Кремпольская Екатерина (P3220, Теор.Вероятн. 5.1)

ИДЗ 19.1 (вариант 7)

Дано:

В результате эксперимента получены данные, записанные в виде статистического ряда:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 57 | 46 | 33 | 49 | 29 | 50 | 38 | 41 | 27 | 34 |
| 37 | 49 | 51 | 26 | 55 | 42 | 59 | 43 | 46 | 30 |
| 31 | 43 | 58 | 41 | 35 | 47 | 33 | 45 | 49 | 37 |
| 47 | 34 | 54 | 39 | 60 | 49 | 25 | 50 | 31 | 53 |
| 38 | 41 | 30 | 51 | 37 | 55 | 47 | 43 | 35 | 42 |
| 35 | 46 | 27 | 45 | 41 | 34 | 50 | 29 | 51 | 39 |
| 42 | 59 | 43 | 31 | 38 | 58 | 54 | 37 | 26 | 43 |
| 29 | 42 | 33 | 41 | 24 | 39 | 53 | 45 | 33 | 51 |
| 45 | 25 | 54 | 50 | 37 | 30 | 41 | 60 | 42 | 46 |
| 38 | 53 | 34 | 47 | 35 | 49 | 57 | 39 | 55 | 31 |

Решение:

а) Располагаем значения результатов эксперимента в порядке возрастания, т.е. записываем вариационный ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 24 | 25 | 25 | 26 | 26 | 27 | 27 | 29 | 29 | 29 |
| 30 | 30 | 30 | 31 | 31 | 31 | 31 | 33 | 33 | 33 |
| 33 | 34 | 34 | 34 | 34 | 35 | 35 | 35 | 35 | 37 |
| 37 | 37 | 37 | 37 | 38 | 38 | 38 | 38 | 39 | 39 |
| 39 | 39 | 41 | 41 | 41 | 41 | 41 | 41 | 42 | 42 |
| 42 | 42 | 42 | 43 | 43 | 43 | 43 | 43 | 45 | 45 |
| 45 | 45 | 46 | 46 | 46 | 46 | 47 | 47 | 47 | 47 |
| 49 | 49 | 49 | 49 | 49 | 50 | 50 | 50 | 50 | 51 |
| 51 | 51 | 51 | 53 | 53 | 53 | 54 | 54 | 54 | 55 |
| 55 | 55 | 57 | 57 | 58 | 58 | 59 | 59 | 60 | 60 |

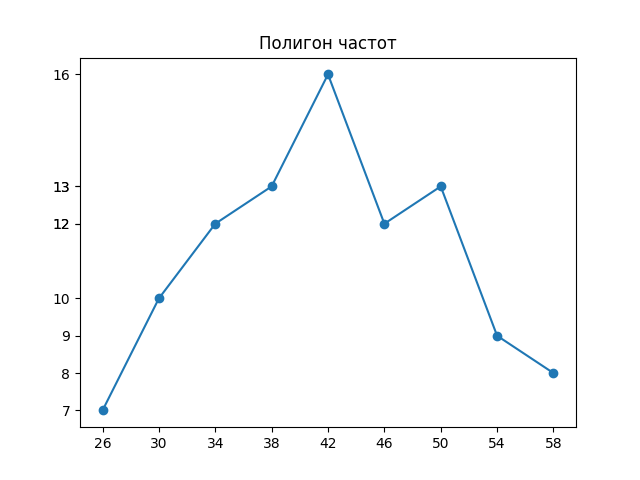
б) Находим размах варьирования:

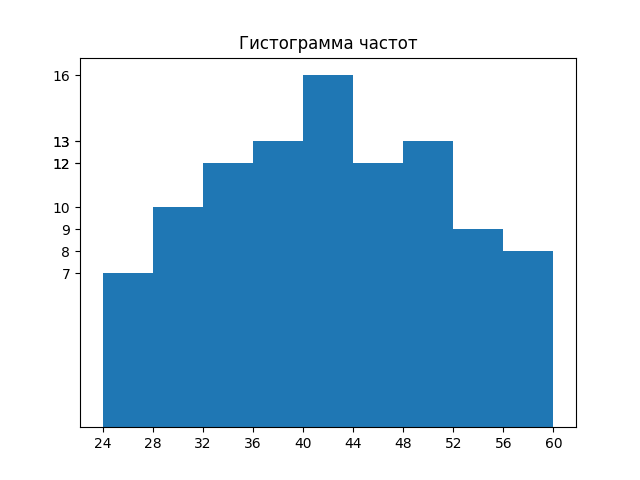
Величина отдельного интервала:

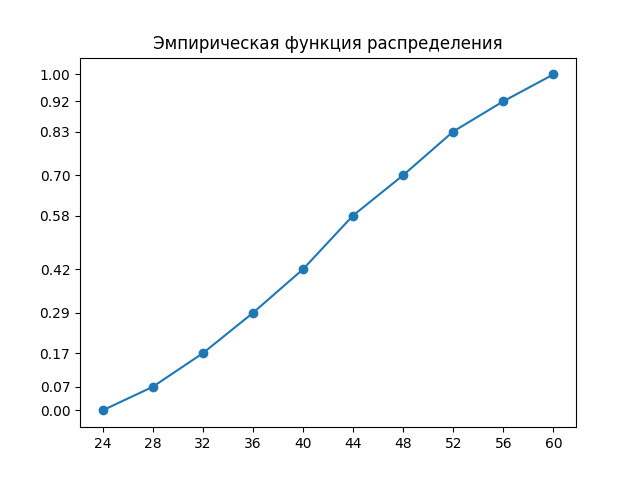
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер частичного интервала | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала | Относительная частота | Плотность относительной частоты |
| 1 | 24 – 28 | 26 | 7 | 0,07 | 0,0175 |
| 2 | 28 – 32 | 30 | 10 | 0,10 | 0,025 |
| 3 | 32 – 36 | 34 | 12 | 0,12 | 0,03 |
| 4 | 36 – 40 | 38 | 13 | 0,13 | 0,0325 |
| 5 | 40 – 44 | 42 | 16 | 0,16 | 0,04 |
| 6 | 44 – 48 | 46 | 12 | 0,12 | 0,03 |
| 7 | 48 – 52 | 50 | 13 | 0,13 | 0,0325 |
| 8 | 52 – 56 | 54 | 9 | 0,09 | 0,0225 |
| 9 | 56 – 60 | 58 | 8 | 0,08 | 0,02 |
|  | – | – | 100 | – | – |

в) Строим полигон частот и гистограмму относительных частот и график эмпирической функции распределения.

Находим значения эмпирической функции распределения







г) Находим выборочное среднее и выборочную дисперсию:

Расчетная таблица:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | Середина интервала | Частота интервала |  |  |  |
| 1 | 24 – 28 | 26 | 7 | 182 | 676 | 4732 |
| 2 | 28 – 32 | 30 | 10 | 300 | 900 | 9000 |
| 3 | 32 – 36 | 34 | 12 | 408 | 1156 | 13872 |
| 4 | 36 – 40 | 38 | 13 | 494 | 1444 | 18772 |
| 5 | 40 – 44 | 42 | 16 | 672 | 1764 | 28224 |
| 6 | 44 – 48 | 46 | 12 | 552 | 2116 | 25392 |
| 7 | 48 – 52 | 50 | 13 | 650 | 2500 | 32500 |
| 8 | 52 – 56 | 54 | 9 | 486 | 2916 | 26244 |
| 9 | 56 – 60 | 58 | 8 | 464 | 3364 | 26912 |
|  | – | – | 100 | 4208 | – | 185648 |

Выборочная дисперсия является смещенно оценкой генеральной дисперсии, а исправленная дисперсия – несмещенной оценкой:

Согласно критерию Пирсона необходимо сравнить эмпирические и теоретические частоты. Эмпирические частоты даны. Найдем теоретические частоты. Для этого пронумеруем , т. е. перейдем к СВ и вычислим концы интервалов и , причем наименьшее значение , т.е. , положим стремящимся к , а наибольшее, т. е. к . Результаты занесем в таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  | Границы интервала | |
|  |  |  |  |
| 1 | 24 | 28 |  |  |  |  |
| 2 | 28 | 32 |  |  |  |  |
| 3 | 32 | 36 |  |  |  |  |
| 4 | 36 | 40 |  |  |  |  |
| 5 | 40 | 44 |  |  |  |  |
| 6 | 44 | 48 |  |  |  |  |
| 7 | 48 | 52 |  |  |  |  |
| 8 | 52 | 56 |  |  |  |  |
| 9 | 56 | 60 |  |  |  |  |

Находим теоретические вероятности и теоретические частоты . Составляем расчетную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Границы интервала | |  |  |  |  |
|  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |
|  | – | – | – | – | 1 | 100 |

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона. Для этого составим расчетную таблицу. Последние два столбца служат для контроля вычисления по формуле:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 100 | 100 | – | – |  | – |  |

Контроль:

По таблице критических точек распределения , уровню значимости и числу степеней свободы находим:

Так как , то гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается.

е) Если СВ X генеральной совокупности распределена нормально, то с надежность γ = 0.95 можно утверждать, что математическое ожидание СВ X покрывается доверительным интервалом

точность оценки.

В нашем случае . Доверительным интервалом для α будет . Доверительный интервал, покрывающий среднее квадратичное отклонение с заданной надежностью . При и имеем: . Доверительным интервалом для будет