



# Собственные числа и векторы

Суббота, Апрель 15, 23:59

До окончания 2 недели

## Задача 1



Найти спектр и собственные вектора оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ , заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 20 & 6 & 6 \\ -54 & -16 & -18 \\ -18 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

Для каждого собственного числа на отдельной строке введите это собственное число, и набор соответствующих ему собственных векторов.

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой.

Для ответа

$$v_{\lambda=3}^{(1)} = \begin{pmatrix} -2.98736 \\ 2.023 \\ 1.111 \end{pmatrix}, v_{\lambda=3}^{(2)} = \begin{pmatrix} 2.23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, v_{\lambda=-2}^{(1)} = \begin{pmatrix} -4.32002 \\ 1.0042 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Пример ввода:**  $-2$   $[-4.32, 1.004, -3]$

$3$   $[-2.987, 2.023, 1.111; 2.23, 2, 3]$

Проверить

## Задача 2



Найти спектр и собственные вектора оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ , заданного своей матрицей в некотором базисе, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 31 & 60 & -34 & -18 \\ 3 & 15 & -7 & 1 \\ 11 & 30 & -14 & -3 \\ 26 & 60 & -34 & -13 \end{pmatrix}$$

Для каждого собственного числа на отдельной строке введите это собственное число, и набор соответствующих ему собственных векторов.

Дробные числа в ответе вводить с точностью не менее 3 знаков после запятой.

Для ответа

$$v_{\lambda=3}^{(1)} = \begin{pmatrix} -2.98736 \\ 2.023 \\ 1.111 \end{pmatrix}, v_{\lambda=3}^{(2)} = \begin{pmatrix} 2.23 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, v_{\lambda=-2}^{(1)} = \begin{pmatrix} -4.32002 \\ 1.0042 \\ -3 \end{pmatrix}$$

**Пример ввода:** -2 [-4.32, 1.004, -3]

3 [-2.987, 2.023, 1.111; 2.23, 2, 3]

## Задача 3



Дана матрица оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^5, \mathbb{R}^5)$  в стандартном базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ -125 & -69 & -35 & -18 & -9 \\ 121 & 60 & 31 & 16 & 8 \\ 105 & 52 & 26 & 14 & 7 \\ 81 & 40 & 20 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

Найти все собственные значения оператора, а также его полные, геометрические и алгебраические кратности.

Ответ ввести в формате [собственное значение 1, полная кратность 1, геометрическая кратность 1, алгебраическая кратность 1; собственное значение 2, полная кратность 2, геометрическая кратность 2, алгебраическая кратность 2; собственное значение 3, ... и т.д.].

Для ответа

$$\lambda = 2, \text{ full}_2 = 4, \text{ geom}_2 = 3, \text{ alg}_2 = 2$$

$$\lambda = -3, \text{ full}_{-3} = 2, \text{ geom}_{-3} = 1, \text{ alg}_{-3} = 2$$

**Пример ввода:**

[2, 4, 3, 2; -3, 2, 1, 2]

Проверить

## Задача 4



Дана матрица оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^7, \mathbb{R}^7)$  в некотором базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Найти все собственные значения оператора, а также его полные, геометрические и алгебраические кратности.

Ответ ввести в формате [собственное значение 1, полная кратность 1, геометрическая кратность 1, алгебраическая кратность 1; собственное значение 2, полная кратность 2, геометрическая кратность 2, алгебраическая кратность 2; собственное значение 3, ... и т.д.].

Для ответа

$$\lambda = 2, \text{ full}_2 = 4, \text{ geom}_2 = 3, \text{ alg}_2 = 2$$

$$\lambda = -3, \text{ full}_{-3} = 2, \text{ geom}_{-3} = 1, \text{ alg}_{-3} = 2$$

**Пример ввода:**

[2, 4, 3, 2; -3, 2, 1, 2]

[Проверить](#)

## Задача 5



Найти в стандартном базисе матрицу оператора проектирования пространства  $\mathbb{R}^4$  на собственное пространство оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ , соответствующее собственному числу  $\lambda = -8$ . Оператор  $\varphi$  задан своей матрицей в стандартном базисе

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 48 & 32 & 16 & 24 \\ -128 & -80 & -40 & -56 \\ -80 & -48 & -24 & -32 \\ 112 & 64 & 32 & 40 \end{pmatrix}$$

Для ответа

$$\begin{pmatrix} 3.43 & 1 & 2.034 \\ -3.213 & -4.222 & 2 \\ 6.47291 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Пример ввода:** [3.43, 1, 2.03; -3.21, -4.22, 2; 6.48, 2, 1]

[Проверить](#)

## Задача 6



Найти спектральное разложение оператора  $\varphi \in \text{Hom}(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^4)$ , заданного матрицей в стандартном базисе.

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 32 & -18 & -82 & -64 \\ 18 & -13 & -39 & -30 \\ 36 & -18 & -94 & -72 \\ -36 & 18 & 86 & 64 \end{pmatrix}$$

На отдельных строках введите собственные числа и матрицу оператора проекции на соответствующие ему собственные подпространства. В разложении каждому собственному числу должна соответствовать ровно одна матрица

оператора проектирования, которая проецирует на всё собственное подпространство. Для ответа

$$A_\varphi = 3 \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1.234 & 1.211 \end{pmatrix} - 6 \begin{pmatrix} 8.43 & 4.21 \\ -2.239 & 1.231 \end{pmatrix}$$

**Пример ввода:** 3 [3, 4; -1.23, 1.21]  
- 6 [8.43, 4.21; -2.24, 1.23]

Проверить

НА ГЛАВНУЮ

ЗАВЕРШИТЬ ВЫПОЛНЕНИЕ