



控制理论与应用
Control Theory & Applications
ISSN 1000-8152, CN 44-1240/TP

《控制理论与应用》网络首发论文

题目：带有输入饱和的非线性全驱系统级联预测控制
作者：王秀博，段广仁
收稿日期：2024-05-24
网络首发日期：2025-03-12
引用格式：王秀博，段广仁. 带有输入饱和的非线性全驱系统级联预测控制[J/OL]. 控制理论与应用. <https://link.cnki.net/urlid/44.1240.TP.20250311.1720.082>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

带有输入饱和的非线性全驱系统级联预测控制

王秀博^{1†}, 段广仁^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001;

2. 南方科技大学 深圳市控制理论与智能系统重点实验室, 深圳 518055)

摘要: 在全驱系统方法的预测控制中, 原始输入通过非线性输入变换被重构为期望线性系统的新输入, 从而将强耦合的非线性系统解耦为分散式线性系统, 显著降低了优化问题的求解复杂度. 然而, 当系统具有输入饱和和约束时, 此类输入变换为期望的预测模型引入强非线性的约束问题. 为此, 本文提出了一种级联预测控制方法, 设计了双层优化结构的级联预测控制器. 第一层优化结合上一时刻的预测输入序列, 优化预测时域内输入变换后的线性边界. 第二层优化则基于重新定义的线性约束, 求解带有松弛因子的分散式线性优化问题. 该级联预测方法有效避免了因输入变换引发的非线性约束问题, 降低优化复杂度, 并提高非线性优化问题的可解性, 同时保证闭环系统的稳定性. 最后, 通过对全驱航天器姿态系统和欠驱转动平移驱动系统的仿真, 验证了所提算法的有效性.

关键词: 非线性系统; 预测控制; 全驱系统方法; 级联优化; 输入饱和

引用格式: 王秀博, 段广仁. 带有输入饱和的非线性全驱系统级联预测控制. 控制理论与应用, 2025, 42(x): 1 – 10

DOI: 10.7641/CTA.2024.40297

Cascade predictive control for nonlinear fully-actuated systems with input saturation

WANG Xiubo^{1†}, DUAN Guangren^{1,2}

(1. Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Shenzhen Key Laboratory of Control Theory and Intelligent Systems, Southern University of Science and Technology, Shenzhen 518055, China)

Abstract: For predictive control based on the fully actuated system (FAS) approach, the original inputs are reconstructed through nonlinear input transformations into new inputs for the desired linear system, thus decoupling the strongly coupled nonlinear system into distributed linear systems, which significantly reduces the complexity of solving the optimization problem. However, when the system owns input saturation, such input transformations introduce highly nonlinear constraint issues to the desired predictive model. To address this, this paper proposes a cascaded predictive control method and designs a cascaded predictive controller with a two-layer optimization structure. In the first layer of optimization, the predictive input sequence from the previous instant is used to optimize the linear boundaries of the transformed inputs within the predictive horizon. In the second layer of optimization, based on the newly defined linear constraints, a series of distributed linear optimization problems with slack factors are solved. This cascaded predictive method effectively avoids the nonlinear constraint issues caused by input transformations, reduces optimization complexity, improves the solvability of nonlinear optimization problems, and ensures the stability of the closed-loop system. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified through simulations on fully-actuated spacecraft attitude system and the under-actuated rotational translational actuator system.

Key words: nonlinear systems; predictive control; fully actuated system approaches; cascade optimization; input saturation

Citation: WANG Xiubo, DUAN Guangren. Cascade predictive control for nonlinear fully-actuated systems with input saturation, Control Theory & Applications. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(x): 1 – 10

收稿日期: 2024-05-24; 录用日期: 2024-12-18.

[†]通信作者. E-mail: xiubowang@outlook.com;

本文责任编辑: 丁宝苍.

国家自然科学基金委基础科学中心项目(62188101)资助.

Supported by the Science Center Program of the National Natural Science Foundation of China (62188101).

1 引言

预测控制起源于20世纪60年代,因其处理显式处理多变量约束的优势已经迅速发展成为控制理论和工程应用中极为重要的一部分^[1-2].预测控制广泛应用于化工和石油炼制、能源管理和电力、汽车工业、航空航天、机器人技术、水处理和环境工程、农业、医疗设备和健康监护等领域^[3-7].

然而,随着控制系统模型复杂度的提升,预测控制中优化问题的求解变得困难^[8].具体而言,当系统从线性向非线性系统、从单变量到多变量系统、从一阶到高阶系统、以及从时不变到时变系统的演进,即使在无约束条件下,通过变量增广得到的一阶状态空间预测模型也极其复杂,导致随之优化问题的求解变得更加困难.通常,这需要投入大量的计算资源和时间来寻找最优的预测控制序列.特别是在高维多变量系统或有限预测时域较长的情况下,优化问题计算复杂度会显著增加^[9].若进一步考虑系统的约束条件,不仅优化问题的求解时间更长,控制预测序列的求解可能无法满足实时控制要求,导致系统性能下降或者不稳定,甚至出现优化解不存在的情况^[10].此外,带有输入饱和约束的非线性预测控制问题通常会转化为一个难以求解的非凸优化问题.因此,如何处理复杂非线性系统的预测控制问题一直学者们关注的重点.

在处理非线性系统的预测控制问题时,当前的研究往往专注于设计更为复杂的控制器或依赖高效的计算能力来克服上述提到的问题,却常常忽略了系统模型本身的重要性.产生上述问题的根源在于原始系统通过变量增广转换为一阶状态空间所引入的系统复杂度,并将复杂的非线性特征传递到预测模型和滚动优化问题中^[11].然而,状态空间模型并不是用来描述动态控制系统的唯一或原始形式.在许多实际物理系统中,根据牛顿定律、动量定理、拉格朗日方程、基尔霍夫定律等物理定律建立的系统模型通常是二阶的,或被复合为高阶的或混合阶的^[12].在进行控制系统设计时,人们通常习惯性的将这些物理模型通过变量增广转换为一阶状态空间模型.虽然状态空间方法对线性系统理论是完备的,但其在处理非线性系统的约束和可控性问题上具有明显的局限性^[13].

