

基于全驱系统方法的过程系统解耦反馈最优控制

王瑶为¹, 顾曹源^{*2}, 吴麒², 吴祥²

(1、武汉科技大学 信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430064;

2、浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310032)

摘要: 本文考虑一类具有关联耦合和非线性的过程系统全驱系统方法控制问题。首先, 由于系统的控制分布矩阵不满足全驱条件, 通过系统模型分析进行解耦, 获得满足全驱条件的子系统分别进行全驱系统方法设计。其次, 控制器采用 *LQR* 进行设计, 并给出系统稳定性分析。最后, 通过仿真与对比验证了所设计的全驱系统方法的有效性和具备的优越性能。

关键词: 全驱系统方法; 过程系统; 解耦反馈最优控制

Decoupling Feedback Optimal Control of Process System Based on Fully-actuated systems approach

WANG Yao-wei¹, Gu Cao-yuan^{*2}, Wu Qi², Wu Xiang²

(1、School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430064, China;

2、College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

Abstract: In this paper, the control problem of fully-actuated systems approach for a class of process systems with coupling interconnection and nonlinearity has been considered. Firstly, due to the control distribution matrix of the system does not meet the fully-actuated condition, the decoupling has been carried out by the system model analysis to obtain subsystems that meet the fully-actuated condition and the fully-actuated systems approach has been designed accordingly. Secondly, the controller is designed using *LQR* and the system stability analysis has been provided. Finally, the effectiveness and superior performance of the designed fully-actuated systems approach has been verified through simulation and comparison.

Key words: Fully-actuated systems approach; process system; decoupling feedback optimal control

1 引言

过程控制系统作为工业生产过程中普遍存在的一种自动控制系统, 主要用于通过控制慢时变物理量如温度、压力、流量、液位、成分等工艺参数, 过程控制系统的设计和实现涉及多种控制方法和技术, 以确保生产过程的优化和产品质量的一致性[1-2]。过程控制系统按照控制方式主要包括反馈控制、前馈控制、复合控制。目前, 新的控制方法不断出现, 在过程控制系统中得到应用, 以实现生产稳定、降低消耗、提高生产效率和质量的目的, 因此对过程控制系统研究有重要实际意义。针对过程

控制系统实现的控制方法有很多, 如: 自适应控制[3]、非线性控制[4]、滑模控制[5]、预测控制[6]、迭代学习控制[7]、鲁棒控制[8]、基于强化学习智能控制的方法[9]等。

针对带有非线性的过程控制系统, 高阶全驱系统方法[10-12]具有其独特的优势。与传统增广一阶系统方法不同, 高阶全驱系统通过建立过程控制系统的高阶全驱系统模型, 可更换全部开环系统特性, 进而获得一个可任意配置极点的线性定常闭环系统。然而, 高阶全驱系统方法处理的系统一般需要满足控制分布矩阵可逆的前置条件, 使得其难以直接适用于实际中那些不满足上述前置条件的过程控

基金项目: 国家自然科学基金(62203411, 62203390, 62203391);

作者简介: 王瑶为(1991-), 男, 湖北大冶人, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为非线性控制, 抗干扰控制等;

顾曹源(1996-), 男, 浙江杭州人, 博士后, 主要从事故障诊断与容错控制;

吴麒(1993-), 男, 浙江宁波人, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事抗干扰控制技术及其在运动系统的应用等;

吴祥(1990-), 男, 安徽安庆人, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事网络化控制、抗干扰控制等。

制系统,例如,状态之间具有关联耦合且控制分布矩阵不满秩的过程控制系统。为此,本文通过对过程控制系统模型进行分析发现系统可解耦,且解耦后的系统能够满足全驱条件的要求,进而采用文献^[10]提出的处理方法,设计过程控制系统的全驱系统控制器,在四容水箱控制系统上实现了该算法,并与反馈控制方法进行了对比。仿真结果表明所设计的全驱系统控制方法的有效性与优越性。

