

Modelado numérico de la velocidad orbital de un planeta mediante interpolación y derivación numérica

Alejandro Barriga Saavedra

Descripción del problema

La velocidad de un planeta en su órbita es una cantidad clave en astronomía y astrofísica, ya que permite conocer su energía cinética, su comportamiento orbital y su interacción gravitacional con la estrella que orbita. A través de la tercera ley de Kepler y la ley de gravitación universal, se puede establecer una relación entre la distancia al foco orbital (la estrella) y la velocidad del planeta. Sin embargo, en muchos casos no se dispone de una función explícita, sino de datos experimentales tomados en ciertos intervalos.

Este proyecto propone estimar y modelar la velocidad de un cuerpo celeste (planeta o satélite) usando técnicas de interpolación de Lagrange y Hermite y derivación numérica de cinco puntos para datos obtenidos de distancias orbitales y tiempos. Esta metodología permite aproximar la función velocidad(t), obtener derivadas (aceleraciones), y estudiar la variación del movimiento del planeta de forma numérica.

Objetivo general:

Modelar la velocidad orbital de un cuerpo celeste a partir de datos de posición en el tiempo, utilizando métodos numéricos de interpolación y diferenciación para estimar y analizar el comportamiento del movimiento.

Objetivos específicos:

Construir un modelo de interpolación (Lagrange y Hermite) que relacione la posición del planeta con el tiempo.

Obtener la velocidad y aceleración orbital aplicando derivación numérica (método de cinco puntos).

Estimar el error de las aproximaciones comparando con resultados teóricos o simulados.

Representar gráficamente el comportamiento de la velocidad orbital en el tiempo.

Conceptos a aplicar:

Librerías: NumPy, SciPy, Matplotlib, SymPy

Metodología:

1. Recolección de datos simulados u observacionales de posición (distancia al centro de masas) del planeta en función del tiempo. Se puede trabajar inicialmente con datos sintéticos generados a partir de una órbita elíptica conocida.
2. Interpolación:
 - Aplicar interpolación de Lagrange y Hermite para obtener funciones aproximadas de posición en el tiempo.
 - Usar estas funciones para interpolar valores de posición intermedios no directamente medidos.
3. Diferenciación:
 - Calcular la velocidad, usando el método de cinco puntos.
 - Calcular la aceleración como segunda derivada.

Resultados esperados:

Graficar los resultados: función de posición, velocidad y aceleración.

Estimar y graficar el error respecto a una función teórica o exacta (si se dispone).

Analizar si el comportamiento obtenido corresponde al esperado según leyes físicas (como la ley de áreas de Kepler).