



# 登峰杯

论文类别	<div><input type="checkbox"/> 学术作品—自然科学类</div> <div><input type="checkbox"/> 学术作品—人文社科类</div> <div><input checked="" type="checkbox"/> 数学建模竞赛</div> <div><input type="checkbox"/> 数据挖掘竞赛</div> <div><input type="checkbox"/> 艺术创意设计竞赛</div>
论文题目	城市生活垃圾收费的定价研究

清华大学教育研究院  
中国高等教育学会学习科学研究分会



## 城市生活垃圾收费的定价研究

### 摘要:

伴随着经济全球化的进程和我国国民生产总值的持续增长,我国每年产生的生活垃圾也持续增多。为了解决这个问题,政府也出台了相关政策与垃圾收费标准,以规范生活垃圾分类状况,维持可持续性发展。但是,在政策出台后,我国垃圾量并未出现显著的改善趋势,效果并不尽如人意。为了更好的缓解这些垃圾带来的环境问题、实现城市可持续发展的战略目标,同时考虑到现行定额收费标准的一些不合理之处,本文使用了多种方法从定量的角度尝试对合理的垃圾收费标准进行了计算和分析。

本文首先使用了在经济学上公共事业定价中较为常用的二部定价法,从北京的实际数据出发,分别计算了垃圾回收的固定费用和浮动费用,以优化现有的垃圾收费标准;随后,本文通过博弈论中的三主体混合策略的纳什均衡方法,将政策制定者,回收公司,公民视为在垃圾回收博弈中的三个主体计算纳什平衡点,从而将各方的收益最大化;由于该方法的计算结果年波动较大。针对北京现在对生活垃圾已做了分类这个实际情况,本文用层次分析法对不同种类的垃圾定价进行研究,计算与分析出了不同种类垃圾的收费权重并对计算结果进行了定量评价,再结合各类垃圾对价格的弹性系数,以使生活中的各类垃圾的价格制定更加科学高效。

应用本文的定价模型计算得到的结果如下:对垃圾征收的费用应该以年和人为单位进行征收。每人每年排放的可回收物垃圾在 52 千克以内时,只需缴纳固定的 5.11 元。当超出时,对超出的部分每千克垃圾征收 0.16 元的浮动费用。每人每年排放的厨余垃圾在 116 千克以内时,需缴纳固定的 25.70 元;超出时,对超出的部分每千克垃圾征收 0.35 元的浮动费用。每人每年排放的不可回收垃圾在 118 千克以内时,需缴纳固定的 26.15 元;超出时,对超出的部分每千克垃圾征收 0.36 元的浮动费用。

在计算出垃圾的定价后,还分两类情形下,按本文定出的价格分析了对北京生活垃圾减少的量进行了预测。本文还通过灵敏度分析,对得到的结果进行了整体稳定性的测试。

本文通过定量分析与模型优化给出了一套较为完整的垃圾分类收费方案,并经过建模验证,表明了其具有很高的科学性与合理性,对垃圾控制具有显著效果。相信本文给出的方案能对政府与之后出台的相关政策有一定的借鉴价值。本文不足之处是由于时间仓促,模型好有些地方还不够细致。

**关键词:** 二部定价法 纳什均衡 层次分析 垃圾收费标准 垃圾分类

# 1. 前言

## 1.1 问题重述与研究目的

随着经济发展和城市化进程,我国城市生活垃圾量急剧增多,使环境遭受污染。为缓解此类环境问题并坚持城市未来可持续发展路线,政府针对垃圾分类和处理制定了收费标准和奖惩措施,旨在激发民众垃圾分类的热情。目前的定额垃圾收费制度已运行数年,并获得了一定的成效。但相比于城市生活垃圾量增长的速度,现有的垃圾处理收费制度和奖惩措施并没有充分调动居民的积极性。因此,本文对现行的垃圾收费制度从合理性、有效性、可持续性等方面进行了评估,在此基础上,又运用经济杠杆,提出了达到“减量化、资源化、无害化”目标的优化方案,并结合实际数据进行了效果的验证和对比。本文意图找到优于定额收费制度的管理方式,增加民众的环保意识,期望最终达到垃圾减量、环境问题改善的目的。

## 1.2 研究现状

现有的研究成果多是没有实际数据支持的理论分析,但其中运用到的社会经济学思维有可借鉴性。Nilsson-Djerf 和 Mc Dougall (2000)<sup>[1]</sup>最先指出现代垃圾分类收费管理体系应向环境友好型发展,其中应重点考虑经济层面和社会层面的可行性以及可持续发展。

垃圾收费方面,我国受国情的限制,普遍施行的收费制度为定额收费,即向居民和企事业单位收取单位生活垃圾处理费。由于受我国国情的限制,创新式的方法仅停留在模型层次,尚未投入到现实生活中。典型的有彭晓明<sup>[2]</sup>等以排污收费的理论基础建立的模型;连玉君<sup>[3]</sup>则从垃圾处理厂商方面考虑,建立优化模型;汪宝英<sup>[4]</sup>等借用水消费系数法建立模型。赵丽君、刘应宗<sup>[5]</sup>利用经济学原理建立模型计算出生活垃圾按量收费过程中,居民前期对垃圾进行分类的最优时间和垃圾所能达到的最优回收量。

## 1.3 目前北京市垃圾分类和垃圾收费的现状分析

北京市提出垃圾分类的口号较为悠久<sup>[6]</sup>。早在 1957 年北京市《北京日报》就提出了“垃圾要分类收集”的概念。在改革开放以前,几乎任何有价值的物品都可以被回收,如牙膏皮、橘子皮、碎玻璃、旧报纸、鱼刺等。在 1996 年,由住建部牵头北京市开始出现了分类回收的独立的垃圾桶。但在当时垃圾分类很大程度上流于形式,在送往垃圾站的时候又同时被一起倒进同一个垃圾车。在 2001 年北京申奥成功以来,北京市开始综合利用焚烧发电,生化技术,堆肥处理等多种方式进行垃圾的分类处理。从此,北京市的垃圾开始真正的进入分类处理的时代,改变了以往全部填埋的方式。在近年,北京市又给每户家庭户内配备分类垃圾桶,发放垃圾袋,进行垃圾分类宣传等各种方式引导居民积极参与垃圾分类工作。

目前,北京市已经拥有垃圾干湿分离的装置,进行垃圾的分选工作。随着垃圾处理厂的不建成,北京市已经可以将湿垃圾进行生化处理,有价值的干垃圾继续利用,剩余部分进行焚烧然后填埋,节省了空间同时利用其剩余价值。到“十三五”中期,北京市焚烧处理能力将达到每日 18200 吨,生化处理能力将达到每日 6350 吨,基本满足垃圾分类处理需求。

然而,北京市的垃圾分类仍存在一定问题。由于餐厨垃圾未能分拣,造成焚烧垃圾部分含水量较高,因此有害气体排放量较大。同时导致专用于餐厨垃圾的处理线实际处理量远远低于其负载能力。另外,垃圾收集渠道也不很畅通,仍存在人力三轮车收集垃圾的比较原始的情况出现。

依据北京市政府制定的规章制度和本文作者对政府热线首都环境建设热线 12319 的采访,在《关于调整委托清运垃圾费及垃圾消纳场管理收费标准的通知(京价(收)字[1999]第 253 号)》中规定了现行的垃圾委托清运费为每吨 25 元,这一部分费用向委托的社会单位收取;现行的垃圾清运费为生活垃圾清运费每户每年 30 元,桶装垃圾清运费每桶每月 120 元,这一部分费用向物业公司及管理单位收取。在《北京市征收城市生活垃圾处理费实施办法(试行)(京政办发[1999]68 号)》中规定了对于本市居民现行的垃圾处理费为每户每月 3 元,向各街道办事处和本市居民收取;外来务工人员的生活垃圾处理费为每户每月 2 元,向各街道办事处和外来务工人员收取。

在《北京市发展和改革委员会、北京市市政市容管理委员会关于调整本市非居民垃圾处理收费有关事项的通知(京发改[2013]2662 号)》中规定了现行的非居民生活垃圾处理费为每吨 300 元;餐厨垃圾处理费为每吨 100 元。在《北京市发展和改革委员会、北京市市政市容管理委员会关于调整本市非居民垃圾处理收费有关事项的通知(京发改[2013]2662 号)》附件 1(北京市非居民生活垃圾和餐厨垃圾容积计量收费标准)中规定了非居民餐厨垃圾 120 升桶收费每桶 11 元,对于非居民生活垃圾收费从 120 升桶的每桶 14.50 元到 1100 升桶的每桶 132.00 元,



