Касьяненко Вера (P3220, Теор.Вероятн. 5.1)

ИДЗ 19.1 (вариант 5)

Дано:

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,6 | 4,4 | 10,9 | 6,4 | 4,0 | 2,8 | 5,2 | 1,2 | 7,6 | 3,4 |
| 2,9 | 5,3 | 1,7 | 7,7 | 6,9 | 10,1 | 5,4 | 4,1 | 8,8 | 6,5 |
| 6,6 | 4,2 | 5,5 | 0,5 | 8,9 | 4,5 | 1,8 | 5,6 | 7,8 | 3,0 |
| 1,9 | 10,2 | 7,9 | 2,5 | 5,7 | 3,1 | 6,7 | 4,3 | 0,6 | 9,0 |
| 6,8 | 3,2 | 4,4 | 9,1 | 10,3 | 6,0 | 7,9 | 6,9 | 8,0 | 2,0 |
| 7,0 | 10,7 | 8,1 | 2,1 | 5,8 | 6,4 | 0,3 | 4,5 | 9,2 | 3,3 |
| 7,6 | 9,3 | 3,4 | 4,6 | 5,0 | 3,8 | 5,9 | 8,2 | 2,2 | 7,1 |
| 2,3 | 0,8 | 7,2 | 8,3 | 11,1 | 6,5 | 3,5 | 9,4 | 10,8 | 4,7 |
| 4,8 | 6,1 | 3,6 | 9,5 | 8,4 | 2,4 | 6,2 | 7,3 | 5,7 | 0,9 |
| 7,4 | 8,5 | 5,8 | 1,1 | 5,9 | 4,9 | 3,7 | 9,6 | 2,6 | 6,1 |

Решение:

а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,3 | 0,5 | 0,6 | 0,8 | 0,9 | 1,1 | 1,2 | 1,6 | 1,7 | 1,8 |
| 1,9 | 2,0 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,8 | 2,9 |
| 3,0 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,4 | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 3,8 |
| 4,0 | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,4 | 4,5 | 4,5 | 4,6 | 4,7 |
| 4,8 | 4,9 | 5,0 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 | 5,7 | 5,7 |
| 5,8 | 5,8 | 5,9 | 5,9 | 6,0 | 6,1 | 6,1 | 6,2 | 6,4 | 6,4 |
| 6,5 | 6,5 | 6,6 | 6,7 | 6,8 | 6,9 | 6,9 | 7,0 | 7,1 | 7,2 |
| 7,3 | 7,4 | 7,6 | 7,6 | 7,7 | 7,8 | 7,9 | 7,9 | 8,0 | 8,1 |
| 8,2 | 8,3 | 8,4 | 8,5 | 8,8 | 8,9 | 9,0 | 9,1 | 9,2 | 9,3 |
| 9,4 | 9,5 | 9,6 | 10,1 | 10,2 | 10,3 | 10,7 | 10,8 | 10,9 | 11,1 |

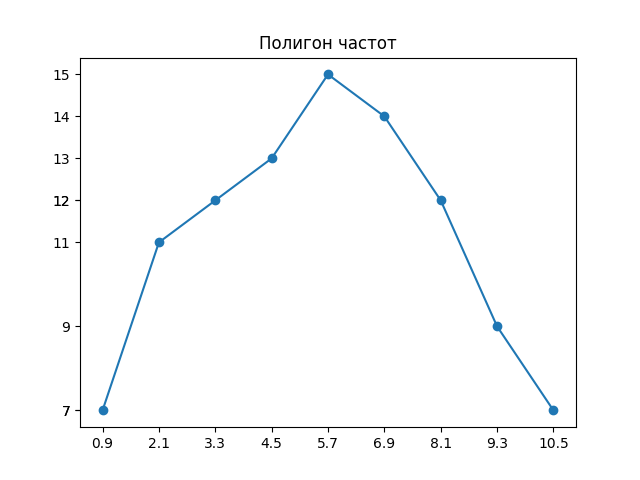
б) Находим размах варьирования:

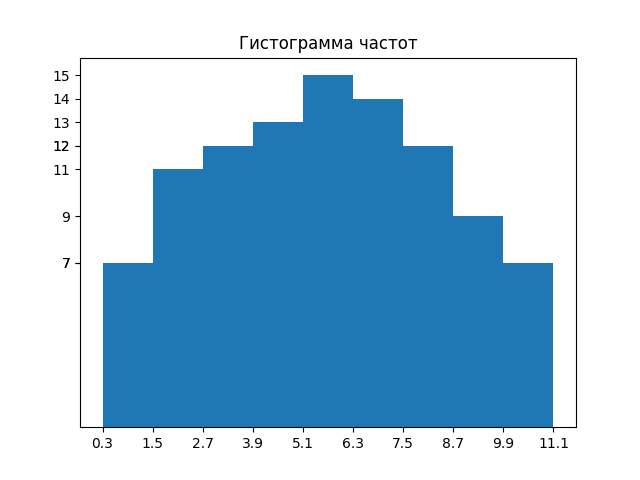
Величина отдельного интервала:

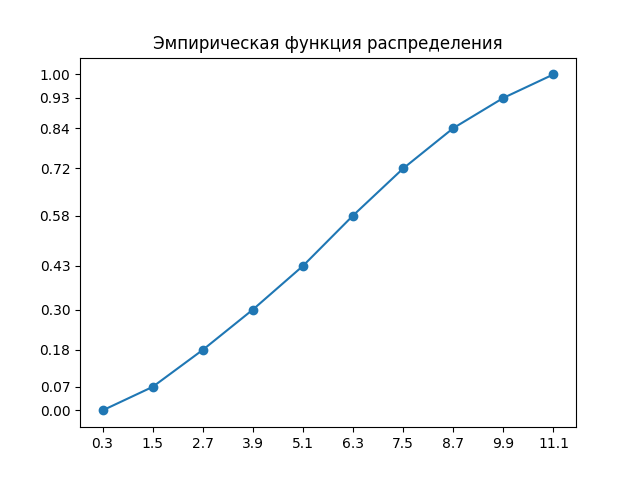
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер частичного интервала | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала | Относительная частота | Плотность относительной частоты |
| 1 | 0,3 – 1,5 | 0,9 | 7 | 0.07 | 0,0583 |
| 2 | 1,5 – 2,7 | 2,1 | 11 | 0.11 | 0,0917 |
| 3 | 2,7 – 3,9 | 3,3 | 12 | 0.12 | 0,1 |
| 4 | 3,9 – 5,1 | 4,5 | 13 | 0.13 | 0,1083 |
| 5 | 5,1 – 6,3 | 5,7 | 15 | 0.15 | 0,125 |
| 6 | 6,3 – 7,5 | 6,9 | 14 | 0.14 | 0,117 |
| 7 | 7,5 – 8,7 | 8,1 | 12 | 0.12 | 0,1 |
| 8 | 8,7 – 9,9 | 9,3 | 9 | 0.09 | 0,075 |
| 9 | 9,9 – 11,1 | 10,5 | 7 | 0.07 | 0,0583 |
|  | – | – | 100 | – | – |

в) Строим полигон частот и гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения.