不同于一阶状态空间方法,全驱系统方法在控制系统的分析和设计中具有巨大的优势和潜力,可以用于有效地降低控制设计中的复杂度,进而获得更为完备、简单、通用的控制律表达式^[12,14].因此,全驱系统方法的关键步骤是为所考虑的动力系统推导全驱系统模型.一旦获得全驱系统模型,利用系统的全驱特性可直接设计稳定控制器.在现实的物理世界中,根据基本物理法则(如牛顿运动定律、动量

守恒定律和能量守恒定律等),可以推导出广义的全驱系统模型,并且高度自动化的系统模型则是全驱系统特性的典型体现.此外,全驱系统方法的适用系统不限于传统的全驱系统.在处理欠驱系统时,已有的策略成功克服了控制输入维度受限的问题,通过诸如状态消元升阶或寻找同胚变换的方法,能够将欠驱系统转化为全驱系统、包含自治子系统的复合全驱系统或亚全驱系统,这在系统模型层面揭示了系统的可控性和内在的动态特性,并为基于全驱系统控制理论实现预期控制目标提供了依据^[15].在处理非完整系统时,针对典型的非完整系统和以积分链形式存在的广义非完整系统,基于全驱系统方法的亚全驱或非连续控制策略成功实现了对这些系统的有效控制^[16].

与传统的预测控制方法相比,将全驱系统理论集成到预测控制中大大降低了优化问题的复杂性.但值得注意的是,在现有全驱预测控制文献[10-11,19-20]中,全驱预测复合控制器的形式一般为: $u(k) = -B^{-1}(\cdot)(f(\cdot) - v(k))$,其中 $B(\cdot)$ 和 $f(\cdot)$ 是与系统相关的非线性函数, $v(k)$ 是预测控制器.可以看出,系统输入 u 到预测跟踪控制器 v 存在非线性输入变换.当全驱系统存在线性输入约束时,在预测时域内经过此输入变换为期望的预测模型 $x(k+i+1) = A^i x(k) + \sum_{j=0}^{i-1} A^j B v(k+j)$ 引入了强非线性输入约束,进而解耦的线性优化问题将重新回归为耦合的非线性优化问题.面对上述现象,本文针对具有输入约束的非线性混合阶全驱系统,提出了一种基于级联优化的预测控制方法,在对参考信号进行跟踪的同时,保证系统输入满足系统输入约束条件.并通过对全驱航天器姿态系统和欠驱旋转平移驱动(Rotational Translational Actuator, RTAC)系统的仿真,验证了所提算法的有效性.具体地,本文的主要贡献概括为以下两点:

(1)**级联优化**:设计一个采用双层优化的预测级联控制器.在第一层优化中,结合上一时刻的预测跟踪输入序列,优化求解预测时域内经输入变换后的新输入约束线性边界.在第二层优化中,利用新定义的线性约束,优化跟踪预测性能指标,从而有效避免因非线性输入变换而引入的非线性约束.

(2)**状态松弛**:设计包含未知状态松弛因子的跟踪预测指标,通过优化求解预测跟踪序列和松弛因子,确保输入和状态约束同时存在的情况下优化问题的可解性,并同时确保闭环系统的稳定性.

为便于阅读,本文采用以下符号: \mathbb{R}^n 表示 n 维实向量空间, \mathbb{N} 表示整数空间, $\mathbb{R}^{m \times n}$ 表示 $m \times n$ 维实矩阵. A^{-1} 和 A^T 表示矩阵 A 的逆矩阵和转置矩阵, I_n 表示 n 阶单位矩阵.对于向量 $x \in \mathbb{R}^n, i \leq j \in \mathbb{N}$,下列符号在本文中频繁使用:对于向量 $x, x_i \in \mathbb{R}^n, i \leq$

$j \in \mathbb{N}$, 定义如下符号

$$\begin{aligned} x_{i \sim j} &= [x_i^T x_{i+1}^T \cdots x_j^T]^T, \\ x_{i \sim j}^{(0 \sim n)} &= \left[\left(x_i^{(0 \sim n)} \right)^T \left(x_{i+1}^{(0 \sim n)} \right)^T \cdots \left(x_j^{(0 \sim n)} \right)^T \right]^T, \\ x^{[n]}(k) &= x(k+n), \\ x^{[0 \sim n]}(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k+1) \\ \vdots \\ x(k+n) \end{bmatrix}, x_{i \sim j}^{[0 \sim n]}(k) = \begin{bmatrix} x_i^{[0 \sim n]}(k) \\ x_{i+1}^{[0 \sim n]}(k) \\ \vdots \\ x_j^{[0 \sim n]}(k) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

2 问题描述

考虑下述非线性混合阶全驱系统

$$\begin{bmatrix} x_1^{[\mu_1-1]}(k+1) \\ x_2^{[\mu_2-1]}(k+1) \\ \vdots \\ x_\eta^{[\mu_\eta-1]}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \\ f_2 \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \\ \vdots \\ f_\eta \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B(\cdot) u(k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $x_p \in \mathbb{R}^{r_p}$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 是系统的状态向量, $f_p(\cdot) \in \mathbb{R}^{r_p}$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 为非线性向量函数, 满足 $f_p(0) = 0$. 令 $r = \sum_{p=1}^{\eta} r_p$, $\chi = \sum_{p=1}^{\eta} r_p \mu_p$, μ_p , r_p , $p = 1, 2, \dots, \eta$, 是一系列正整数. $u \in \mathbb{R}^r$ 是输入向量, $B(\cdot) = B \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 是输入配置矩阵函数. 系统的状态约束为

$$x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \in \mathcal{X}_p, p = 1, 2, \dots, \eta, k \geq 0, \quad (2)$$

其中, $\mathcal{X}_p = \{z_p \in \mathbb{R}^{\mu_p r_p} | G_p z_p \leq g_p\}$, G_p 和 g_p 是具有适当维度的矩阵和向量. 系统的输入约束为

$$u(k) \in \mathcal{U} \subseteq \mathbb{R}^r, k \geq 0, \quad (3)$$

其中, $\mathcal{U} = \{u \in \mathbb{R}^r | u_{\min} \leq u \leq u_{\max}\}$. 系统的全状态向量约束记为

$$x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^\chi,$$

其中, $\mathcal{X} = \{z_{1 \sim \eta} \in \mathbb{R}^\chi | z_p \in \mathcal{X}_p, p = 1, 2, \dots, \eta\}$.

本文对系统(1)所需的全驱条件、状态以及参考跟踪信号 $\gamma_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta}$ 做下述假设.

假设 1 $\det B(X) \neq 0$ 或 ∞ , $\forall k \geq 0, X \in \mathcal{X}$.

假设 2 $x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k)$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 已知.