## 2. 假设

本文做出了适当的假设以简化问题，但又不会导致失去信息的价值：

### 2.1 二部定价法相关假设

- (1) 假设目前城市生活垃圾用垃圾填埋的方式处理的部分忽略不计。

根据“十三五”计划，北京的生活垃圾处理能力到“十三五”末将达到 3.0 万吨/日，资源化处理比例将大幅度提高，基本实现原生生活垃圾零填埋，同时北京市以往的三个较大的垃圾填埋场——阿苏卫，高安屯，六里屯填埋场——已于过去的两年内封场关停。因此

- (2) 假设 92% 的垃圾采用焚烧处理，8% 的垃圾堆肥处理，进行计算。

根据本文初赛测算的数据，北京市约有 8% 的垃圾进行堆肥处理。根据查阅的资料，北京市的垃圾堆肥厂仅有南官堆肥厂一个，其日处理能力为 2000 吨，可得其年处理能力约为 66 万吨。而本市近两年堆肥处理垃圾方式按比例测算分别为 69.81 万吨和 63.22 万吨，良好的匹配了以上的数据。

- (3) 为保准数据的准确性，以 2016 年的垃圾产生量进行全市焚烧厂固定费用的测算。

本文关于焚烧厂相关费用的假设依照门头沟的鲁家山垃圾焚烧厂，其投资约 20 亿元，建成后日处理垃圾 3000 吨，年处理生活垃圾 100 万吨，约 20 年设备需更新换代一次。

### 2.2 纳什均衡相关假设

- (1) 政策制定者，回收公司，公民三个主体均为经济学上所说的理性人，他们所采取的经济行为都是力图以自己的最小的经济成本去获得自己的最大经济收益。

- (2) 政策制定者，回收公司，公民三个主体是在短期均衡里实现完全信息化的静态博弈；也就是说本文寻找到的纳什均衡是稳定的，不存在波动的情况，同时他们都是信息对等的，不存在信息不对称的情况。

- (3) 政策制定者，回收公司，公民三方的行为均简化为“执行”与“不执行”，即公司开展或者不开展回收行为，决策者制定或者不制定政策，公民参与或不参与垃圾回收工作。

## 3. 符号说明

### 3.1 二部定价法相关符号说明

表 1 二部定价法相关符号说明

$Total$	总收费费用
$Fixed$	固定费用
$Surplus$	浮动费用
$Quantity_{Best}$	最优垃圾产生量
$Quantity$	垃圾产生量
$Cost_{Fixed}$	总固定成本
$Cost_{Total}$	总运营成本
$Profit$	企业平均利润率
$Quantity_{Individual}$	每个居民垃圾产生量
$Quantity_{Individual\_Best}$	每个居民最优垃圾产生量
$Z$	居民应缴纳的垃圾费用
$Elasticity$	价格弹性
$Quantity_{Cut}$	削减的垃圾产生量
$Cost_{Original}$	原始的费用
$Population$	当年人口数量

### 3.2 纳什均衡相关符号说明

表 2 纳什均衡相关符号说明

$Cost_{Enterprise}$	回收公司实施的所有成本
$Revenue_{Enterprise}$	回收公司实施的所有收入
$Cost_{Enterprise}'$	回收公司不实施的所有成本
$Revenue_{Enterprise}'$	回收公司不实施的所有收入
$Subsidy_{Enterprise}$	决策者执行时给执行企业的补贴
$Fine_{Enterprise}$	决策者执行时惩罚不执行企业的罚款
$Cost_{Government}$	决策者执行时付出的监管成本
$Loss_{Government}$	决策者不执行时付出的环境损失
$Environment_{Enterprise}$	回收企业执行时产生环境效益
$Subsidy_{Community}$ ( $Subsidy_{Government}$ )	公民执行后能够获得的直接收益
$Revenue_{Community}$	公民执行后能够获得的间接收益
$Revenue_{Community}'$	公民不执行自己处理垃圾得到的所有收益

### 3.3 层次分析法相关符号说明

表 3 层次分析法相关符号说明

$x_n$	第 $n$ 类垃圾的垃圾弹性系数
$p_n$	第 $n$ 类垃圾质量占总质量百分比

## 4. 二部定价法

为预测合理的垃圾收费标准，本文使用了在经济学上公共事业定价中较为常用的一种方法，即二部定价法。公共事业的收费可分为两部分，固定费用和浮动费用。固定费用不随着垃圾处理量的变化而变化，如设备的折旧和垃圾厂的投资等。浮动费用，则取决于垃圾处理量，垃圾处理量越大其费用越高，在垃圾处理量为零的时候其费用也为零，如人员的工资和必要的损耗等。本文从实际情况出发，分别计算固定费用和浮动费用，以优化现有的垃圾收费标准。

### 4.1 二部定价法的合理性

本文以减少垃圾产生量为目标制定合理的收费方案，主要从垃圾处理成本和垃圾产生量两方面考虑，即为二部定价法中的固定成本和浮动成本。固定成本主要是垃圾厂开始建设的时候一次性投入的成本，而浮动成本是每处理单位质量的垃圾额外产生的成本。诚然，二部定价法可能会造成垃圾产生量少的人为垃圾产生量多的人付费的情况。但是对于垃圾这种公共服务来说，这种问题很为少见，因为公共服务属于社会必需品而非奢侈品，它的弹性在各种商品中很小。在社会的各个个体中，垃圾产生量不会有巨大的差异，不会因为收入状况和社会地位而发生巨大的不同。除非是垃圾产生量极少的极少数用户，几乎全部用户都会超出固定费用的范围而达到浮动费用的计算范围。若确实出现了这样一部分人，在后期制定政策时可以考虑对这极少的一部分人进行适当的倾斜和照顾。

### 4.2 模型建立

垃圾处理成本是多方面的，既包括垃圾处理本身的成本，也包括政府和社会对于管理垃圾产生的成本，还包括垃圾运输的成本，甚至还有监督垃圾执行的成本。为了应用二部定价法对垃圾处理进行定价，本文明确了这两部分的成本：固定成本主要指垃圾处理不随垃圾量变化而产生的成本，而浮动成本包括垃圾处理企业运营的各种费用。

根据二部定价法的原理，本文提出如下公式：

$$Total = Fixed + Surplus$$

当垃圾产生量  $Quantity$  小于或等于最优产生量  $Quantity_{Best}$  时，垃圾收费则只为固定费用  $Fixed$ ，即

$$Total = Fixed$$

那么固定费用  $Fixed$  的计算公式如下所示：

$$Fixed = \frac{Cost_{Fixed}}{Quantity_{Best}}$$

而当垃圾产生量  $Quantity$  大于最优产生量  $Quantity_{Best}$  时，则对超出最优产生总量  $Quantity_{Best}$  的部分，即  $Quantity - Quantity_{Best}$ ，单独征费。

$$S = \frac{(1 + Profit)Cost_{Total}}{Quantity - Quantity_{Best}}$$

由此得到垃圾的变动费用为：

$$Total = \frac{Cost_{Fixed}}{Quantity_{Best}} + \frac{(1 + Profit)Cost_{Total}}{Quantity - Quantity_{Best}}$$

得到基础的模型以后，本文需要将各个居民产生的垃圾量与基础垃圾量作比较，可得到居民应收的垃圾费用为以下分段函数：

$$Z = \begin{cases} \frac{Cost_{Fixed}}{Quantity_{Best}}, & Quantity_{Individual} \leq Quantity_{Individual\_Best} \\ \frac{Cost_{Fixed}}{Quantity_{Best}} + \frac{(1 + Profit)Cost_{Total}}{Quantity - Quantity_{Best}}, & Quantity_{Individual} > Quantity_{Individual\_Best} \end{cases}$$

### 4.3 数据的获取

根据国家统计局官方网站数据，可以查询到信息如表 4：

表 4 生活垃圾相关信息

	2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
生活垃圾清运量(万吨)	872.6	790.3	733.8	671.7	648.3	634.4	633
生活垃圾无害化处理量(万吨)	871.2	622.4	730.8	667	633.1	623.2	613.7
生活垃圾无害化处理率(%)	99.8	78.8	99.6	99.3	99.1	98.2	97
全市常住人口(万人)	2173	2171	2152	2115	2069	2019	1962
	2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
生活垃圾清运量(万吨)	656.1	656.6	600.9	538.2	454.6	491	
生活垃圾无害化处理量(万吨)	644.4	641.6	575.3	497.7	436.2	392.8	
生活垃圾无害化处理率(%)	98.2	97.7	95.7	92.5	96	80	
全市常住人口(万人)	1860	1771	1676	1601	1538	1493	

