шаге, имеем

$$\begin{aligned} ax_i + by_i &= a_{i-2} - a_{i-1}q_{i-1} = \\ &= (ax_{i-2} + by_{i-2}) - (ax_{i-1} + by_{i-1})q_{i-1} = \\ &= a(x_{i-2} - x_{i-1}q_{i-1}) + b(y_{i-2} - y_{i-1}q_{i-1}). \end{aligned}$$

В результате имеем следующий алгоритм называемый расширенным алгоритмом Евклида:

```
def EuclidExt(a, b):
    assert a != 0 or b != 0
    a0, a1, b0, b1 = 1, 0, 0, 1
    while b != 0:
        q, r = divmod(a, b)
        a, b = b, r
        a0, a1, b0, b1 = b0, b1, a0 - q*b0, a1 - q*b1
    return (a, a0, a1)
```

3.4 Непрерывные дроби

Алгоритм Евклида тесным образом связан с *непрерывными* или *цепными дробями*. Рассмотрим произвольную рациональную дробь, записанную в несократимом виде a_0/a_1 . Применив к паре a_0, a_1 алгоритм Евклида получим

$$\begin{aligned} a_0 &= a_1 c_0 + a_2, & 0 < a_2 < a_1, \\ a_1 &= a_2 c_1 + a_3, & 0 < a_3 < a_2, \\ &\dots \\ a_{k-2} &= a_{k-1} c_{k-2} + a_k, & 0 < a_k < a_{k-1}, \\ a_{k-1} &= a_k c_{k-1}. \end{aligned}$$

В результате получим следующее каноническое представление для рациональных дробей; если использовать условие $c_{k-1} > 1$ поскольку $a_k < a_{k-1}$

$$\frac{a_0}{a_1} = c_0 + \cfrac{1}{c_1 + \cfrac{1}{c_2 + \cfrac{1}{\ddots + \cfrac{1}{c_{n-1} + \cfrac{1}{c_n}}}}}. \quad (3.1)$$

Числа c_j называют *неполными частными*.

Определение 10. Полином, определяемые следующими правилами

$$Q_n(c_1, c_2, \dots, c_n) = \begin{cases} 1, & \text{при } n = 0 \\ c_1, & \text{при } n = 1 \\ c_1 Q_{n-1}(c_2, \dots, c_n) + \\ \quad + Q_{n-2}(c_3, \dots, c_n) & \text{при } n > 1 \end{cases}$$

называются «континуантами» или Q -многочленами.

Нам также потребуются числа Фибоначчи определяемые по правилам:

$$\mathcal{F}_n = \begin{cases} 1, & \text{при } n = 1 \\ 1, & \text{при } n = 2 \\ \mathcal{F}_{n-1} + \mathcal{F}_{n-2} & \text{при } n > 2 \end{cases}$$

Следующая теорема нам потребуется при доказательстве теоремы Ламэ.

Теорема 11. Q -многочлены имеют следующие свойства:

1.

$$/c_1, c_2, \dots, c_n/ = Q_{n-1}(c_2, \dots, c_n)/Q_n(c_1, \dots, c_n), \quad n \geq 1$$

2. Число мономов в Q -многочлене равно в точности \mathcal{F}_{n+1} с коэффициентами равными 1

3.

$$Q_n(c_1, \dots, c_n)Q_n(c_2, \dots, c_{n+1}) - \\ - Q_{n+1}(c_1, \dots, c_{n+1})Q_{n-1}(c_2, \dots, c_n) = (-1)^n, \quad n \geq 1$$

Доказательство. Все три свойства будут доказаны с использованием математической индукции.

1. Согласно $/c_1/ = 1/c_1$, это свойство верно для $n = 1$ и предположим его выполнение для $n = k$. Согласно определению непрерывных дробей и Q -многочленов будем иметь

$$\begin{aligned} /c_1, c_2, \dots, c_{k+1}/ &= \frac{1}{c_1 + /c_2, \dots, c_{k+1}/} \\ &= \frac{1}{c_1 + Q_{k-1}(c_2, \dots, c_{k+1})/Q_k(c_2, \dots, c_{k+1})} \\ &= \frac{Q_k(c_2, \dots, c_{k+1})}{c_1 Q_k(c_2, \dots, c_{k+1}) + Q_{k-1}(c_2, \dots, c_{k+1})} \\ &= Q_k(c_2, \dots, c_{k+1})/Q_{k+1}(c_1, \dots, c_{k+1}). \end{aligned}$$

