УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Двойственный базис, замена координат.

Суббота, Март 25, 23:59

До окончания **1 неделя, 1 день**

Задача 1

Найти базис пространства R^{*3}, сопряженный данному:

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Пример ответа:

$$f^1 = \begin{pmatrix} 1.11 & 2.22 & 3.33 \end{pmatrix} \quad f^2 = \begin{pmatrix} 4.44 & 5.55 & 6.66 \end{pmatrix} \quad f^3 = \begin{pmatrix} 7.77 & 8.88 & 9.99 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33; 4.44, 5.55, 6.66; 7.77, 8.88, 9.99]

Проверить

Задача 2

Найти базис пространства R^{*4}, сопряженный данному:

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -12 \\ 15 \end{bmatrix}, e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, e_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Пример ответа:

$$f^1 = \begin{pmatrix} 1.11 & 2.22 & 3.33 \end{pmatrix} \quad f^2 = \begin{pmatrix} 4.44 & 5.55 & 6.66 \end{pmatrix} \quad f^3 = \begin{pmatrix} 7.77 & 8.88 & 9.99 \end{pmatrix}$$

Пример ввода: [1.11, 2.22, 3.33; 4.44, 5.55, 6.66; 7.77, 8.88, 9.99]

Проверить

Задача 3

Оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в паре базисов $\{e\}_{i=1}^3$ и $\{h\}_{i=1}^3$, являющихся базисами пространств области определения области значения оператора соответственно.

Найти матрицу этого оператора $\tilde{A}_\varphi$ в паре базисов$\{\tilde{e}\}_{i=1}^3$ и $\{\tilde{h}\}_{i=1}^3$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$e_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$h_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, h_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix}, \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{h}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \tilde{h}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -8 \end{pmatrix}, \tilde{h}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для ответа $\tilde{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

Проверить

Задача 4

Оператор $\varphi \in Hom(\mathbb{R}^4, \mathbb{R}^3)$ задан своей матрицей A_φ в паре базисов $\{e\}_{i=1}^{4}$ и $\{h\}_{i=1}^{3}$, являющихся базисами пространств области определения области значения оператора соответственно.

Найти матрицу этого оператора $\tilde{A}_\varphi$ в паре базисов$\{\tilde{e}\}_{i=1}^{4}$ и $\{\tilde{h}\}_{i=1}^{3}$, если

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 6 & -6 \\ 6 & -6 & -21 & 21 \\ -3 & 3 & 9 & -9 \end{pmatrix}$$

$$e_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}, e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$h_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, h_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, h_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{e}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix}, \tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \\ -12 \end{pmatrix}, \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ -7 \\ -19 \end{pmatrix}, \tilde{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{h}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \tilde{h}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \tilde{h}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Для ответа $\tilde{A}_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2.034 & -1.436 \\ 7.348 & 2 & 1 \\ 3.055 & 1.155 & 3 \end{pmatrix}$

Пример ввода: [1, 2.03, -1.44; 7.35, 2, 1; 3.06, 1.15, 3]

Проверить

Задача 5

Найти координаты вектора x в базисе векторов

$$\tilde{e}_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 17 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 27 \end{pmatrix}$$

если вектор x имеет координаты

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

в базисе векторов

$$e_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \quad e_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ответу $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ **соответствует**

Пример ввода: $[-1, 2, 0]$

Проверить

Задача 6

Найти коэффициенты линейной формы g из $\mathbb{R}^{3*}$ в базисе векторов из $\mathbb{R}^3$

$$\tilde{e}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \tilde{e}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ -17 \\ -23 \end{pmatrix}$$

если линейная форма g имеет коэффициенты

$$g \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

в базисе векторов из $\mathbb{R}^3$

$$e_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad e_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Ответу $g \leftrightarrow \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ **соответствует**

Пример ввода: $[-1, 2, 0]$

Проверить

НА ГЛАВНУЮ

ЗАВЕРШИТЬ ВЫПОЛНЕНИЕ