基于假设，焚烧厂的每年的垃圾量为：

$$\frac{872.6(\text{万吨/年}) \times 92\%}{100(\text{万吨/年})}$$

固定费用为：

$$\frac{872.6(\text{万吨/年}) \times 92\%}{100(\text{万吨/年})} \times \frac{200000(\text{万元})}{20(\text{年})} = 80279.2(\text{万元/年})$$

对堆肥厂的固定成本测算如下：估算南官堆肥厂的建设成本约为 3.6 亿元，使用年限 20 年，因此其固定费用约为

$$\frac{36000(\text{万元})}{20(\text{年})} = 1800(\text{万元/年})$$

因此总费用  $Cost_{Fixed}$  约为

$$80279 + 1800 = 82079(\text{万元/年})$$

对于利润率  $Profit$  的值，本文经过查阅资料得到其利润率约为 10%。

对于垃圾最产生量  $Quantity_{Best}$  的测算发现，在 2005 年北京市的垃圾清运量出现拐点，即 2005 年垃圾清运量

最少。因此本文将 2005 年数据作为  $Quantity_{Best}$  的值，即 454.6 万吨。利用公式

$$Quantity_{Individual\_Best} = \frac{Quantity_{Best}}{Population}$$

根据统计局数据取得 2005 年值，当年人口数量  $Population$  为 1538 万人，得到  $Quantity_{Individual\_Best}$  的值为 285.6 千克/人。

为确定  $Cost_{Total}$  的值，本文利用初赛时获得的数据，在包括运输，收集和处理的成本后，堆肥成本 76.72 元每吨，焚烧成本 32.44 元每吨。取近七年数据求得代数平均得到  $Quantity$  约为 712.0 万吨/年，则

$$Cost_{Total} = 76.72 \left( \frac{\text{元}}{\text{吨}} \right) \times 8\% \times 712.0 \left( \frac{\text{万吨}}{\text{年}} \right) + 32.44 \left( \frac{\text{元}}{\text{吨}} \right) \times 8\% \times 712.0 \left( \frac{\text{万吨}}{\text{年}} \right) = 25619 (\text{万元/年})$$

#### 4.4 数值的计算

$$Fixed = \frac{Cost_{Fixed}}{Quantity_{Best}} = \frac{82079 (\text{万元/年})}{454.6 (\text{万吨})} = 180.55 (\text{元/吨/年})$$

$$Surplus = \frac{(1 + Profit) Cost_{Total} (\text{万元})}{Quantity - Quantity_{Best}} = \frac{1.1 \times 25619 (\text{万吨})}{712 (\text{万吨}) - 454.6 (\text{万吨})} = 109.48 (\text{元/吨/年})$$

$$Total = 180.55 + 109.48 = 290.03 (\text{元/吨/年}) = 0.29 (\text{元/千克/年})$$

本文计算可得，当每年每人垃圾排放量不超过最优垃圾最优数量  $Quantity_{Best} = 286$  千克时，只需缴纳

$$Fixed \times Quantity_{Best} = \frac{180.55 (\text{元/吨/年}) \times 286 (\text{千克})}{1000} = 51.63 (\text{元/年})$$

的固定费用，约为 0.18 元每千克。当超出时则超出部分需要缴纳 0.29 元每千克的浮动费用。在实际操作中，如果真的出现了垃圾产生量极少的人，可根据具体情况，给予的这部分人群一定的补贴，如进行减免和优惠等。公式如下：

$$Z = \begin{cases} 51.63 \text{ 元}, & Quantity_{Individual} \leq 286kg \\ 0.29 \text{ 元} \times Quantity_{Individual} - 31.31 \text{ 元}, & Quantity_{Individual} > 286kg \end{cases}$$

#### 4.5 居民效果检验

根据北京市统计年鉴发布的数据，可以得到每人垃圾的产生量平均为  $\frac{Quantity}{Population}$ 。检验近年的数据发现每人每年平均垃圾清运量如表 5，单位为千克：

表 5 每人每年平均垃圾清运量

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
401.56	364.03	340.99	317.59	313.34	314.22	322.63
2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
352.74	370.75	358.53	336.16	295.58	328.87	

每人每年应缴费用如表 6：

表 6 每人每年应缴费用

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
85.14	74.26	67.58	60.79	59.56	59.81	62.25
2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
70.99	76.21	72.66	66.18	54.41	64.06	

若按照一户四口人计算，每人每年现今应缴费用约为 40 元。按照本文测算的标准垃圾费用已经被大幅度的提高了。费用的增加可以提高居民对于垃圾减排的行为仪式，居民会有动机来减少自身的垃圾产生量，这样可以增加



垃圾的减量效果。同时，对于现有的环卫设施来说，由于垃圾总量在不断的减小，因此其负荷也在减小。在处理的时候难度可以被降低，同时可以节省处理垃圾的成本。对于居民而言他们会在扔垃圾的时候有所顾忌，考虑自己的收入和扔垃圾的必要性。他们会因为价格的增加而减少排放量，来使自己获取相对大的回报。同时可以提高居民对于垃圾减排的意识，他们会在考虑以后减少自己的花费而增加自己的效益。在本文设计的这种体系下，他们能做的仅有的方式就是减少垃圾排量。生产的垃圾量越少，缴纳的费用就越少。这也可以减少他们扔垃圾的行为，甚至他们会在选购商品时就考虑其垃圾包装的多少。他们可能会倾向于选择包装减省的商品以减少自己的垃圾排量。通过这种方式，生产产品的公司观察到了这样的市场变化可能也会践行减少包装的行动，从而形成全社会一同减少垃圾排量的目标。

#### 4.6 垃圾减排效果预测

在预测垃圾减排效果时，本文首先需要预测目前状况下的垃圾排量。本文采用根据经济发展和人口数据进行回归来得到函数，进而预测未来的垃圾排放量。已有的数据如表 7 所示：

表 7 近年社会信息

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
25669.13	23014.59	21330.83	19800.81	17879.4	16251.93	14113.58
11005.1	10338	9638	8872.1	8123.5	7222.2	6340.3
14678	15122	15104	14234	14346	13701	13804
2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
12153.03	11115	9846.81	8117.78	6969.52	6033.21	
5309.9	4645.5	3835.2	3295.3	2911.7	2191.8	
12835	12850	11741	9936	11248	11002	

第一行为常住人口（万人），第二行为地区生产总值（亿元），第三行为社会消费品零售总额（亿元），第四行为道路清扫保洁面积（万平方米）

依据北京市总体规划，北京市近年的 GDP 涨幅约为 6.5%，CPI 涨幅约为 3%，常住人口涨幅依据积分落户政策每年不超过 2 万人。因此本文得到以下五年的预估数据，如表 8：

表 8 未来五年预估数据

2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
2173	2175	2177	2179	2181	2183
27337.62345	29114.56897	31007.02	33022.47	35168.93	37454.91
11335.253	11675.31059	12025.57	12386.34	12757.93	13140.66
14946	14839	15119	14696	14756	15089

利用 Matlab 回归命令，可以得到以下的参数，如表 9：

表 9 回归参数

回归	点估计参数	区间估计参数
常数	-279.26	-1130.70, 572.18
人口	0.36	-0.30, 1.03
GDP	0.10	0.03, 0.17
CPI	-0.22	-0.40, -0.04
道路面积	0.01	-0.04, 0.06

	统计量
相关系数 $r^2$	0.93
F 值	25.95
概率 p	0.00
Hostelling 统计量	1389.43

点估计残差	区间估计残差	
-1.25	-46.47	43.98
38.36	-29.54	106.27
7.56	-73.20	88.33
-43.71	-118.83	31.40
-19.27	-101.46	62.92
-39.91	-114.73	34.90
3.48	-77.17	84.13
47.87	-24.50	120.24
40.47	-30.07	111.02
-17.64	-89.94	54.67
24.61	-3.43	52.65
-16.57	-74.92	41.78
-24.01	-93.58	45.56

相关系数 $r^2$ 和F值均较大,说明利用线性回归对于这个问题应用得良好。设 $y$ 为垃圾年产生量, $x_1$ 为人口, $x_2$ 为GDP, $x_3$ 为CPI, $x_4$ 为道路面积, $\beta_0$ 为常数, $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 为各项系数,垃圾年常量关于各因素回归表达式为:

$$y = -279.255279 + 0.362603755x_1 + 0.102988854x_2 - 0.22112542x_3 + 0.010562555x_4$$

将2017-2022年数据代入上式,可以用该方程来预测未来垃圾的产生量见表10。

表10 未来五年垃圾产生量

2017年	2018年	2019年	2020年	2021年	2022年
975.5085712	1082.913791	1204.046	1328.098	1468.351	1623.391

接下来,本文进行需要的费用计算。继续计算每人垃圾的产生量平均 $\frac{Quantity}{Population}$ 可以得到表11中的数据:

表11 未来五年每人平均垃圾产生量

	2017年	2018年	2019年	2020年	2021年	2022年
垃圾排量 (千克/人)	448.9224902	497.891398	553.0759	609.4989	673.2465	743.6512
每月垃圾费用 (元/人)	98.87752216	113.0785054	129.082	145.4447	163.9315	184.3489

由于实施这种二部收费的目地是通过增加收费的价格来促使居民减少个人排放垃圾量,本文接下来进行垃圾减量效果的预测。本文在查阅文献时了解到 Jenkins R. R.<sup>[7]</sup>曾得到以下结论:垃圾排放量需求的价格弹性 $Elasticity$ 为-0.12,即生活垃圾收费标准每变化1%,城市的生活垃圾产量会相应的变动0.12%,且生活垃圾收费高低与生活垃圾产量变动方向相反,也就是生活垃圾收费越高垃圾产量越低。Wertz K L.<sup>[8]</sup>也得出了一项类似的数据,而他采用的 $Elasticity$ 值为-0.15。依由此得到以下公式:

$$Quantity_{cut} = Quantity \times \left( \frac{Z}{Cost_{original}} - 1 \right) \times Elasticity$$

此时的原始费用为40元。依据以上公式,可以得到各年削减的垃圾排量见表12,其中第一行为第一种方式测算出的数据,第二行为第二种方式测算出的数据,单位都是万吨。

从表12可以发现近几年垃圾减排的数量呈逐年上涨趋势,甚至可以达到削减一半垃圾排放量。这对未来的环境保护是大有裨益的。

表 12 各年垃圾削减量

2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年	
172.31	237.41	321.78	420.12	545.92	703.00	
215.38	296.77	402.22	525.15	682.41	878.75	
2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
118.17	81.23	60.71	41.89	38.04	37.70	42.25
147.71	101.53	75.89	52.37	47.55	47.13	52.82
2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
61.00	71.33	58.88	42.27	19.65	35.44	
76.25	89.16	73.60	52.84	24.57	44.30	

## 5. 纳什平衡

### 5.1 纳什均衡概述

在研究的过程中，本文发现纳什均衡可以应用于这个问题。纳什均衡是经济学中的一个平衡点，意在使得多方的利益达到最大化，任何单独的一方无论是提高价格或者降低价格，无论是采取何种方式，都无法使得自己的收益增加，只能减少自身一方的收益。在经济学上这样的平衡点被叫做纳什均衡。

本文将政策制定者，回收公司，公民视为在垃圾回收博弈中的三个主体。政策制定者施加政策对回收公司产生影响，回收公司通过自身的经营策略对公民产生影响，政策制定者考虑公民的行为从而制定新的政策，也就是说公民对政策制定者存在影响。除了这三种影响以外，政策制定者不能对公民直接产生影响，公民不能直接影响回收公司的决策，回收公司也不能直接影响政策制定者的政策制定。政策制定者在公共利益的角度，他的目的是保护社会的公共利益、环境友好而产生的效益；回收公司指符合政策制定者要求的被允许对城市生活垃圾中的垃圾进行回收和处理的公民；而社区公民则将生活垃圾送到指定的公司地点来获取收益。

因此，由于具有三个主体，本文的状况适用于三主体混合策略的纳什均衡。

### 5.2 纳什均衡的收益计算

依据微观经济学的基本原理，本文可以得到在表 13 各种情况下的各方收益，其中每种情况下的收益第一行是决策者的，第二行是公司的，第三行是公民的。其中正数为获得收益，负数为失去收益，即赔本。

表 13 三种主体下的各种情况

		公民			
		参与	不参与		
公 司	实 施	$-Cost_{Government}$ $-Subsidy_{Enterprise}$ $-Subsidy_{Community}$ $+Environment_{Enterprise}$	$-Cost_{Government}$ $-Subsidy_{Enterprise}$ $+Environment_{Enterprise}$	监 督	决 策 者
		$Revenue_{Enterprise}$ $-Cost_{Enterprise}$ $+Subsidy_{Enterprise}$	$-Cost_{Enterprise}$ $+Subsidy_{Enterprise}$		
		$Revenue_{Community}$ $+Subsidy_{Community}$	0		
	不 实 施	$-Cost_{Government}$ $-Loss_{Government}$ $+Fine_{Enterprise}$	$-Cost_{Government}$ $-Loss_{Government}$ $+Fine_{Enterprise}$		

	$Revenue_{Enterprise}'$ $- Cost_{Enterprise}'$ $- Fine_{Enterprise}$	$- Cost_{Enterprise}'$ $- Fine_{Enterprise}$		
	$Revenue_{Community}'$	0		
实 施	$Environment_{Enterprise}$	$Environment_{Enterprise}$	不 监 督	
	$Revenue_{Enterprise}$ $- Cost_{Enterprise}$	$- Cost_{Enterprise}$		
	$Revenue_{Community}$	0		
不 实 施	$- Loss_{Government}$	$- Loss_{Government}$		
	$Revenue_{Enterprise}'$ $- Cost_{Enterprise}'$	$- Cost_{Enterprise}'$		
	$Revenue_{Community}'$	0		

### 5.3 纯策略的纳什均衡模型建立

纯策略的意思是在给定的信息下，每个个体只能选择一种策略，非此即彼。在纯策略的纳什均衡中，有表 14 中的八种情况，每种情况主语分别是公司，公民，制定者：

表 14 纯策略的 8 中策略组合

1	回收，参加，监管	5	不回收，参加，监管
2	回收，不参加，监管	6	不回收，不参加，监管
3	回收，参加，不监管	7	不回收，参加，不监管
4	回收，不参加，不监管	8	不回收，不参加，不监管

由于本文讨论公司施行回收政策的情况，因此对策略组合 5-8 不予考虑。

对于策略组合 1，这种策略组合是不合理的。因为其条件为以下两个条件同时成立：

$$Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise} > Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}'$$

$$Revenue_{Community} > 0$$

也就是说，在此情况下企业执行的利润大于不执行的利润。城市公民会因为分类而能够获得一定的收益，一旦收益大于零他们就会选择参加回收活动。但是这种情况违背了以下假设，即

$$Fine_{Enterprise} > Cost_{Government}$$

对于政府而言，需要其获得的罚款高于监督的成本，才会选择进行监督。决策者只对不回收的公司进行惩罚，产生的收入高于成本从而会主动监督。而在此种策略组合下，企业会因为避免缴纳罚款而回收，因此此时的政府惩罚收入几乎小于监督成本。

对于策略组合 2，这种策略组合也是不合理的。因为其条件为以下两个条件同时成立：

$$Cost_{Enterprise} < Cost_{Enterprise}'$$

$$Revenue_{Community} < 0$$

这种策略组合虽然满足上式或下式：

$$Fine_{Enterprise} > Cost_{Government}$$

也就是说，决策者对不执行的企业实施罚款的同时对公司不执行，因此这个式子能够成立，从而实现收益的不断增加。

但是，以上的策略组合代表了企业施行时的成本比公司不作为时的成本要低。且社区公民进行垃圾分类后获得的收益为负，不符合公民是理性的经济人的假设。

对于策略组合 4，这种策略组合更是不合理的。因为其条件为以下两个条件同时成立，与策略组合 2 相同：

$$Cost_{Enterprise} < Cost_{Enterprise}'$$

$$Revenue_{Community} < 0$$

也就是说，代表公司回收成本事实上低于不会受成本，其中社区公民由于获得的收益小于零所以选择不参与。分析同理于策略组合 2。

对于策略组合 3，看上去是相对合理的一种假设，但是其依然存在不合理的地方。它的条件为以下两个条件同时成立，和策略组合 1 相同：

$$\begin{aligned} Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise} &> Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}' \\ Revenue_{Community} &> 0 \end{aligned}$$

公司回收的利益大于不回收的利益。收到利益的驱动，他会进行回收。而公民获得的收益大于零，因此它们也会去参与回收垃圾这项活动。同时避免了策略 1 中的决策者监管而造成的无谓损失和成本增加。然而在事实上回收一段时间以后，由于垃圾行业准入门槛较低，原料价格会在本来较低的基础上，由于竞争者的不断加入公司收益会被进一步的压缩。也就是说合理的情况更可能如以下不等式所示：

$$Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise} < Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}'$$

基于本文对各主体均是理性的经济人的假设，在纯策略的纳什均衡状态下，不存在一组稳定的均衡解。

#### 5.4 混合策略的纳什均衡分析

本文接下来在混合策略时进行纳什均衡的分析。混合策略的意思是对于一个主体它执行和不执行存在着一定的概率，可能是从 0 到 1 之间的任何值。在概率仅为 0 或 1 的时候，混合策略的纳什均衡即为纯策略的纳什均衡。