2. Согласно определению Q -многочленов число мономов при $n = 1$ равно $\mathcal{F}_1 = 1$ и $n = 2$ соответственно $\mathcal{F}_2 = 1$. Докажем, что из выполнения свойства при $n = k$ следует его истинность при $n = k + 1$. Согласно определению

$$Q_n(c_1, \dots, c_{k+1}) = c_1 Q_k(c_2, \dots, c_n) + Q_{k-1}(c_3, \dots, c_n)$$

и поскольку полином $Q_{k-1}(c_3, \dots, c_n)$ не зависит от c_1 , то полином $Q_n(c_1, \dots, c_{k+1})$ будет иметь коэффициентами при мономах 1 и их количество будет равно сумме мономов образующих его полиномов $\mathcal{F}_k + \mathcal{F}_{k-1} = \mathcal{F}_{k+1}$.

3. При $n = 1$ имеем $c_1 c_2 - (c_1 c_2 + 1) \cdot 1 = (-1)^1$. Докажем следование $n = k + 1$ из истинности свойства при $n = k$ используя определение Q -многочленов.

$$\begin{aligned} & Q_{k+1}(c_1, \dots, c_{k+1})Q_{k+1}(c_2, \dots, c_{k+2}) - \\ & - Q_{k+2}(c_1, \dots, c_{k+2})Q_k(c_2, \dots, c_k) = \\ & (c_1 Q_k(c_2, \dots, c_{k+1}) + Q_{k-1}(c_3, \dots, c_{k+1}))Q_{k+1}(c_2, \dots, c_{k+2}) - \\ & - (c_1 Q_{k+1}(c_2, \dots, c_{k+2}) + Q_k(c_3, \dots, c_{k+2}))Q_k(c_2, \dots, c_{k+1}) = \\ & - Q_k(c_3, \dots, c_{k+2})Q_k(c_2, \dots, c_{k+1}) + \\ & + Q_{k-1}(c_3, \dots, c_{k+1})Q_{k+1}(c_2, \dots, c_{k+2}) = (-1)^{k+1} \end{aligned}$$

□

Согласно третьему свойству доказанной выше теоремы $Q_n(c_1, \dots, c_n)$ и $Q_{n-1}(c_2, \dots, c_n)$ взаимно просты. Следовательно любая дробь $b/a < 1$ может быть представлена в виде

$$\frac{b}{a} = \frac{Q_{n-1}(c_2, \dots, c_n) \gcd(a, b)}{Q_n(c_1, \dots, c_n) \gcd(a, b)} \quad (3.2)$$

Теперь возможно рассмотрение поведения алгоритма Евклида в «наихудшем случае», другими словами дать верхнюю границу числа шагов деления.

3.5 Теорема Ламэ

Теорема 12. (*G. Lamé 1845.*) Пусть при $r \geq 1$ целые числа a и b , $0 < b < a$, такие, что алгоритм Евклида, примененный к a и b , требует в точности r шагов деления, и такие, что a есть наименьшее из возможных чисел, удовлетворяющих этим условиям. Тогда $a = \mathcal{F}_{r+2}$ и $b = \mathcal{F}_{r+1}$.

Доказательство. В силу (3.2) мы должны иметь для

$$b = Q_{r-1}(c_2, \dots, c_r) \gcd(a, b)$$

и

$$a = Q_r(c_1, \dots, c_r) \gcd(a, b)$$

. Поскольку согласно второму свойству теоремы 11 Q -многочлен состоит из мономов с коэффициентами равными 1, минимальное значение достигается тогда, когда $c_1 = 1, \dots, c_{r-1} = 1, c_r = 2, \gcd(a, b) = 1$. Используя определение Q -многочленов в результате получим для $r = 1$ $c_1 = 2, a = \mathcal{F}_3$ и $b = \mathcal{F}_2$, и следовательно для $r = k$ $a = \mathcal{F}_{k+2}$ и $b = \mathcal{F}_{k+1}$. \square

Эта теорема явилась первым практическим применением последовательности Фибоначчи, с тех пор было дано много других применений чисел Фибоначчи к алгоритмам и к исследованию алгоритмов.