假设 3 每个时刻的参考信号以及之后的 N 个时刻的参考信号都是已知的, 即参考信号 $\gamma_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i)$, $i = 0, 1, \dots, N$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 是已知的.

在前期工作 [10–11] 中, 全驱预测控制器的形式

往往设计如下:

$$\begin{cases} u(k) = B^{-1}(\cdot, k) (v_{1 \sim \eta}(\cdot, k) - f_{1 \sim \eta}(\cdot, k)), \\ v_p(k) = V_{e_p}(k) + \gamma_p^{[\mu_p]}(k). \end{cases} \quad (4)$$

定义跟踪误差系统的状态和输入为:

$$\begin{cases} e_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) = x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) - \gamma_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k), \\ V_{e_p}(k) = v_p(k) - \gamma_p^{[\mu_p]}(k), \end{cases}$$

滚动优化指标设为:

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\left\| e_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right\|_{\bar{Q}}^2 + \left\| V_{e_p}(k+i|k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right\|_{\bar{R}}^2 \right) + \frac{1}{2} \left\| e_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+N|k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right\|_{\bar{F}}^2, \quad (5)$$

且

$$\begin{cases} \bar{Q} = \text{diag}(Q_p, p = 1, 2, \dots, \eta), Q_p \geq 0, \\ \bar{R} = \text{diag}(R_p, p = 1, 2, \dots, \eta), R_p > 0, \\ \bar{F} = \text{diag}(F_p, p = 1, 2, \dots, \eta), F_p \geq 0, \end{cases}$$

其中, Q_p, R_p, F_p , $p = 1, 2, \dots, \eta$, 是预测权重矩阵.

值得注意的是, 式(4)的第一子式可视为 $u(k)$ 到 $v_{1 \sim \eta}(k)$ 的非线性输入变换. 在 k 时刻的预测时域内, 原本线性时不变输入约束 $u(k+i|k) \in \mathcal{U}$ 转化为时变非线性约束 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k) \in \mathcal{V}_{k+i|k}$, 其中, $\mathcal{V}_{k+i|k} = \{v_{1 \sim \eta} \in \mathbb{R}^r | \iota(k+i|k) \in \mathcal{U}\}$, 且

$$\begin{aligned} \iota(k+i|k) &= B^{-1} \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \times \\ &\quad \left(v_{1 \sim \eta}(k+i|k) - f_{1 \sim \eta} \left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) \right). \end{aligned}$$

当 $i = 0$ 时, $x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k)$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 已知, \mathcal{V}_k 为线性约束空间. 当 $1 \leq i \leq N-1$ 时, $x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k)$, $p = 1, 2, \dots, \eta$, 未知, 约束空间 $\mathcal{V}_{k+i|k}$ 与状态约束 $x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \in \mathcal{X}$ 和输入约束 $u(k) \in \mathcal{U}$ 同时相关, 那么对应预测控制中的优化问题将由带有线性约束的非线性优化问题转化为下述带有混合非线性约束的非线性优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\substack{v_{1 \sim \eta}(k+i), \\ i=0, 1, \dots, N-1}} J(k) \\ \text{s.t.} \quad & x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k) \in \mathcal{X}_p, p = 1, 2, \dots, \eta \\ & v_{1 \sim \eta}(k+i|k) \in \mathcal{V}_{k+i|k}. \end{aligned}$$

这意味着, 非线性混合全驱系统(1)预测控制中的优化问题复杂度进一步提升, 优化求解所需时间很长, 控制系统的实时性和稳定性都很难保证, 甚至连解的存在性都无法保证.

问题 1 在假设1–3的条件下, 考虑具有状态约束(2)和输入约束(3)的非线性混合阶全驱系统(1)的预测跟踪问题. 设计结合双层优化策略的全

驱预测级联控制器,解决经过非线性输入转换(4)引入的非线性约束问题.在优化的首层,通过一步线性优化求解跟踪误差系统输入约束边界,在二层优化中,利用这些重新定义的边界来优化跟踪性能指标,进而组成一种全驱预测复合控制律,使得:

- (1) 刻画系统性能的预测指标最小;
- (2) 系统状态渐近跟踪参考信号;
- (3) 控制器解的存在性以及系统的稳定性得以保证.

3 主要结果

图1为全驱系统级联预测控制系统框图. 全驱预测控制器由非线性补偿部分、预测跟踪控制器部分、以及参考补偿部分组成,其中预测跟踪控制器通过级联优化确定. 全驱系统级联预测控制算法设计包括以下三个步骤.

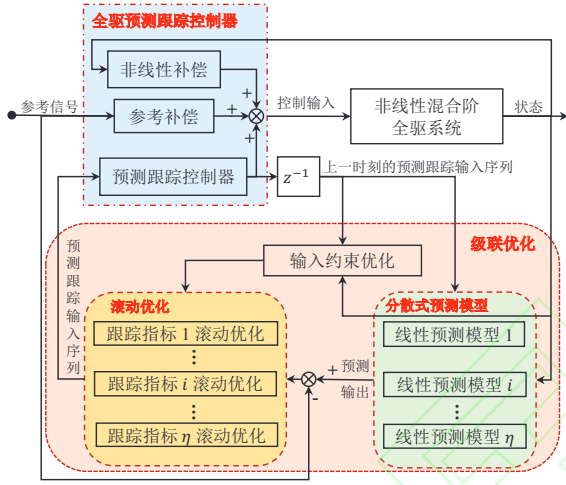


图1 全驱系统级联预测控制系统框图

Fig. 1 The block diagram of cascaded predictive control for FASs

步骤1 分散式预测模型的特征

将控制器(4)代入系统(1),跟踪误差系统可解耦为

$$e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+1) = A_p e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) + B_p V_{e_p}(k), \quad p = 1, 2, \dots, \eta, \quad (6)$$

其中

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & I_{r_p} & & \\ & \ddots & & \\ & & I_{r_p} & \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_{r_p} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

当 $k \geq 1$ 时,上一时刻的预测跟踪误差输入序列记为

$$V_{e_p}(k-1|k-1) = \begin{bmatrix} V_{e_p}(k-1|k-1) \\ V_{e_p}(k|k-1) \\ \vdots \\ V_{e_p}(k+N-1|k-1) \end{bmatrix}, \quad p = 1, 2, \dots, \eta, \quad (8)$$