假设公司执行垃圾回收的概率为  $P(Enterprise)$ ，则其不执行垃圾回收的概率为  $(1 - P(Enterprise))$ 。同理，假设决策者执行监察垃圾回收的概率为  $P(Government)$ ，则其不执行垃圾回收的概率为  $(1 - P(Government))$ 。假设公民执行垃圾回收的概率为  $P(Community)$ ，则其不执行垃圾回收的概率为  $(1 - P(Community))$ 。假设以上六个值均在区间  $[0,1]$  内。则可以通过计算得到以下公式：

公司执行时的期望收益：

$$\begin{aligned} Profit_{Enterprise} &= P(Government)[P(Community)(Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise} + Subsidy_{Enterprise}) \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Enterprise} + Subsidy_{Enterprise})] \\ &\quad + (1 - P(Government))[P(Community)(Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise}) \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Enterprise})] \end{aligned}$$

化简可得：

$$Profit_{Enterprise} = P(Government)Subsidy_{Enterprise} + P(Community)Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise}$$

公司不执行时的期望收益：

$$\begin{aligned} Profit_{1-Enterprise} &= P(Government)[P(Community)(Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}' - Fine_{Enterprise}) \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Enterprise}' - Fine_{Enterprise})] \\ &\quad + (1 - P(Government))[P(Community)(Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}') \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Enterprise}')] \end{aligned}$$

化简可得：

$$Profit_{1-Enterprise} = -P(Government)Fine_{Enterprise} + P(Community)Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}'$$

决策者执行时的期望收益：

$$\begin{aligned} Profit_{Government} &= P(Enterprise)[P(Community)(-Cost_{Government} - Subsidy_{Enterprise} - Subsidy_{Community} \\ &\quad + Environment_{Enterprise}) \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Government} - Subsidy_{Enterprise} + Environment_{Enterprise})] + (1 \\ &\quad - P(Enterprise))[(-Cost_{Government} - Loss_{Government} + Fine_{Enterprise}) \\ &\quad + (1 - P(Community))(-Cost_{Government} - Loss_{Government} + Fine_{Enterprise})] \end{aligned}$$

化简可得：

$$\begin{aligned} Profit_{Government} &= P(Enterprise)P(Community)Subsidy_{Community} \\ &\quad + P(Enterprise)(Environment_{Enterprise} - Subsidy_{Enterprise} - Fine_{Enterprise} + Loss_{Government}) \\ &\quad + (Fine_{Enterprise} - Cost_{Government} - Loss_{Government}) \end{aligned}$$

决策者不执行时的期望收益：



$$\begin{aligned}
 Profit_{1-Government} &= P(Enterprise)[P(Community)Environment_{Enterprise} \\
 &+ (1 - P(Community))Environment_{Enterprise}] \\
 &+ (1 - P(Enterprise))[P(Community)(-Loss_{Government}) \\
 &+ (1 - P(Community))(-Loss_{Government})]
 \end{aligned}$$

化简可得：

$$Profit_{1-Government} = P(Enterprise)(Environment_{Enterprise} + Loss_{Government}) - Loss_{Government}$$

公民参与时的期望收益：

$$\begin{aligned}
 Profit_{Community} &= P(Enterprise)[P(Community)(Revenue_{Community} + Subsidy_{Community}) \\
 &+ (1 - P(Community))(Revenue_{Community}')] \\
 &+ (1 - P(Enterprise))[P(Community)(-Loss_{Government}) \\
 &+ (1 - P(Community))(-Loss_{Government})]
 \end{aligned}$$

化简可得：

$$\begin{aligned}
 Profit_{Community} &= P(Enterprise)(Environment_{Enterprise} + Loss_{Government}) - Loss_{Government} \\
 Profit_{Community} &= P(Enterprise)P(Community)(Revenue_{Community} + Subsidy_{Community}) \\
 &+ (1 - P(Community))(Revenue_{Community}') + P(Community)Revenue_{Community}
 \end{aligned}$$

公民不参与时的期望收益：

$$Profit_{1-Community} = 0$$

## 5.5 混合策略的纳什均衡模型求解

在如上所设的三主体混合策略的博弈中，如果这三个主体的各自的期望收益达到均等时，三主体的就会呈现均衡的博弈状态，则会有如下条件：公司实施和不实施的期望收益均等，决策者实施和不实施期望收益均等，公民实施和不实施的期望收益均等。因此有如下方程组同时成立：

$$\begin{cases}
 Profit_{Enterprise} = Profit_{1-Enterprise} \\
 Profit_{Government} = Profit_{1-Government} \\
 Profit_{Community} = Profit_{1-Community}
 \end{cases}$$

即有如下等价的等式：

$$\begin{cases}
 P(Government)Subsidy_{Enterprise} + P(Community)Revenue_{Enterprise} - Cost_{Enterprise} \\
 = -P(Government)Fine_{Enterprise} + P(Community)Revenue_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise}' \\
 \\
 P(Enterprise)P(Community)Subsidy_{Community} \\
 + P(Enterprise)(Environment_{Enterprise} - Subsidy_{Enterprise} - Fine_{Enterprise} + Loss_{Government}) \\
 + (Fine_{Enterprise} - Cost_{Government} - Loss_{Government}) = Profit_{1-Government} \\
 = P(Enterprise)(Environment_{Enterprise} + Loss_{Government}) - Loss_{Government} \\
 \\
 P(Enterprise)P(Community)(Revenue_{Community} + Subsidy_{Community}) \\
 + (1 - P(Community))(Revenue_{Community}') + P(Community)Revenue_{Community} = 0
 \end{cases}$$

解以上方程组得：

$$\begin{cases}
 P(Enterprise) = \frac{Fine_{Enterprise} - Cost_{Government}}{P(Community)Subsidy_{Community} + Subsidy_{Enterprise} + Fine_{Enterprise}} \\
 P(Government) = \frac{P(Enterprise)(Revenue_{Community} - Revenue_{Community}') - Revenue_{Community}'}{P(Enterprise)Subsidy_{Community}} \\
 P(Community) = \frac{P(Government)(Subsidy_{Enterprise} + Fine_{Enterprise}) + (Cost_{Enterprise}' - Cost_{Enterprise})}{Revenue_{Enterprise} - Revenue_{Enterprise}'}
 \end{cases}$$

当公司按照 $P(Enterprise)$ 的概率时进行回收，其能够取得收益的最大值。当公司低于 $P(Enterprise)$ 的概率时进行回收，决策者会加强监管从而决策者获取更大的收益，如进行惩罚等。当公司高于 $P(Enterprise)$ 的概率时进行回收，决策者会不再监管从而决策者获取更大的收益，甚至是施行鼓励企业进行回收的政策。而当公司恰等于 $P(Enterprise)$ 的概率进行回收，决策者会随机进行监管。

当决策者按照 $P(Government)$ 的概率时进行监管，其能够取得收益的最大值。当决策者低于 $P(Government)$ 的概率时进行监管，公民会减少回收的参与程度从而获取更大的收益，因为此时公司的政策不足以鼓励公民参与回收。当决策者高于 $P(Government)$ 的概率时进行监管，公民会增加回收的参与程度从而获取更大的收益，因为他们得到了足够的利益进行参与。当决策者恰等于 $P(Government)$ 的概率时进行监管，公民参与或者不参与回收是随机的。

当公民按照 $P(Community)$ 的概率时进行参与，其整体能够取得收益的最大值。当决策者低于 $P(Community)$ 的概率时进行监管，公司会减少回收的参与程度从而获取更大的收益，因为此时参与的公民太少以至于公司没有足够的利益驱动。当公民高于 $P(Community)$ 的概率时进行参与，公司会增加回收的参与程度从而获取更大的收益，因为此时参与的公民足够，公司有足够的利益驱动去回收。当公民恰等于 $P(Community)$ 的概率时进行监管，公司回收或者不回收是随机的。

## 5.6 数据获取

对于 $Cost_{Enterprise}$ 的值，依据本文在初赛时计算的数据，焚烧垃圾的总成本 $Cost_{焚烧}$ 约为 48.46 元每吨，堆肥垃圾的总成本 $Cost_{堆肥}$ 约为 134.61 元每吨。依据本文以上的数据，可以得到以下公式：

$$Cost_{Enterprise} = Total = Cost_{堆肥} \times m \times 8\% + Cost_{焚烧} \times m \times 92\%$$

依据以上公式，求的总成本为：

表 15 总成本

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
48300.1552	43744.6856	40617.3	37179.94	35884.7	35115.31	35037.82