2 问题描述与解耦分析

考虑的一类状态之间关联耦合并且具有非线性项的过程系统,其状态空间模型表示如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t) \ x_4(t)]^T$,

$$A = \begin{bmatrix} T_1\sqrt{x_1(t)} & 0 & T_{13} & 0 \\ 0 & T_2\sqrt{x_2(t)} & 0 & T_{24} \\ 0 & 0 & T_3\sqrt{x_3(t)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T_4\sqrt{x_4(t)} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$T_{13}, T_{24}, T_i, b_{ij}, i=1, \dots, 4, j=1, \dots, 4$ 属于系统参数, x, y, u 分别是系统状态、系统输出和控制输入。

2.1 系统解耦

需要指出的是,所考虑的系统(1)控制分布矩阵 B 不满足全驱条件^[10],即无法求得其逆矩阵 B^{-1} ,因此需要进行将系统进行解耦获取其全驱系统模型。注意到系统状态 $\dot{x}_1(t)$ 仅与系统状态 $x_1(t)$, $x_3(t)$ 和控制输入 $u(t)$ 有关, $\dot{x}_3(t)$ 仅与系统状态 $x_3(t)$ 和控制输入 $u(t)$ 有关,将系统状态 $x_1(t)$ 和 $x_3(t)$ 重新构造新的子系统 G_1 ; 同样地,系统状态 $x_2(t)$ 和 $x_4(t)$ 和 $u(t)$ 有关,重新构造 $x_2(t)$ 和 $x_4(t)$ 新的子系统 G_2 , 分别给出如下:

$$G_1: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = A_1 \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + B_1 u(t) \\ \begin{bmatrix} T_1\sqrt{x_1(t)} & T_{13} \\ 0 & T_3\sqrt{x_3(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} u(t) \\ y_1(t) = C_1 \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (2)$$

$$G_2: \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + B_2 u(t) \\ \begin{bmatrix} T_2\sqrt{x_2(t)} & T_{24} \\ 0 & T_4\sqrt{x_4(t)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{21} & b_{22} \\ b_{41} & b_{42} \end{bmatrix} u(t) \\ y_1(t) = C_2 \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3)$$

且满足以下假设条件:

假设 1: B_1 和 B_2 满足全驱条件, 即 $\det|B_1| \neq 0$, $\det|B_2| \neq 0$ 。

3 基于全驱系统方法的解耦反馈最优控制设计

3.1 全驱系统方法设计

针对子系统 G_1 , 定义如下矩阵:

$$A_{c1} = \begin{bmatrix} T_1 & T_{13} \\ 0 & T_3 \end{bmatrix}, D_{c1}(x) = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{x_3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

则有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = A_{c1} D_{c1}(x) \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + B_1 u(t) \quad (5)$$

设计控制器

$$u(t) = B_1^{-1} \left(-A_{c1} D_{c1}(x) \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + A_{01} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + v_1(t) \right) \quad (6)$$

将控制器(6)代入系统(5)则获得子系统 G_1 的线性定常闭环系统如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = A_{01} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + v_1 \quad (7)$$

其中 v_1 为子系统 G_1 控制输入, 只要全驱系统矩阵 A_{01} 选取合适, 则整个系统是稳定的, 并且很容易设计反馈控制器 K_1 进行控制, 则有

$$v_1 = -K_1 \begin{bmatrix} x_1(t) - x_{1r}(t) \\ x_3(t) - x_{3r}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

同样地, 针对子系统 G_2 , 定义如下矩阵:

$$A_{c2} = \begin{bmatrix} T_2 & T_{24} \\ 0 & T_4 \end{bmatrix}, D_{c2}(x) = \begin{bmatrix} \sqrt{x_2} & 0 \\ 0 & \sqrt{x_4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

则有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = A_{c2} D_{c2}(x) \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + B_2 u(t) \quad (10)$$

设计控制器

$$u(t) = B_2^{-1} \left(-A_{c2} D_{c2}(x) \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + A_{02} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + v_4(t) \right) \quad (11)$$