Находим значения эмпирической функции распределения







г) Находим выборочное среднее и выборочную дисперсию:

Расчетная таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала |  |  |  |
| 1 | 0,3 – 1,5 | 0,9 | 7 | 6,3 | 0,81 | 5,67 |
| 2 | 1,5 – 2,7 | 2,1 | 11 | 23,1 | 4,41 | 48,51 |
| 3 | 2,7 – 3,9 | 3,3 | 12 | 39,6 | 10,89 | 130,68 |
| 4 | 3,9 – 5,1 | 4,5 | 13 | 58,5 | 20,25 | 487,35 |
| 5 | 5,1 – 6,3 | 5,7 | 15 | 85,5 | 32,49 | 487,35 |
| 6 | 6,3 – 7,5 | 6,9 | 14 | 96,6 | 47,61 | 666,54 |
| 7 | 7,5 – 8,7 | 8,1 | 12 | 97,2 | 65,61 | 787,32 |
| 8 | 8,7 – 9,9 | 9,3 | 9 | 83,7 | 86,49 | 778,41 |
| 9 | 9,9 – 11,1 | 10,5 | 7 | 73,5 | 110,25 | 771,75 |
|  | – | – | 100 | 564 | – | 4163,58 |

Выборочная дисперсия является смещенно оценкой генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – несмещенной оценкой:

Согласно критерию Пирсона необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем , т. е. перейдем к СВ и вычислим концы интервалов и , причем наименьшее значение , т.е. , положим стремящимся к , а наибольшее, т. е. к . Результаты занесем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  | Границы интервала | |
|  |  |  |  |
| 1 | 0,3 | 1,5 |  |  |  |  |
| 2 | 1,5 | 2,7 |  |  |  |  |
| 3 | 2,7 | 3,9 |  |  |  |  |
| 4 | 3,9 | 5,1 |  |  |  |  |
| 5 | 5,1 | 6,3 |  |  |  |  |
| 6 | 6,3 | 7,5 |  |  |  |  |
| 7 | 7,5 | 8,7 |  |  |  |  |
| 8 | 8,7 | 9,9 |  |  |  |  |
| 9 | 9,9 | 11,1 |  |  |  |  |

Находим теоретические вероятности и теоретические частоты . Составляем расчетную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  |  |  |
|  |  |
| 1 |  |  |  |  | 0,0668 | 6,68 |
| 2 |  |  |  |  | 0,0778 | 7,78 |
| 3 |  |  |  |  | 0,1197 | 11,97 |
| 4 |  |  |  |  | 0,1604 | 16,04 |
| 5 |  |  |  |  | 0,1663 | 16,63 |
| 6 |  |  |  |  | 0,1607 | 16,07 |
| 7 |  |  |  |  | 0,1148 | 11,48 |
| 8 |  |  |  |  | 0,0717 | 7,17 |
| 9 |  |  |  |  | 0,0618 | 6,18 |
|  | – | – | – | – | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычисления по формуле:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 7 | 6,68 | 0,32 | 0,1024 | 0,0153293 | 49 | 7,3353 |
| 2 | 11 | 7,78 | 3,22 | 10,3684 | 1,3327 | 121 | 15,5527 |
| 3 | 12 | 11,97 | 0,03 | 0,0009 | 0,000075 | 144 | 12,0301 |
| 4 | 13 | 16,04 |  | 9,2416 | 0,57616 | 169 | 10,53616 |
| 5 | 15 | 16,63 |  | 2,6569 | 0,159765 | 225 | 13,52977 |
| 6 | 14 | 16,07 |  | 4,2849 | 0,26664 | 196 | 12,19664 |
| 7 | 12 | 11,48 | 0,52 | 0,2704 | 0,023554 | 144 | 12,54355 |
| 8 | 9 | 7,17 | 1,83 | 3,3489 | 0,467071 | 81 | 11,29707 |
| 9 | 7 | 6,18 | 0,82 | 0,6724 | 0,108803 | 49 | 7,9288 |
|  | 100 | 100 | – | – |  | – | 102,95009 |

Контроль:

По таблице критических точек распределения , уровню значимости и числу степеней свободы находим:

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежность γ = 0.95 можно утверждать, что математическое ожидание СВ X покрывается доверительным интервалом

точность оценки.

В нашем случае . Доверительным интервалом для α будет . Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение с заданной надежностью . При и имеем: . Доверительным интервалом для будет