而对于 $Revenue_{Enterprise}$ 的值则有

$$Revenue_{Enterprise} = Cost_{Enterprise} \times R$$

对于 $Cost_{Enterprise}$ ， $Revenue_{Enterprise}$ ， $Subsidy_{Enterprise}$ ， $Resident_{Community}$ ， $Resident_{Community}$ 诸值的确定，本文依据喻国君，曾张旭阳，覃俊杰几位学者的研究<sup>[9]</sup>，发现其值由于足够小因此可以忽略，而确定为 0。

$Cost_{Government}$ 的值以 2016 年确定为 2.5 亿元，以前每年以 0.125 亿的速度递减。

对于 $Fine_{Enterprise}$ 的值，本文依据北京市生活垃圾管理条例<sup>[10]</sup>和浙江省城镇生活垃圾分类管理办法<sup>[11]</sup>确定其值也以 2016 年确定为 5 亿元，以前每年以 0.25 亿的速度递减。

对于 $P(Government)$ 和 $P(Enterprise)$ 的值本文由于在现实情况下政府必然监管，企业也必然施行，因此其值确定为 1。 $Environment_{Enterprise}$ 和 $Loss_{Government}$ 由于在最后一方程解的表达式中没有出现，因此不需要考虑。 $Subsidy_{Community}$ 和 $P(Community)$ 则确定为本文的变量，需要进行求解。由于第二个方程被约分，因此本文获得如下两个方程：

$$\begin{cases} 1 = \frac{-Cost_{Government}}{P(Community)Subsidy_{Community} + Fine_{Enterprise}} \\ P(Community) = \frac{Fine_{Enterprise} - Cost_{Enterprise}}{Revenue_{Enterprise}} \end{cases}$$

将 2010 至 2017 年数据逐年代入，得到以下表 16 的解：第二行的单位为万元：

表 16 政府相关费用

$P(Community)$	0.35	0.67	0.46	0.76	0.45	0.45	0.35
$Subsidy_{Community}$	-213108	-104819	-137534	-79105	-124962	-120102	-151750

将公民价格除以全市公民人数，得到每人每年平均应缴费用，单位为元，如表 17：

表 17 平均应缴费用

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
98.07	48.28	63.91	37.40	60.40	59.49	77.34

## 6. 层次分析

在对垃圾的两部定价法及博弈论辅助分析之后，为了让垃圾的价格制定更加科学，本文将用层次分析法对不同种类的垃圾定价进行考量与分析，并且定量得出不同种类垃圾定价价格的相对比值和高低估计，辅助其他方法并进行模型优化，以使得结论更加具有说服力。

在本节当中，为了更加合理的制定不同垃圾的合理收费标准，本文采用层次分析进行优化。目标层设定为选取制定不同种类垃圾合理收费标准；准则层方面，根据相关资料的查阅，本文决定考虑处理难易程度，垃圾弹性，可能造成的环境污染及不同垃圾运输成本作为分析的标准，其中处理难易程度与环境污染覆盖了垃圾处理方面，垃圾弹性覆盖了垃圾自身性质与消费者对其的影响，而运输成本覆盖到了垃圾运输费方面，因此准则层如此制定考虑的影响因素较为周全并具有很高的合理性。在方案层上，本文选取的不同垃圾种类为可回收物，厨余垃圾及不可回收垃圾，此三方面基本覆盖了大部分产生的生活垃圾，使得模型更进一步具有普适性。层次分析模型构建如图 1 所示。

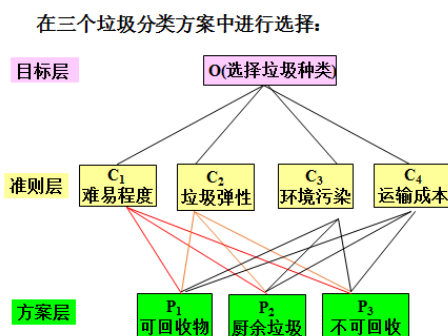


图 1 层次分析模型构建框架

首先，本文将根据准则层的相对重要程度构建准则层对比矩阵，及根据准则层每一各方面相对于其它方面的重要程度，将其进行具体量化处理。本文采用 1-9 标度法，以反映各个因素间重要程度的比较，含义如图 2 所示。

标值	含义
1	表示两个指标相比，具有同等重要性
3	表示两个指标相比，一个指标比另一个指标稍微重要
5	表示两个指标相比，一个指标比另一个指标明显重要
7	表示两个指标相比，一个指标比另一个指标强烈重要
9	表示两个指标相比，一个指标比另一个指标极端重要
2、4、6、8 上述相邻判断的中间级别，需要折中时采用，倒数则表示相反	

图 2 对比矩阵标度含义

根据上述标度与本文从此四个方面进行的资料查阅与分析，总结出对比矩阵如表 18。

表 18 准则层对比矩阵

相对重要程度	难易程度	垃圾弹性	环境污染	运输成本
难易程度	1	1/3	1	3
垃圾弹性	3	1	2	5
环境污染	1	1/2	1	3
运输成本	1/3	1/5	1/3	1

对于准则层权重分析, 本文引入一致性指标进行一致性验证。一致性指各影响因素重要性指标应当一致, 不出现矛盾。但人们在主观确定判断矩阵是不可能完全一致, 需要用一致性指标进行检验矩阵一致性, 同时反映思维的一致性程度。

本文引入一致性指标 CI (consistency index), 其计算公式与步骤如下。

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n}$$

其中 $\lambda_{\max}$ 代表矩阵的最大特征根,  $n$  代表矩阵为  $n$  阶矩阵。CI 的值越大, 代表矩阵偏离一致性的程度越大, CI 越小, 表示矩阵一致性程度越好。为了度量矩阵是否满足一致性, 本文还将引入矩阵平均随机一致性指标 RI(random index)。

对于 1-8 阶的判断矩阵, RI 值如表 19:

表 19 判断矩阵平均随机一致性指标

1	2	3	4	5	6	7	8
0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.41	1.45

当阶数大于 2 时, 规定判断矩阵一致性指标与平均一致性指标之比为随机一致性比率 CR(consistency ratio) 如下:

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

当  $CR < 0.1$  时, 判断矩阵满足一致性,  $CR > 0.1$  时, 判断矩阵不满足一致性, 应对矩阵做出适当调整。

本文中利用 MATLAB 实现计算是否通过一致性检验及各因素所占权向量, 得出:

$$CI = 0.011379$$

$$CR = 0.012643$$

数据通过一致性检验。根据 MATLAB 工具计算后得出准则层最终权向量如表 20:

表 20 准则层最终权向量

难易程度	垃圾弹性	环境污染	运输成本
0.20711	0.48595	0.22719	0.07975

类似的, 本文继续计算方案层对准则层的权重。对于垃圾处理难易程度和环境污染的确定, 本文参考了王靖琦等学者研究成果<sup>[12]</sup>, 确定了各种垃圾的权重, 对于垃圾弹性的确定, 本文在前述章节中已经得出了其弹性系数, 本文用此弹性系数作为权重。这里本文对塑料类, 金属类和纸归并为可回收物, 化妆品和衣物家具归并为不可回收, 进行其弹性系数的代数平均作为其权重。由于运输成本在在各类垃圾中相差不大, 因此本文取其权重都为 1。

由以上得各准则层对方案层的权重如表 21:

表 21 各准则层对方案层的权重

	C1 难易程度	C2 垃圾弹性	C3 环境污染	C4 运输成本
P1 可回收物	0.3600	-0.03	0.7272	1
P2 厨余垃圾	1	-0.125	0.7727	1
P3 不可回收	0.3555	-0.165	1	1

因此得到各方案层的权值矩阵, 即相对重要程度, 如表 22:

表 22 各方案层的权值矩阵

1. 0000	0. 3600	1. 0127
2. 7778	1. 0000	2. 8129
0. 9875	0. 3555	1. 0000

1. 0000	0. 2400	0. 1818
4. 1667	1. 0000	0. 7576
5. 5000	1. 3200	1. 0000

1. 0000	0. 9411	0. 7272
1. 0626	1. 0000	0. 7727
1. 3751	1. 2942	1. 0000

1. 0000	1. 0000	1. 0000
1. 0000	1. 0000	1. 0000
1. 0000	1. 0000	1. 0000

由于各矩阵均为一致阵，因此其特征根均为 3，其 CI 值及 CR 值均为 0，通过一致性检验。然后本文计算其特征向量，即权向量，并进行归一化得权向量阵 k：

0. 2099	0. 0937	0. 2909	0. 3333
0. 5829	0. 3906	0. 3091	0. 3333
0. 2072	0. 5156	0. 4000	0. 3333