Для рассмотрения следствия этой теоремы нам понадобится понятие «золотого сечения». Пусть $a > b > 0$ две величины связанные соотношением

$$\phi = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$$

откуда решая квадратное уравнение, выбирая корень для которого $a > b$, получим $\phi = (\sqrt{5} + 1)/2 = 1.61803\,39887\dots$. Поскольку

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\mathcal{F}_{n+1}}{\mathcal{F}_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\mathcal{F}_n + \mathcal{F}_{n-1}}{\mathcal{F}_n} = 1 + \frac{1}{\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\mathcal{F}_n}{\mathcal{F}_{n-1}}} = \phi$$

будем иметь следующую формулу для чисел Фибоначчи $\mathcal{F}_n \approx \left\lceil \frac{\phi^n}{\sqrt{5}} \right\rceil$

Следствие 13. Если $0 < b < a$, то число шагов деления, необходимых алгоритма Евклида для обработки a, b не превышает $\lceil \log_\phi(\sqrt{5}b) \rceil - 2$

Доказательство. Согласно теореме 12 максимальное число шагов r имеет место в случае, когда $a = \mathcal{F}_{r+2}$ и $b = \mathcal{F}_{r+1}$. В результате по формуле для чисел Фибоначчи будем иметь

$$b < \left\lceil \frac{\phi^{r+2}}{\sqrt{5}} \right\rceil$$

или $r < \lceil \log_\phi(\sqrt{5}b) \rceil - 2$. □

Заметим $\log_\phi(\sqrt{5}b) \approx 4.785 \log_{10} b + 1.672$ и возможна формулировка этого следствия использующая число десятичных цифр.

Как правило если существует одна оценка, то существуют много других не совпадающих с первой. Мы приведем несколько примеров:

Теорема 14. [?] Если $0 < b < a$, то число шагов деления, необходимых алгоритма Евклида для обработки a, b не превышает $(\log_\phi 2) \cdot \mathcal{F}_\beta(b) + 2$.

Теорема 15. (С.А. Абрамов 1979.) Пусть a, b – целые положительные числа, то число шагов деления, необходимых алгоритму Евклида для обработки a и b не превосходит $\lfloor \log_2 \max(a, b) \rfloor + 1$.

Теорема 16. (E. Cesáro 1881.) Если $a < b$ – случайно выбираемые целые числа, то вероятность того, что $\gcd(a, b) = 1$, равна $6/\pi^2$.

Согласно этой теореме в $6/\pi^2 \approx 61\%$ случаях наибольшим общим делителем является 1, поэтому для алгоритма Евклида актуальным остается оценка временной сложности в среднем.

4 Диаграммы UML

В соответствии с рисунком 4.1 представлена диаграмма состояний построенная с помощью следующего кода на сайте <http://www.plantuml.com/plantuml/>.

```
[*] --> outbox
outbox -> отправка : С частотой 2 раза в сек.
отправка --> bounced : Известная ошибка,\нтребуемая повторной\нотправки
отправка --> sent : Отправка без ошибок
отправка --> error : Неизвестная ошибка\нпри отправке
отправка --> overlimit : Превышен лимит\нотправок
overlimit --> [*]
sent --> [*]
error --> [*]
bounced --> outbox : После выдержки 1 минимальное
```