其中,输入序列中的第一项 $V_{e_p}(k-1|k-1) = V_{e_p}(k-1)$ 用于计算 $u(k-1)$,剩余项作为当前时刻的跟踪误差系统的预测控制输入序列,记为:

$$V_{e_p}(k|k-1) = \begin{bmatrix} V_{e_p}(k|k-1) \\ V_{e_p}(k+1|k-1) \\ \vdots \\ V_{e_p}(k+N-1|k-1) \\ V_{e_p}(k+N|k-1) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

具体地,结合上述当前时刻的预测误差系统控制输入序列(9)和解耦的跟踪误差系统(6),预测的误差状态 $e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k)$, $i = 0, 1, \dots, N$,表示为:

$$e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k) = \begin{cases} A_p^i e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) + \sum_{j=1}^i A_p^{i-j} B_p V_{e_p}(k+j-1|k), & k=0, \\ A_p^i e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) + \sum_{j=1}^i A_p^{i-j} B_p V_{e_p}(k+j-1|k-1), & k \geq 1, \end{cases} \quad (10)$$

其中,跟踪误差状态 $e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k)$ 是已知的.当 $k=0$ 时, $V_{e_p}(k+j-1|k)$, $j=1, 2, \dots, i$,是待确定的未知项,同样预测的误差状态 $e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k)$ 是未知.当 $k \geq 1$ 时, $V_{e_p}(k+j-1|k-1)$, $j=1, 2, \dots, i$,为已知项.

注1 估计的误差预测输入序列向量(9)最后一项 $V_{e_p}(k+N|k-1)$ 的值是任意的,可将其视为零(该项并未参与跟踪误差状态的预测,见式(10),进而不影响后续优化问题的求解).

步骤2 新输入约束上、下界优化求解

根据式(4)的第一子式,有:

$$v_{1 \sim \eta}(k) = h \left(x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta}, u(k) \right),$$

其中

$$\begin{aligned} & h \left(x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta}, u(k) \right) \\ &= f_{1 \sim \eta} \left(x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) + \\ & B \left(x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta} \right) u(k). \end{aligned}$$

为简便起见,记作

$$h \left(x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta}, u(k) \right) = h(\cdot, \cdot, k),$$

且下式成立:

$$v_{1 \sim \eta}(k+i|k) = h(\cdot, \cdot, k+i|k), \quad i = 0, 1, \dots, N-1,$$

其中

$$\begin{aligned} & x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k) \\ &= e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k) + r_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i), \end{aligned} \quad (11)$$

预测跟踪误差 $e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k)$ 由式(10)给出.

下面分别讨论 $k=0$ 和 $k \geq 1$ 时,预测时域中控

制输入 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 的上、下界.

(1) 当 $k \geq 1$ 时, 根据式(10)的第二子式可知, 输入 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$ 的上、下界皆是时变约束, 分别对应下述系列线性优化问题的解

$$\begin{aligned} \underline{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k) &= \min_{u(k+i|k)} h(\cdot, \cdot, k+i|k) \\ \text{s.t. } u(k+i|k) &\in \mathcal{U}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k) &= \max_{u(k+i|k)} h(\cdot, \cdot, k+i|k) \\ \text{s.t. } u(k+i|k) &\in \mathcal{U}. \end{aligned} \quad (13)$$

进而, 新输入约束可表示为

$$v_p(k+i|k) \in \mathcal{V}_{p,k+i|k}, p = 1, 2, \dots, \eta, k \geq 0, \quad (14)$$

其中

$$\mathcal{V}_{p,k+i|k} = \{v_p \in \mathbb{R}^{r_p} | \underline{v}_p(k+i|k) < v_p < \bar{v}_p(k+i|k)\}.$$

(2) 当 $k = 0$ 时, 根据式(10)的第一子式可知, 当前时刻的跟踪误差 $e^{[0 \sim \mu_p-1]}(k)$ 已知, 误差状态预测输入序列 $V_{e_p}(k+j-1|k)$ 和其约束的上、下界未知. 这里将输入 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k)$, $i = 0, 1, \dots, N-1$ 的上、下界设为由状态初值 $x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(0)$ 和输入约束 $u(0) \in \mathcal{U}$ 所确定的常值约束边界.

输入 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 约束的下界为:

$$\underline{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k) = \underline{v}_{1 \sim \eta}(0), i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \underline{v}_{1 \sim \eta}(0) &= \min_{u(0)} h\left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(0) \Big|_{p=1 \sim \eta}, u(0)\right) \\ \text{s.t. } u(0) &\in \mathcal{U}. \end{aligned}$$

输入 $v_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 约束的上界为:

$$\bar{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k) = \bar{v}_{1 \sim \eta}(0), i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (16)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k) &= \max_{u(0)} h\left(x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(0) \Big|_{p=1 \sim \eta}, u(0)\right) \\ \text{s.t. } u(0) &\in \mathcal{U}. \end{aligned}$$

注 2 当 $r = 1$ 时, 系统(1)表示单变量系统, 此时优化问题(12), (13)和(15), (16)均为带有线性标量优化函数的线性优化问题, 且其约束空间是线性可行的约束集. 对于线性优化问题, 如果其线性约束集是可行的, 则最优解一定存在且唯一, 因此可以直接求解优化问题(12), (13)和(15), (16). 当 $r \geq 1$ 时, 优化问题(12), (13)和(15), (16)则为多目标优化问题. 常见的多目标优化问题处理方法包括将向量值目标函数转化为标量目标函数的方法, 如帕累托最优方法, 裁剪帕累托边界的各部分约束方法和目标之间的权重法等^[17]. 鉴于本文涉及的控制输入约束为线性凸空间, 本文采用等加权和法将多变量优化问题转为为标量函数优化问题, 因此同样可以直接求得其优化解.

步骤 3 预测指标解耦与优化求解

当系统中输入和状态约束同时存在时, 由于系

统的物理限制, 需要严格满足输入饱和约束, 而通过松弛状态约束以保证预测控制中优化问题的可解性. 故在滚动优化指标(5)引入状态松弛因子, 具体如下:

$$J'(k) = \sum_{p=1}^{\eta} J'_p(k), \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} J'_p(k) &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\left\| e_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i|k) \right\|_{Q_p}^2 \right. \\ &\quad \left. + \left\| V_{e_p}(k+i|k) \right\|_{R_p}^2 \right) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left\| e_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+N|k) \right\|_{F_p}^2 + \left\| \varepsilon_p(k) \right\|_{S_p}^2, \end{aligned} \quad (18)$$

这里 $S_p > 0$ 是惩罚项的权重矩阵, $\varepsilon_p(k) \in \mathbb{R}^{r_p}$ 是状态约束中的松弛项, 状态向量约束松弛为: $x_p(k) \in \mathcal{X}'_p \subseteq \mathbb{R}^{r_p}$, $\mathcal{X}'_p = \{z_p \in \mathbb{R}^{\mu_p r_p} | G_p z_p \leq g_p + \varepsilon_p\}$.