然后本文将两层权向量阵相乘得到组合权向如表 23：

表 23 组合权向

可回收物	厨余垃圾	不可回收
0. 1817	0. 4073	0. 4109

进一步计算，使得各种垃圾价格之比等于组合权向量之比，且其代数平均值恰与本文之前计算得到的每吨垃圾的收费价格相等。而垃圾最优数量则相应的使其比例等于组合权向量之比。得到如下的价格：可回收物的固定价格为 5.11 元，厨余垃圾的固定价格为 25.70 元，不可回收的固定价格为 26.15 元。可回收物的浮动价格为 0.16 元每吨，厨余垃圾的浮动价格为 0.35 元每吨，不可回收的浮动价格为 0.36 元每吨，即有如下公式：

$$\begin{aligned}
 z_{\text{回}} &= \begin{cases} 5.11 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} \leq 52\text{kg} \\ 0.16 \text{ 元} \times \text{Quantity}_{\text{Individual}} - 3.21 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} > 52\text{kg} \end{cases} \\
 z_{\text{厨}} &= \begin{cases} 25.70 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} \leq 116\text{kg} \\ 0.35 \text{ 元} \times \text{Quantity}_{\text{Individual}} - 14.90 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} > 116\text{kg} \end{cases} \\
 z_{\text{不回}} &= \begin{cases} 26.15 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} \leq 118\text{kg} \\ 0.36 \text{ 元} \times \text{Quantity}_{\text{Individual}} - 16.33 \text{ 元}, & \text{Quantity}_{\text{Individual}} > 118\text{kg} \end{cases}
 \end{aligned}$$

考虑到不同的垃圾种类的垃圾弹性系数很可能不同，因此本文找出了三个限定条件，并使用梯度下降法计算





出了六类生活垃圾的弹性系数的局部最优解：

$$\begin{cases} 0.02 < x_1 < x_2 < x_3 < 0.12 \\ 0.12 < x_4 < x_5 < x_6 < 0.3 \\ \frac{(x_1 \times 0.33 + (x_2 + x_3) \times 0.27 + x_4 \times 0.27 + (x_5 + x_6) \times 0.16)}{6} = 0.12 \end{cases}$$

其中，

$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$
0.3287	0.2727	0.2727	0.2728	0.1625	0.1625

由此我们计算出：

厨余垃圾 $x_1$	塑料类 $x_2$	纸张类 $x_3$	有害垃圾 $x_4$	化妆品 $x_5$	衣物家具 $x_6$
11.85	11.9	11.95	29.85	29.9	29.95

依据第 4 节的历年各类垃圾占比和预测的垃圾量，可以获得如表 24 的预测数据，其中第一行为垃圾总量，第二行为可回收垃圾年排量，第三行为厨余垃圾年排量，第四行为有害垃圾年排量，第五行为不可回收垃圾年排量（单位：万吨）：

表 24 预测数据

2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
656.1	633	634.4	648.3	671.7	733.8	790.3
193.7144	158.25	185.3679	152.2893	184.2897	208.6873	219.6035
182.3518	183.0538	216.499	218.6606	235.5345	262.569	274.2845
227.729	166.1557	166.5233	155.4941	185.669	200.1823	196.4862
172.2354	125.5405	71.36331	97.39178	98.93618	102.7411	99.92577
2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
872.6	975.5000	1082.9000	1204.0000	1328.1000	1468.4000	1623.4000
237.9681	266.0301	295.3193	328.3446	362.1881	400.4496	442.7198
286.8617	320.6894	355.9965	395.8073	436.6044	482.7271	533.6824
238.0657	266.1392	295.4405	328.4794	362.3368	400.6139	442.9015
141.7727	158.4910	175.9405	195.6158	215.7785	238.5732	263.7563

与二部定价法垃圾减排效果预测同理，本文得出了人均的垃圾排放量见表 25，其中第一行为垃圾总量（千克），第二行为可回收垃圾年排量（千克），第三行为厨余垃圾年排量（千克），第四行为有害垃圾年排量（千克），第五行为不可回收垃圾年排量（千克）：

表 25 人均垃圾排放量

2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
352.7419	322.63	314.215	313.3398	317.5887	340.9851	364.0258
104.1475	80.65749	91.81175	73.60529	87.1346	96.97366	101.1532
98.03861	93.2996	107.2308	105.6842	111.3638	122.0116	126.3402
122.435	84.68691	82.47811	75.15425	87.78676	93.02153	90.50494
92.59968	63.98597	35.34587	47.07191	46.77834	47.74214	46.02753
2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
401.5647	448.9185458	497.8850575	553.0547	609.4998	673.2691	743.6555
109.5113	122.4252499	135.7789808	150.8244	166.2176	183.6082	202.8034
132.0118	147.5791048	163.6765328	181.8132	200.3692	221.3329	244.472
109.5562	122.4754918	135.8347029	150.8863	166.2858	183.6836	202.8866
65.24284	72.936496	80.89216149	89.85565	99.02638	109.3871	120.8229

然后本文得出了各类的价格如表 26，第一行为厨余垃圾，第二行为可回收物，第三行为不可回收：

表 26 各类价格

2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年	2016 年
13.45	9.70	11.48	8.57	10.73	12.31	12.97	14.31
25.70	25.70	25.70	25.70	25.70	27.80	29.32	31.30
61.08	37.19	26.09	27.67	32.11	34.34	32.82	46.60

2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
16.38	18.51	20.92	23.38	26.17	29.24
36.75	42.39	48.73	55.23	62.57	70.67
54.02	61.69	70.34	79.18	89.18	100.21

依据本文前述得出的垃圾弹性数据，本文确定厨余垃圾的弹性系数为-0.1185，可回收物的弹性系数利用塑料类、金属类、纸的弹性系数平均为-0.1193，不可回收的弹性系数利用为电池、废水银、灯泡、废药品、化妆品、衣物家具的平均为-0.2990。则计算得到如表 27 的削减比例，第一行为厨余垃圾，第二行为可回收物，第三行为不可回收，单位为“1”：

表 27 削减比例

2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
0.1574487	0.061782	0.1072094	0.0330609	0.088161	0.128232	0.145254
0.0688911	0.0688911	0.0688911	0.0688911	0.0688911	0.084298	0.095392
0.4185566	0.1414299	0.0126049	0.0309885	0.0825158	0.108401	0.090732
2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
0.179293	0.231887	0.286272	0.347547	0.410238	0.481064	0.559239
0.109928	0.149826	0.191082	0.237565	0.285122	0.33885	0.398154
0.250533	0.336612	0.425623	0.52591	0.628516	0.744435	0.872383

则得到各类垃圾削减的排量见表 28，单位为吨：

表 28 各类垃圾削减排量

2009 年	2010 年	2011 年	2012 年	2013 年	2014 年	2015 年
30.500095	9.7770058	19.873185	5.0348202	16.247163	26.76039	31.89823
12.562424	12.610786	14.914865	15.063776	16.22624	22.13413	26.16456
95.317491	23.499389	2.0990165	4.8185226	15.320631	21.69998	17.82751
2016 年	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年
42.6661	61.68901	84.54176	114.1152	148.5834	192.6419	247.5863
31.53414	48.04751	68.02452	94.02984	124.4855	163.5723	212.4877
59.64331	89.58579	125.7464	172.7507	227.7344	298.2311	386.3797

## 7. 灵敏度分析

本文对获得的垃圾量的数据进行上下 5%的波动，得到的垃圾减少率的变化如表 29 所示，其中第一行为下浮 5%*Elasticity*为-0.12 时的垃圾减少率，第二行为下浮 5%*Elasticity*为-0.15 时的垃圾减少率，第三行为上浮 5%*Elasticity*为-0.12 时的垃圾减少率，第四行为上浮 5%*Elasticity*为-0.15 时的垃圾减少率。

表 29 垃圾减少率

2016 年	2015 年	2014 年	2013 年	2012 年	2011 年	2010 年
0.1529	0.1186	0.0976	0.0762	0.0723	0.0731	0.0808
0.1911	0.1483	0.1220	0.0952	0.0904	0.0914	0.1010
0.1180	0.0869	0.0679	0.0486	0.0450	0.0458	0.0527
0.1474	0.1087	0.0849	0.0607	0.0563	0.0572	0.0659
2009 年	2008 年	2007 年	2006 年	2005 年	2004 年	
0.1083	0.1248	0.1136	0.0932	0.0561	0.0865	
0.1354	0.1559	0.1420	0.1164	0.0701	0.1081	
0.0776	0.0925	0.0824	0.0639	0.0304	0.0579	
0.0970	0.1156	0.1030	0.0799	0.0380	0.0724	
2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年	2022 年	
0.1962	0.2409	0.2913	0.3428	0.4011	0.4654	
0.2452	0.3011	0.3641	0.4286	0.5014	0.5817	
0.1571	0.1976	0.2432	0.2898	0.3425	0.4007	
0.1964	0.2470	0.3040	0.3623	0.4281	0.5009	