将控制器(11)代入系统(10)则获得子系统 G_2 的线性定常闭环系统如下:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = A_{02} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + v_2 \quad (12)$$

其中 v_2 为子系统 G_2 控制输入，只要全驱系统矩阵 A_{02} 选取合适，则整个系统是稳定的，并且很容易设计反馈控制器 K_2 进行控制，则有

$$v_2 = -K_2 \begin{bmatrix} x_2(t) - x_{2r}(t) \\ x_4(t) - x_{4r}(t) \end{bmatrix} \quad (13)$$

反馈控制器的设计可根据线性二次型最优控制 LQR 确定。

3.2 稳定性分析

根据子系统 G_1 、 G_2 分别求解得到的 K_1 、 K_2 使得闭环系统(7)和(12)极点在左半平面，子系统是渐进稳定的，进一步可得整个闭环系统是渐进稳定的。

4 仿真验证

本节将通过一个具有关联耦合和非线性的四容水箱液位过程控制系统的仿真案例说明所提出的设计方法的有效性。

考虑一个四容水箱液位过程控制系统，系统矩阵表示如下：

$$A = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & -\frac{D_3 t_3}{D_1} & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & -\frac{D_4 t_4}{D_2} \\ 0 & 0 & M_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{\gamma_1 l_1}{D_1} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma_2 l_2}{D_2} \\ 0 & \frac{(1-\gamma_2)l_2}{D_3} \\ \frac{(1-\gamma_1)l_1}{D_4} & 0 \end{bmatrix}$$

其中 $M_i = -\frac{d_i}{D_i} \sqrt{2gx_i(t)}$, $i=1, \dots, 4$, $d_i, D_i, g, \gamma_i, l_i$

属于系统参数，其物理意义和具体数值根据文献[13]的工作，表示如下：

$$d_1 = d_3 = 0.071, d_2 = d_4 = 0.057,$$

$$D_1 = D_3 = 28, D_2 = D_4 = 32,$$

$$g=981, \gamma_1 = 0.65, \gamma_2 = 0.67, l_1 = 38, l_2 = 59$$

通过系统模型分析推导，所提方法能够实现对其控制，设计全驱子系统矩阵 A_{01} 、 A_{02} 和 LQR 控制器设计的 Q, R 矩阵分别为

$$A_{01} = A_{02} = \text{diag}\{-2, -1\},$$

$$Q = \text{diag}\{4 \times 10^4\}, R = \text{diag}\{0.8\}$$

为了对比验证本方法有效性，设计反馈控制器如下：

$$K = \begin{bmatrix} 100.2374 & -0.0994 & 0.2369 & -0.1157 \\ 0.0801 & 59.8393 & 0.3079 & -0.0363 \end{bmatrix}$$

取参考输入为 $x_{1r} = 19.2 + 1.5 \sin(5/3 \pi t + 0.4 \pi)$, $x_{2r} = 19.5 + 1.5 \sin(5/3 \pi t + 0.9 \pi)$ ，系统输出对应的状态 x_1 和 x_2 跟踪控制效果如图 1 和图 2 所示。虽

然两种方法在性能上类似，而且由图可以直观看出所提方法具有很好的逼近参考输入的跟踪控制性能，并且在设计上全驱方法的更加简单，并且可以任意配置想要的极点，从而改变其收敛速度，能够很好地实现系统解耦与高性能优化跟踪控制。