最小化系统预测滚动优化指标(17)的优化问题, 具体为

$$\begin{aligned} \min_{V_{e_p}(k+i|k), \varepsilon_p(k),} & J'_p(k), p = 1, 2, \dots, \eta \\ \text{s.t. } & x_p^{[0 \sim \mu_p-1]}(k+i+1|k) \in \mathcal{X}'_p \\ & v_p(k+1|k) \in \mathcal{V}_{p,k+1|k}. \end{aligned} \quad (19)$$

基于步骤1-3, 全驱预测级联控制算法可整理为算法1.

3.1 稳定性分析

在稳定性分析之前, 结合文献[11]和[18]介绍本节用到的重要引理.

考虑下述线性系统

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (20)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$ 和 u 分别表示状态和输入, (A, B) 是可控矩阵对. 定义下述滚动时域指标

$$J(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\|x(k+i|k)\|_Q^2 + \|u(k+i|k)\|_R^2 \right) + \|x(k+N|k)\|_F^2,$$

其中, $F \geq 0$, $G \geq 0$ 和 $R > 0$ 是预测权重. 定义在可行混合约束下的相应优化问题为:

$$\begin{aligned} \min_{u(k+i|k)} & J_p(k) \\ \text{s.t. } & \underline{u}_k \leq u(k+i|k) \leq \bar{u}_k, i = 0, 1, \dots, N-1 \\ & Gx(k+j|k) \leq g, j = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\underline{u}_k, \bar{u}_k, G$ 和 g 是已知矩阵(向量/常数).

引理 1 如果预测参数和系统初值满足:

- (1) $A^T F (I + BR^{-1}B^T F)^{-1} A + Q - F \leq 0$;
- (2) $Gx(0) \leq g$;
- (3) $N \geq n$;

则存在优化问题(21)的解做为控制器 $u(k) = u(k|k)$, 使系统(20)是渐近稳定且满足可行约束.

算法 1: 全驱级联预测控制算法

输入: 当前状态: $x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) \Big|_{p=1 \sim \eta}$;
 参考信号: $\gamma_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i) \Big|_{p=1 \sim \eta}, i=0 \sim N$;
 输入约束: $u(k) \in \mathcal{U}$;
 状态约束: $\mathcal{X}_p \subseteq \mathbb{R}^{r_p}, p=1 \sim \eta$;
 预测权重矩阵: $Q_p, R_p, F_p, S_p, p=1 \sim \eta$;
 上一时刻的误差输入预测序列:
 $V_{e_p}(k-1|k-1) (k=0 \text{ 时此项不存在})$.
输出: 系统控制输入: $u(k)$.

1 **开始**
 2 **如果** $k=0$ **那么**
 3 求解步骤2中的优化问题(15)和(16),
 可得输入约束边界向量:
 $\underline{v}_{1 \sim \eta}(i|0)$ 和 $\bar{v}_{1 \sim \eta}(i|0), i=0 \sim N$;
 4 **结束**
 5 **否则** $k \geq 1$
 6 **对于** $i=0$ **至** N **执行**
 7 根据式(11)计算预测状态:
 $e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k+i|k)$;
 8 求解优化问题(12)和(13),
 可得输入约束的边界向量:
 $\underline{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 和 $\bar{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k)$;
 9 **结束**
 10 **结束**
 11 根据上述求得的 $\underline{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 和
 $\bar{v}_{1 \sim \eta}(k+i|k)$ 构建新输入约束(14);
 12 求解步骤3中的优化问题(19);
 13 根据式(4)计算系统的控制输入.
 14 **结束**

在上述引理的基础上, 我们给出下述结论.

定理 1 在假设1-3的条件下, 考虑具有状态约束(2)和输入约束(3)的非线性混合阶全驱系统(1)的预测跟踪问题. 若下述条件成立:

- (1) $x_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(0) \in \mathcal{X}_p, p=1, 2, \dots, \eta$;
- (2) $N \geq \max(r_p, p=1, 2, \dots, \eta)$;
- (3) $A_p^T F_p (I_{r_p} + B_p R_p^{-1} B_p^T F_p)^{-1} A_p + Q_p - F_p \leq 0, p=1, 2, \dots, \eta$;
- (4) $Q_p \geq 0, F_p \geq 0, R_p > 0, p=1, 2, \dots, \eta$;

其中, A_p 和 B_p 由式(7)给出, 那么由算法1所求系统的控制器(4)使得:

- (1) 滚动优化指标(17)最小;
- (2) 状态渐近跟踪参考信号, 即当 $k \rightarrow \infty$ 时, $x_p(k) \rightarrow r_p(k), p=1, 2, \dots, \eta$;
- (3) 对应的闭环系统是渐近稳定的.

证明 1 结论(1)是求解优化问题(19)的直接结果.

k 时刻优化问题(19)的解记为 $v_{e_p}^*(k+i|k), i=0, 1, \dots, N-1$ 和 $\varepsilon_p^*(k)$. 在 $k+1$ 时刻, 上述控制序列是优化问题(19)在 $k+1$ 时刻的可行解:

$$V_{e_p}(k+i|k+1) = V_{e_p}^*(k+i|k), i=1, 2, \dots, N-1, \\ \varepsilon_p(k+1) = \varepsilon_p^*(k).$$

根据条件(1), 优化问题(19)在 $k=0$ 时刻存在可行解. 通过数学归纳法可知, 优化问题(19)在 $k \geq 0$ 时总存在可行解.

结合引理1以及条件(2)-(4), 下述不等式成立

$$J_p^*(e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k), k) \geq \|e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k)\|_{Q_p}^2 + \|V_{e_p}(k)\|_{R_p}^2 \\ + J_p^*(A_p e_p^{[0 \sim \mu_p - 1]}(k) + B_p V_{e_p}(k), k+1).$$

即根据算法1所确定的 $V_{e_p}(k)$ 可以使得对应的闭环系统(6)是渐近稳定的. 故结论(2)和结论(3)成立. 证毕.

4 案例**4.1 航天器姿态控制系统**

考虑航天器姿态系统^[21-22], 其前向差分离散下的系统形式如下:

$$q^{[1]}(k+1) = f(q^{[0 \sim 1]}(k)) + B(q^{[0 \sim 1]}(k))u(k), \quad (22)$$

其中, $q = [\varphi, \vartheta, \psi]^T$ 表示航天器的姿态欧拉角, $u \in \mathbb{R}^3$ 为控制输入, 输入配置矩阵 $B(\cdot) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和非线性向量 $f(\cdot) \in \mathbb{R}^3$ 具体如下:

$$\begin{cases} B(\cdot) = T^2 \begin{bmatrix} J_x \cos \vartheta & 0 & -J_x \cos \varphi \sin \vartheta \\ 0 & J_y & J_y \sin \varphi \\ J_z \sin \vartheta & 0 & J_z \cos \varphi \sin \vartheta \end{bmatrix}^{-1}, \\ f(\cdot) = (2 - TBD)q^{[1]}(k) + (TBD - 1)q(k) - T^2 B \xi, \end{cases}$$

这里, J_x, J_y, J_z 是惯性矩, $D(\cdot)$ 和 $\xi(\cdot)$ 的具体形式参考文献 [21].

当 $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ 时,

$$\det B = \frac{1}{I_x I_y I_z \cos \varphi} \neq 0.$$

则系统(22)是亚全驱系统, 可行集为

$$Q(k) \in \mathcal{Q} \triangleq \left\{ q_{1 \sim 3} \in \mathbb{R}^3 \mid q_2 \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \right\}, \forall k \geq 0.$$

令 $J_x = 18, J_y = 21, J_z = 24$, 控制输入约束为

$$u(k) \in \mathcal{U} \triangleq \{u_{1 \sim 3} \in \mathbb{R}^3 \mid |u_i| \leq 10, i=1, 2, 3\}.$$

如图2和图3所示, 为无输入约束和带输入约束的航天器姿态系统响应曲线. 考虑有无输入约束的两种情况, 图2为系统三通道输入响应曲线, 图3为系统的姿态状态响应曲线. 可以看出, 所提出的控制算法在确保系统状态收敛的同时满足了上述输入和状态约束条件.

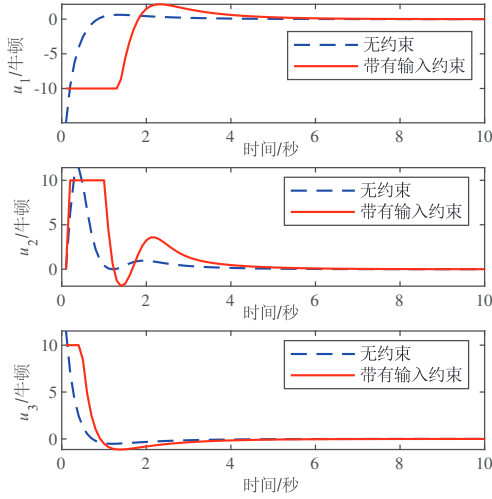


图2 航天器系统姿态响应曲线

Fig. 2 Attitude response curves of the spacecraft system

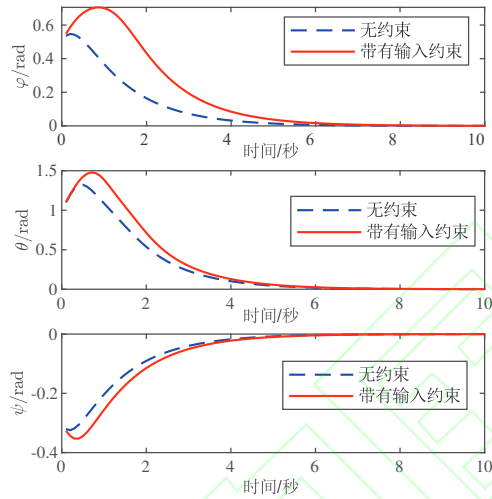


图3 航天器系统输入响应曲线

Fig. 3 Input response curves of the spacecraft system

4.2 航天器消旋系统

如图3所示的RTAC系统是一种典型的欠驱系统,同时也是双自旋航天器的简化模型,常用于验证航天器消旋控制的有效性,其动力学方程如下^[23-24]:

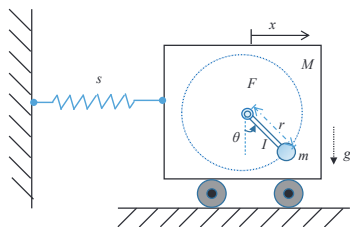


图4 RTAC 系统结构

Fig. 4 The structure of the RTAC system

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} = ml\dot{\theta}^2\sin\theta + sx, \\ ml\cos\theta\ddot{x} + (J+ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = \tau, \end{cases} \quad (23)$$

其中, x 表示车的水平位移, $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ 表示转子相对于垂直方向的旋转角度, g 为重力加速度, M 和 m 表示小车和偏心球的质量, J 为转子的转动惯量, s 表示弹簧的弹性系数, l 表示偏心球的旋转半径。

采用下述同胚变换

$$z^{(0\sim 3)} = \begin{bmatrix} x + \frac{ml}{M+m} \sin\theta \\ \dot{x} + \frac{ml}{M+m} \cos\theta\dot{\theta} \\ -\frac{sx}{M+m} \\ -\frac{s\dot{x}}{M+m} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

系统(23)前向差分离散可得下述非线性全驱系统

$$\begin{aligned} z^{[3]}(k+1) &= F(z^{[0\sim 3]}(k), T) + \\ &B(z^{[0\sim 3]}(k), T)\tau(k), z^{[0\sim 3]}(k) \in \mathcal{Z}, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\begin{cases} F(\cdot) = B \left(\frac{f'^2}{2(1-f^2)^{3/2}} - \frac{(M+m)\Delta^2 z(k)}{ml\sqrt{1-f^2}} \right) + \\ \quad 4z^{[3]}(k) - 6z^{[2]}(k) + 4z^{[1]}(k) - z(k), \\ B(\cdot) = \frac{smlT^4\sqrt{1-f^2}}{(M+m)^2}, \\ f(\cdot) = \frac{M+m}{ml}z(k) + \frac{(M+m)^2(\Delta^2 z(k))}{sml}, \\ f'(\cdot) = \frac{(M+m)\Delta^1 z(k)}{ml} + \frac{(M+m)^2\Delta^3 z(k)}{sml}, \end{cases}$$

T 为采样时间, 差分算子的运算满足: $\Delta^i x(k) = \sum_{j=0}^{i-1} (-1)^{j+1} C_i^j x(k+j)/T^i$, 旋转角约束离散化结果记为

$$z^{[0\sim 3]}(k) \in \mathcal{Z} \triangleq \{z_{1\sim 4} \in \mathbb{R}^4 | H z_{1\sim 4} < h\}, \quad (26)$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{M+m+sT^2}{sT^2} & -2\frac{M+m}{sT^2} & \frac{M+m}{sT^2} & 0 \\ -\frac{M+m+sT^2}{sT^2} & 2\frac{M+m}{sT^2} & -\frac{M+m}{sT^2} & 0 \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} \frac{ml}{M+m} \\ -\frac{ml}{M+m} \end{bmatrix},$$

根据同胚变换(24), 变换前的状态为:

$$\begin{cases} x(k) = -\frac{(M+m)(\Delta^2 z(k))}{s}, \\ \theta(k) = \arcsin\left(\frac{M+m}{ml}\left(\frac{M+m}{sT^2}(\Delta^2 z(k)) + z(k)\right)\right), \end{cases}$$

系统的参数选取见表1。

表1 RTAC 系统的参数表

Table 1 Parameters of RTAC system

参数	参数值	单位
M	3	kg
m	1	kg
J	0.001	kg·m ²
l	0.3	m
s	500	N·m
g	9.8	m/s ²

为了验证方法的有效性, 本文将提出的全驱预测算法 (FAS-PC) 与状态空间下模型线性化后的线性

LMPC 算法及直接非线性优化的 NMPC 算法进行仿真对比. 通过对 RTAC 系统(23)进行前向差分, 得到其在状态空间下的离散形式为:

$$z(k+1) = f(z(k)) + B(z(k))u(k), \quad (27)$$

其中, $z(k) = z_{1 \sim 4}(k) = [x(k), x^{[1]}(k), \theta(k), \theta^{[1]}(k)]^T$,

$$\begin{cases} f(\cdot) = \begin{bmatrix} z_2(k) \\ \frac{(J+ml^2)f_1(k)+ml\cos z_3(k)f_2(k)}{(M+m)(J+ml^2)-m^2l^2\cos^2 z_3(k)} \\ z_4(k) \\ \frac{-(J+ml^2)f_2(k)-ml\cos z_3(k)f_1(k)}{(M+m)(J+ml^2)-m^2l^2\cos^2 z_3(k)} \end{bmatrix}, \\ B(\cdot) = \begin{bmatrix} 0 \\ -ml\cos z_3(k) \\ 0 \\ M+m \end{bmatrix}, \\ f_1(\cdot) = mlz_4^2(k)\sin z_3(k) + sz_1(k), \\ f_2(\cdot) = mgl\sin z_3(k). \end{cases}$$

将上述 RTAC 系统在原点进行线性化后, 得到线性化的状态空间系统模型为:

$$z(k+1) = Az(k) + Bu(k), \quad (28)$$

其中,

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(J+ml^2)s}{(M+m)(J+ml^2)-m^2l^2} & 0 & -\frac{mls}{(M+m)(J+ml^2)-m^2l^2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(J+ml^2)mgl}{(M+m)(J+ml^2)-m^2l^2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ -ml \\ 0 \\ M+m \end{bmatrix}. \end{cases}$$

状态空间模型下的滚动优化指标记为

$$\begin{aligned} J(k) = & \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\|z(k+i|k)\|_Q^2 + \|u(k+i|k)\|_R^2 \right) + \\ & \frac{1}{2} \|z(k+N|k)\|_F^2. \end{aligned} \quad (29)$$

RTAC 系统(25)的输入约束设为

$$u(k) \in \mathcal{U} \triangleq \{u \in \mathbb{R} | -10 \leq u \leq 10\}, k \geq 0.$$

三种预测方法实现的对比元素见表2. 三种预测方法采用相同的状态初值条件、系统参数、预测时域、预测权重矩阵. 系统状态初值为: $z^{[0 \sim 3]}(0) = [0.001, 0.001, 0.001, -0.002]^T$, 采样时间为 $T = 0.1s$, 预测时域设为 $N = 15$, 预测权重矩阵设为 $Q = 0.9I_4$, $R = 0.1$, $F =$

$\text{diag}(1.0402, 2.174, 3.2881, 4.3521)$, $S = 2I_4$. 同时, 我们采用均方误差(Mean Squared Error, MSE)衡量跟踪误差, 以评估系统输出和期望值之间的偏差; 平均CPU时间通常用来评估算法的复杂度以及实时性; 控制输入的均方值(Mean Squared Control Input, MSCl)用于分析控制输入的能量. 三种算法对应的系统指标数值和系统响应曲线分别如表3所示和图4所示. 与其他两种预测方法相比较, 所提的全驱预测级联优化算法在输入约束条件下, 能够以较快的响应速度, 使RTAC系统实现快速镇定, 状态的均方误差较小, 所需要的控制能量较低, 并确保系统输入不超过约束范围.

表3 RTAC 系统的性能指标

Table 3 Performance indicators of the RTAC system

方法	MSE- x/m	MSE- θ/rad	MSCI/N	CPU时间/s
LMPC	6.35e-05	2.549e-03	0.34	1.63e-03
NMPC	6.28e-05	2.517e-03	0.33	13.98e-03
FAS-PC	2.02e-05	0.879e-03	0.11	1.61e-03

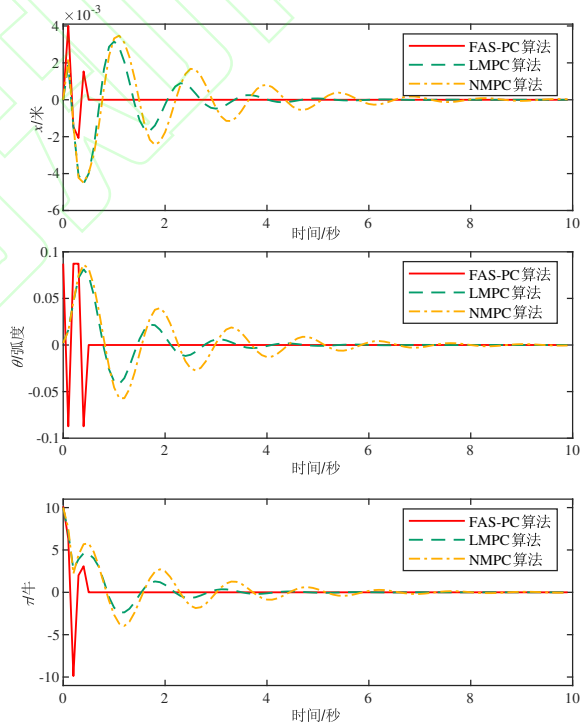


图5 RTAC 系统响应曲线

Fig. 5 Response curves of the RTAC system

5 结论

本文针对带有输入约束的全驱系统, 提出了一种基于级联优化的预测控制方法, 实现了对参考信号的跟踪控制. 所设计的双层优化预测级联控制器, 有效避免因非线性输入变换而引入的非线性约束, 并引入状态的松弛因子保证优化解的存在性, 给出了预测参数与闭环系统稳定性的关系.