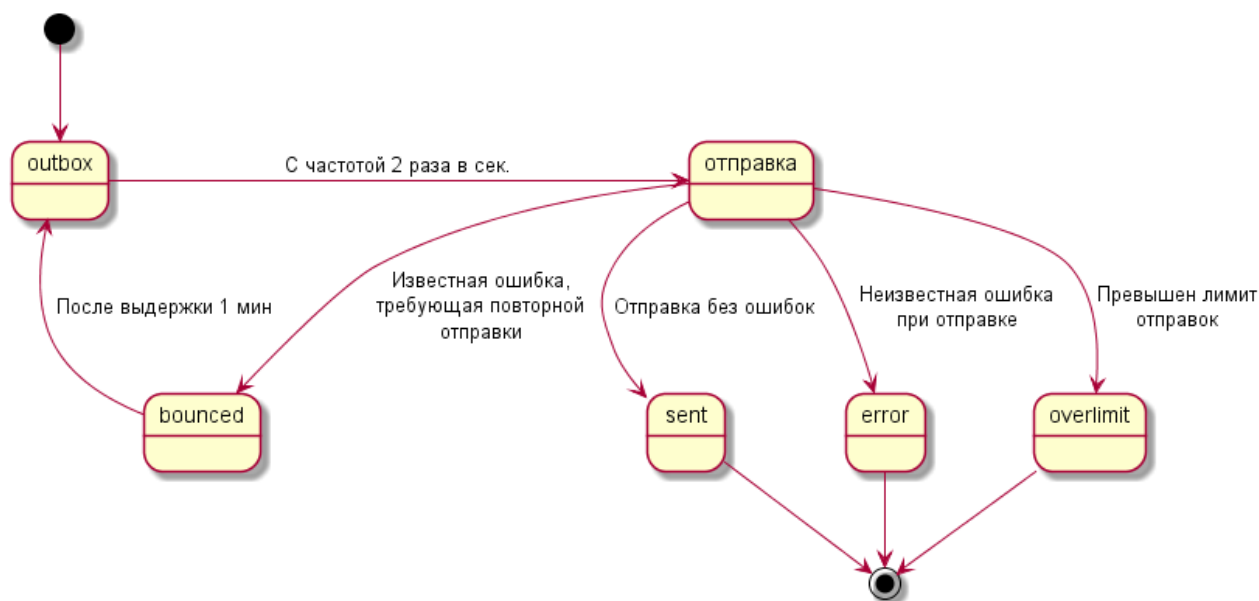


Рисунок 4.1 — Отправка sms через интернет ресурс

Примеры других типов диаграмм можно взять по адресу <http://plantuml.sourceforge.net/>. Например следующий ниже код соответствует диаграмме, представленной на рисунке 4.2.

```
class BaseClass

namespace net.dummy #DDDDDD
```

```

.BaseClass <|-- Person
Meeting o-- Person

.BaseClass <|-- Meeting

end namespace

namespace net.foo {
  net.dummy.Person <|-- Person
  .BaseClass <|-- Person

  net.dummy.Meeting o-- Person
}

BaseClass <|-- net.unused.Person

```

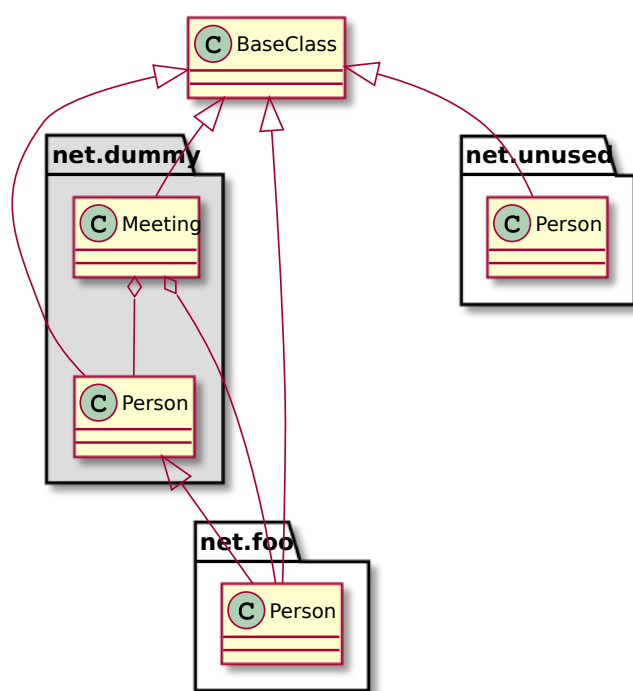


Рисунок 4.2 — Пример диаграммы классов

Для улучшения качества рисунка, нужно его сохранить в формате SVG, а затем перевести в формат PDF с помощью бесплатного редактора векторной графики <http://inkscape.org/>.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заключение, как правило, должно содержать:

- основные результаты работы и краткие выводы по ним;
- оценку полноты решений поставленных задач;
- рекомендации по использованию результатов работы;
- результаты оценки эффективности предложенных решений и сопоставление с лучшими достижениями в данной области.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Что такое NoSQL? [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <https://aws.amazon.com/ru/nosql> (дата обращения: 13.03.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.
2. Балдин, К. В. Информационные системы в экономике [Электронный ресурс]: учебник / Балдин К. В. - Москва : Дашков и К, 2015. - Загл. с экрана.
3. Гагарина, Л. Г. Разработка и эксплуатация автоматизированных информационных систем : Учебное пособие / Л. Г.Гагарина. - 2-е изд., перераб. и доп. М.: Издательский Дом «ФОРУМ» ; Москва : ООО «Научноиздательский центр ИНФРА-М», 2017. - 384 с.
4. Заботина, Н. Н. Проектирование информационных систем: Учебное пособие / Наталья Николаевна Заботина. М.: ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М», 2013. - 331 с.
5. Шкундин, С. З. Теория информационных процессов и систем [Электронный ресурс] / С. З. Шкундин, В. Ш. Берикашвили. - Москва : Горная книга, 2012. - 475 с.: ил. - Библиогр. : - 471 с.
6. Реляционные базы данных: достоинства и недостатки [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <https://sites.google.com/site/gosyvmkss12/bazydannyyh/07-relacionnye-bazy-dannyh-dostoinstva-i-nedostatki> (дата обращения: 01.02.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.
7. Головицына, М. В. Информационные технологии в экономике [Электронный ресурс]: учебное пособие / Головицына М. В. М.: ИнтернетУниверситет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. - 405 с.
8. SQL и NoSQL : основные модели баз данных [Электронный ресурс]: [сайт]. URL: <https://tproger.ru/translations/sql-nosql-database-models/> (дата обращения: 11.03.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.

9. СУБД NOSQL сильные и слабые стороны [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <http://www.jetinfo.ru/stati/silnye-i-slabye-storony-nosql> (дата обращения:13.03.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.
10. Фаулер, М. NoSQL. Новая методология разработки нереляционных баз данных. / М. Фаулер, П. Садаладж. М.: ДМК-Пресс, 2013. - 158 с.
11. Memcached - a distributed memory object caching system [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <http://memcached.org/> (дата обращения: 14.01.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.
12. OrientDB [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <https://orientdb.com/> (дата обращения:13.12.2018). - Загл. с экрана. - Яз.рус.
13. DB-Engines Ranking [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <http://dbengines.com/en/ranking> (дата обращения: 13.12.2018). - Загл. с экрана. Яз.рус.
14. NOSQL Databases [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: http://www.sqltutorial.ru/ru/book_graph_databases.html (дата обращения:17.01.2019). Загл. с экрана. - Яз.рус.
15. Бенкер, К. MongoDB в действии / К. Бенкер. М.: ДМК пресс, 2016. 246 с.
16. Карвин, Б. Программирование баз данных SQL. Типичные ошибки и их устранение / Б. Карвин. М.: Рид Групп, 2011. - 110 с.
17. Агальцов, В. П. Базы данных: учебное пособие для вузов: В 2 книгах Книга 2 : Распределенные и удаленные базы данных / В. П. Агальцов. 1. М.: Издательский Дом sФОРУМi, 2017. - 271 с.
18. SQL, NOSQL И ДРУГИЕ МОДЕЛИ БАЗ ДАННЫХ [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <https://www.8host.com/blog/sql-nosql-i-drugie-modelibaz-dannyx> - Загл. с экрана. - Яз.рус.
19. SQL и NoSQL: разбираемся в основных моделях баз данных [Электронный ресурс]: [сайт]. - URL: <https://tproger.ru/translations/>

`sql-nosql-database-models` (дата обращения: 13.03.2019). - Загл. с экрана. - Яз.рус.

20. Кузнецов, С. Базы данных. Модели и языки / С. Кузнецов. М.: Бином-Пресс, 2008. - 560 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Исходные коды реализации алгоритма Евклида

```
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2
3  """
4  Реализация алгоритмов наибольшего общего делителя
5  """
6
7  def Euclid(a, b):
8      assert a != 0 or b != 0
9      while b != 0:
10         a, b = b, a % b
11     return a
12
13 def EuclidExt(a, b):
14     assert a != 0 or b != 0
15     a0, a1, b0, b1 = 1, 0, 0, 1
16     while b != 0:
17         q, r = divmod(a, b)
18         a, b = b, r
19         a0, a1, b0, b1 = b0, b1, a0 - q*b0, a1 - q*b1
20     return (a, a0, a1)
21
22 if __name__ == '__main__':
23     a, b = 1231231232*123, 123681726382*123
24     print Euclid(a, b)
25     g, x, y = EuclidExt(a, b)
26     print a*x + b*y, "= %d*%d + %d*%d" % (a, x, b, y)
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Очень длинное название второго приложения

Таблица Б.1 — Описание входных файлов модели

[illegible]