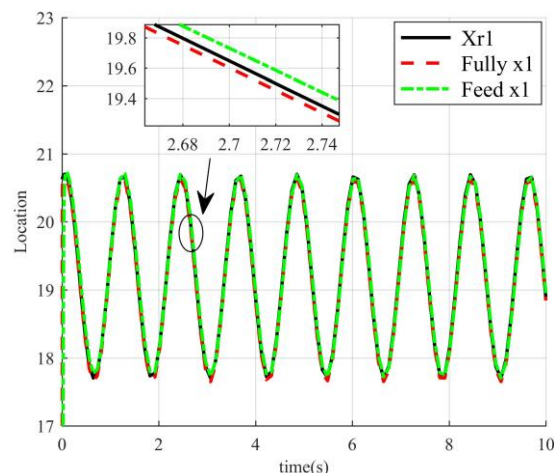


图 1 x_1 跟踪控制效果

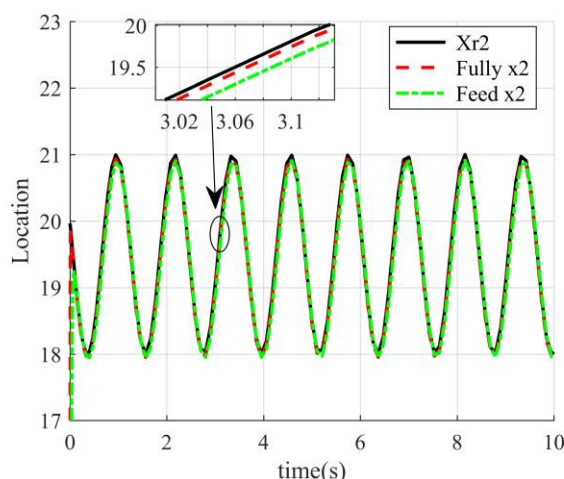


图 2 x_2 跟踪控制效果

5 结论

本文针对一类过程系统中存在的关联耦合和非线性问题进行研究，由于系统的控制分布矩阵不满足全驱条件，首先，通过系统模型分析进行解耦，获得满足全驱条件的子系统分别进行高阶全驱控制器设计。其次，控制器采用 LQR 进行设计，并给出系统稳定性分析。通过在四容水箱过程控制系统上进行仿真验证，验证了所提出方法的有效性。

参考文献(References)

- [1] Yuchen Jiang, Shen Yin, Jingwei Dong, et al. A review on soft sensors for monitoring, control, and optimization of industrial processes[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 21(11): 12868-12881.

- [2] 柴天佑,程思宇,李平,等.端边云协同的复杂工业过程运行控制智能系[J].控制与决策, 2023, 38(8):2051-2062.
- [3] Ping Zhou, Shuai Zhang, Liang Wen, et al. Kalman filter-based data-driven robust model-free adaptive predictive control of a complicated industrial process[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2021, 19(2): 788-803.
- [4] Michael Baldea, Prodromos Daoutidis. Dynamics and Nonlinear Control of Integrated Process Systems: References [M]. Cambridge University Press, 2012.
- [5] DH Shah, Dhruv M Patel. Design of sliding mode control for quadruple-tank MIMO process with time delay compensation[J]. Journal of Process Control, 2019, 76: 46-61.
- [6] Tong Wang, Huijun Gao, Jianbin Qiu. A combined adaptive neural network and nonlinear model predictive control for multirate networked industrial process control[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 27(2): 416-425.
- [7] 阮小娥, 万百五, 高红霞. 非线性工业过程控制系统的迭代学习控制与收敛性分析[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 73-79.
- [8] Alhassan Osman, Tolgay Kara, Mehmet Arıcı. Robust adaptive control of a quadruple tank process with sliding mode and pole placement control strategies[J]. IETE Journal of Research, 2023, 69(5): 2412-2425.
- [9] Ding Wang, Ning Gao, Derong Liu, et al. Recent progress in reinforcement learning and adaptive dynamic programming for advanced control applications[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2024, 1(11): 18-36.
- [10] 段广仁. 高阶系统方法——I.全驱系统与参数化设计[J]. 自动化学报, 2020, 46(07): 1333-1345.
- [11] 段广仁. 高阶系统方法——II.能控性与全驱性[J]. 自动化学报, 2020, 46(08): 1571-1581.
- [12] 段广仁. 高阶系统方法——III.能观性与观测器设计[J]. 自动化学报, 2020, 46(09): 1885-1895.
- [13] K. H. Johansson. The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2000, 8(3):456-465.