表 2 预测控制方法

Table 2 Predictive control methods

方法	预测模型	变量	优化指标	优化函数
LMPC	(28)	$z(k) = \begin{bmatrix} x(k), x^{[1]}(k), \theta(k), \theta^{[1]}(k) \end{bmatrix}^T$	(29)	quadprog
NMPC	(27)	$z(k) = \begin{bmatrix} x(k), x^{[1]}(k), \theta(k), \theta^{[1]}(k) \end{bmatrix}^T$	(29)	fminunc
FAS-PC	(25)	$z(k) = x(k) + \frac{ml}{M+m} \sin \theta(k)$	(17)	quadprog

在本文的基础上将进一步考虑外界不确定性、模型误差及环境干扰下的鲁棒预测控制设计, 结合自适应机制, 提升方法在动态未知环境中的适应能力。

参考文献:

- [1] LI S Y. Model-based predictive control for industrial process- a survey. *Control Engineering of China*, 2010(4):407 – 415.
(李少远. 工业过程系统的预测控制. 控制工程, 2010(4):407 – 415.)
- [2] CHEN H. *Model Predictive Control*. Beijing: Science Press, 2013.
(陈虹. 模型预测控制. 科学出版社, 2013.)
- [3] DING B C. *Theory and Method of Predictive Control (2nd edition)*. Beijing: Science Press, 2017
(丁宝苍. 预测控制的理论与方法(第2版). 科学出版社, 2017.)
- [4] HE D F, CAO P Y, CEN J H. Utopia multi-objective safe predictive control of constrained nonlinear systems. *Control Theory and Technology*, 2024, 41(2):355 – 363.
(何德峰, 操佩颐, 岑江晖. 约束非线性系统理想点多目标安全预测控制. 控制理论与应用, 2024, 41(2):355 – 363.)
- [5] SCHWENZER M, AY M, BERGS T, et al. Review on model predictive control: An engineering perspective. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2021, 117(5):1327 – 1349.
- [6] HEWING L, WABERSICH K P, MENNER M, et al. Learning-based model predictive control: Toward safe learning in control. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 2020(3):269 – 296.
- [7] MORATO M M, NORMWY-RICO J E, SENAME O. Model predictive control design for linear parameter varying systems: A survey. *Annual Reviews in Control*, 2020(49): 64 – 80.
- [8] SCHWENZER M, AY M, BERGS T, et al. Review on model predictive control: An engineering perspective. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2021, 117(5): 1327 – 1349.
- [9] GRIMBLE M J, MAJECKI P, GRIMBLE M J, et al. Linear and nonlinear predictive optimal control. *Nonlinear Industrial Control Systems: Optimal Polynomial Systems and State-Space Approach*, 2020: 291 – 344.
- [10] WANG X B, DUAN G R. High-order fully actuated system approaches: Model predictive control with applications to under-actuated systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2023, 360(10): 6953 – 6975.
- [11] WANG X B, DUAN G R. Fully actuated system approaches: predictive elimination control for discrete-time nonlinear time-varying systems with full state constraints and time-varying delays. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2024, 71(1): 383 – 396.
- [12] DUAN G R. High-order fully actuated system approaches: Part I. Models and basic procedure. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(2):422 – 435.
- [13] DUAN G R. High-order fully actuated system approaches: Part VII. Controllability, stabilizability and parametric design. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(14):3091 – 3114.
- [14] DUAN G R. Robust stabilization of time-varying nonlinear systems with time-varying delays: A fully actuated system approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(12):7455 – 7468.
- [15] DUAN G R. Stabilization of four types of underactuated systems: A FAS approach. *International Journal of Systems Science*, 2024, 55(12):2421 – 2441.
- [16] ZHANG Z, DUAN G. Stabilization controller of an extended chained nonholonomic system with disturbance: An FAS approach. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2024, 11(5): 1262 – 1273.
- [17] HE D, WANG L, SUN J. On stability of multiobjective NMPC with objective prioritization. *Automatica*, 2015, 57: 189 – 198.
- [18] LEE J, KWON W H, CHOI J. On stability of constrained receding horizon control with finite termial weighting matrix. *Automatic*, 1998, 34(12): 1607 – 1612.
- [19] ZHANG D W, LIU G P, CAO L. Coordinated control of high-order fully actuated multiagent systems and its application: A predictive control strategy. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(6):4362 – 4372.
- [20] ZHANG D W, LIU G P, CAO L. Constrained cooperative control for high-order fully actuated multiagent systems with application to air-bearing spacecraft simulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2023, 28(3):1570 – 1581.
- [21] Duan G. High-order fully actuated system approaches: Part VIII. Optimal control with application in spacecraft attitude stabilisation. *International Journal of Systems Science*, 2022, 53(1): 54 – 73.
- [22] Duan G. Quasi-linear system approaches for flight vehicle control- part I: an overview and problems. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(6):633 – 646.
(段广仁. 飞行器控制的伪线性系统方法-第一部分: 综述与问题. 宇航学报, 2020, 41(6):633 – 646.)
- [23] TAN P, SUN M, SUN Q, et al. Linear stabilization control for under-actuated RTAC based on model reconstruction. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, 27(3):1640 – 1650.
- [24] AVIS J M, NERSESOV S G, NATHAN R, et al. A comparison study of nonlinear control techniques for the RTAC system. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 2010, 11(4):2647 – 2658.

作者简介:

王秀博 哈尔滨工业大学博士研究生. 目前研究方向为全驱系统方法, 预测控制, 飞行器控制和航天器控制. E-mail: xiubowang@outlook.com;

段广仁 中国科学院院士, 国家杰出青年基金获得者, 长江学者特聘教授, CAA Fellow, IEEE Fellow, IET Fellow, 现为哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心荣誉主任. 目前研究方向为全驱系统方法, 控制系统的参数化设计, 鲁棒控制, 广义系统, 航天器制导与控制. E-mail: g.r.duan@hit.edu.cn.