## 8. 总结

本文首先使用了在经济学上公共事业定价中较为常用的二部定价法，从北京的实际数据出发，分别计算了垃圾回收的固定费用和浮动费用，以优化现有的垃圾收费标准；随后，本文通过博弈论中的三主体混合策略的纳什均衡方法，将政策制定者，回收公司，公民视为在垃圾回收博弈中的三个主体计算纳什平衡点，从而将各方的收益最大化；由于该方法的计算结果年波动较大。针对北京现在对生活垃圾已做了分类这个实际情况，本文用层次分析法对不同种类的垃圾定价进行研究，计算与分析出了不同种类垃圾的收费权重并对计算结果进行了定量评价，再结合各类垃圾对价格的弹性系数，以使生活中的各类垃圾的价格制定更加科学高效。

对于二部定价法，因为考虑到了垃圾因数量递增而产生的额外费用，即经济学上的边际成本，可以较好的应用于这种公共事业的定价。同时也考虑到了企业为创造收支平衡和社会福利的兼顾，具有良好的操作性。但这种方法存在着局限性，即对于使用这种公共服务较少的人具有巨大的劣势，因为它们实际付出的费用多于他们应该付出的费用，将自己的开支补贴他人产生的成本，带来一部分社会福利的损失。但这样的问题是可以避免的。

对于纳什均衡法，通过建立和求解以上回收公司、决策者和公民三方的相互博弈以及微观经济学中的公司成本与收益可以得到以下定性的结论：决策者可以通过制定关于垃圾回收的策略，通过价格杠杆能够影响公司和公民的行为，进行垃圾收费。这个模型可以适用于决策者的制定。同时公司和公民也可以通过自身的评估达到各方利益的最大化。然而由于在定量的分析中发现每人每年平均应缴纳费用有较大的波动，而且无明显的关系，比较混乱，因此本文考虑采取其他方式。

对于层次分析法，对垃圾分类的定价已较为合理，但仍依靠专家的知识库，若比较矩阵不准确，则预测结果的浮动会较大。

本文通过定量分析与模型优化给出了一套较为完整的垃圾分类收费方案，并经过建模验证，表明了其具有很高的科学性与合理性，对垃圾控制具有显著效果。相信本文给出的方案能对政府与之后出台的相关政策有一定的借鉴价值。本文不足之处是由于时间仓促，模型好有些地方还不够细致。

## 9. 如何利用经济杠杆促进城市生活垃圾分类

尊敬的市长：

您好！

随着垃圾分类的逐步推广，在北京市起到了一定的效果，但是效果仍不显著，未能达到预期。对于某些地区这些规定形同虚设。为了促进垃圾减量化，提高垃圾分类水平，促进社会的可持续发展，我们团队基于现状进行分析建模，致力于得出一个更好的可持续可推广的方法。

我们基于多种基于数学和微观经济学的方法，拟定出了一个关于垃圾减量的政策。然后计算出了各类垃圾的弹性，同时对不同的垃圾根据其处理的难易程度、环境危害、处理费用和弹性等制订了不同的收费标准，在垃圾总量减少的基础上提高垃圾分类水平，促进垃圾分类处理。最后本文预测了假如这个政策能够施行它会带来的效果，进而确认了政策对环境和社会来说有良好的可持续性。

我们认为，对垃圾征收的费用应该以年和人为单位进行征收，实行阶梯价格而非统一价格。在不考虑各类垃圾之间的不同时，我们得到的结果是：每人每年排放的可回收物垃圾在 286 千克以内时，只需缴纳固定的 51.63 元。当超出时，对超出的部分每千克垃圾征收 0.29 元的浮动费用。

在考虑垃圾分类后，我们最终得到的结果是：每人每年排放的可回收物垃圾在 52 千克以内时，只需缴纳固定的 5.11 元。当超出时，对超出的部分每千克垃圾征收 0.16 元的浮动费用。每人每年排放的厨余垃圾在 116 千克以内时，只需缴纳固定的 25.70 元。当超出时，对超出的部分每千克垃圾征收 0.35 元的浮动费用。每人每年排放的不可回收垃圾在 118 千克以内时，只需缴纳固定的 26.15 元。当超出时，对超出的部分每千克垃圾征收 0.36 元的浮动费用。

我们还计算了垃圾的弹性分别为厨余垃圾-0.1185，可回收物-0.1193，不可回收-0.2990。这的意思是在生活垃圾收费标准每变化 1% 时城市的生活垃圾产量则会变化 0.1185%，0.1193%，0.2990%。相应的变动，且生活垃圾收费高低与生活垃圾产量变动方向相反，也就是生活垃圾收费越高垃圾产量越低。

假如这个政策能够施行，将会对本市的垃圾减排产生明显的效果，同时会随着垃圾种类的变化而变化。对于那些弹性较大的垃圾，减排的效果会更加明显。并且在并且随着垃圾总量的增加垃圾减排效果会明显的变好。对于总量，在垃圾量较少的 2004 年，垃圾减排量约为 35.44 吨到 44.30 吨之间。在垃圾量较多的 2020 年，垃圾减排量将会达到 420.12 吨至 525.15 吨之间。

对于各类垃圾，如 2009 年本市产生的垃圾总量为 656.1 万吨，其中在垃圾量不很多的 2009 年，可回收物，厨余垃圾，其他垃圾减排比例分别为 15.74%、6.89% 和 41.86%。在预测未来垃圾较多的 2020 年，三类垃圾减排的比例将会达到 41.02%、28.51% 和 62.85%。

相较于现在施行的政策，我们制定的政策更加能促进垃圾减量化，提高垃圾分类水平，促进社会的可持续发展。对政府，这践行了对人民负责的工作态度，求真务实的工作作风，从群众中来到群众中去的工作方法。可以促进循环经济的发展，提高资源利用率，保护和改善环境，实现可持续发展，构建社会主义和谐社会，促进资源节约型和环境友好型社会的建成。对社会，这可以大幅提升北京市的环境，提升北京市以人为本的国际一流的和谐宜居城市的建成，更可以改善城市环境，让市民在一个山明水净的优良环境中生活。

顺颂时祺

## 10. 参考文献

- [1] Nilsson-Djerf J, Mc Dougall F. Social factors in sustainable waste management[J]. Warmer Bulletin, 200, (73): 18-20
- [2] 城市生活垃圾收费的定价模型及其应用[J] 资源科学, 2006, 28 (1) : 19-24
- [3] 城市垃圾按量收费的经济分析[J] 南大商学评论, 2006 (2) : 181-198
- [4] 生活垃圾处理收费问题浅析[J] 环境科技, 2008, 21 (s2) : 82-84
- [5] 城市生活垃圾按量收费的减量化效应分析[J] 价格理论与实践, 2009 (2) : 24-25



- [6]<http://huanbao.bjx.com.cn/news/20160304/713001.shtml> 您知道吗？世界上最早提出垃圾分类的城市是北京！
- [7]Jenkins R R. Municipal demand for solid-waste-disposal services: The impact of user fees [J].
- [8]Wertz K L. Economic factors influencing households' production of refuse [J]. Journal of Environmental Economics & Management, 1976, 2(4): 263-272.
- [9]喻国君,曾张旭阳,覃俊杰. 城市生活垃圾处理社会成本效益分析[Z].
- [10]北京市生活垃圾管理条例
- [11]江省城镇生活垃圾分类管理办法
- [12]王靖琦,尹心,陈叶伟,蔡建峰,薛旺. 垃圾分类收费制度下我国生活垃圾分类处理模型[J]. 科技视界, 2017, (32).



**官方网站**[www.dengfengbei.com](http://www.dengfengbei.com)**微信公众号****Dengfengbeijingsai****官方 QQ 群**

- |                           |           |
|---------------------------|-----------|
| ( 1 ) “登峰杯” 学术作品学生 QQ 群   | 571526693 |
| ( 2 ) “登峰杯” 数学建模学生 QQ 群   | 571535826 |
| ( 3 ) “登峰杯” 机器人学生 QQ 群    | 571540979 |
| ( 4 ) “登峰杯” 结构设计学生 QQ 群   | 592858677 |
| ( 5 ) “登峰杯” 数据挖掘学生 QQ 群   | 144821810 |
| ( 6 ) “登峰杯” 艺术创意设计学生 QQ 群 | 318850726 |

**官方邮箱**[dengfengbei@126.com](mailto:dengfengbei@126.com)**联系电话**

010-52909593 , 18310079788

( 工作日 9:00~12:00 , 13:00~17:00 )