Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Отчёт

По расчётно-графической работе №2

Вариант: 2

Выполнили:

Касьяненко В.М.

Кремпольская Е.А.

Шишминцев Д.В.

Кравцов К.Д.

Преподаватель:

Труфанова А.А.

г. Санкт-Петербург

2023 г.

1. Зная, что поток векторного поля по определению есть интеграл по поверхности

от скалярного произведения вектора поля на единичный вектор нормали к поверхности

Рассчитать поток векторного поля через замкнутую поверхность двумя способами

Решение:

1)

Так как вектор нормали верхней стороны сферы образует с осью острый угол, то третья координата вектора нормали плоскости должна быть положительной:

Вектор нормали нижней стороны сферы образует с осью тупой угол, то есть третья координата должна быть отрицательной:

Единичный вектор нормали для верхней части сферы:

Единичный вектор нормали для нижней части сферы:

2)

2. Вычислить площадь области , ограниченной функциями

Решение:

Изображение выглядит как диаграмма, линия, зарисовка, круг

Автоматически созданное описание

3. Вычислить объем тела , ограниченного поверхностями

Решение:

4. При помощи формулы Остроградского-Гаусса докажите, что

где – ограниченная область в пространстве с границей – гладкой односвязной поверхностью ,

– непрерывно дифференцируемая в области скалярная функция,   
 – направленный элементарный участок поверхности ,

– элементарный участок в области .

Доказательство:

Пусть

Формула Остроградского-Гаусса в координатной форме:

где поверхностный интеграл берется по внешней стороне поверхности , а углы между внешней нормалью к поверхности и осями координат и , соответственно.

Изображение выглядит как зарисовка, диаграмма, рисунок, иллюстрация

Автоматически созданное описание

Пусть – -цилиндрическая область.

Пусть – простая область. Разобьем ее на конечное число -цилиндрических областей с границами , . Для каждой области справедливо равенство:

Суммируя все эти равенства, получим слева и справа – , поскольку поверхностные интегралы по вспомогательным поверхностям, разделяющим область на части , берутся дважды, причем один раз по одной стороне каждой такой поверхности, а другой раз по другой стороне, и поэтому, сумма таких двух интегралов равна нулю.

Аналогично:

Сложим все части и получим: