Universidad Nacional de Colombia Teoría de Procesos Estocásticos

Departamento de Estadística Parcial 1 - Parte I - 2023

Todos los puntos valen lo mismo

Implementar el ejercicios en programa de R u otras programas.

Enviar por email de día viernes 31 de marzo antes de 07:00 am por Google Drive .

1. Considera una cadena de Markov con espacio de estados $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ y la martiz de probabilidades de transición :

$$\left(\begin{array}{cccccccccc}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}
\end{array}\right)$$

- a. Clasifica los estados a las clases
- b. Estudia la recurrencia o transitoriedad de cada uno de los estados de la cadena.
- c. Calcula periodo de cada uno de clase de recurrente.
- d. Identificar los estados ergodicos.
- 2. Considera una caminata aleatoria con los estados $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Si el proceso está en estado i(i = -1, 0, 1), entonces se mueven a cualquier i 1 o i + 1 con igual probabilidad. Si el proceso de se encuentra en estado -2 o 2 en el tiempo n, entonces se mueve al estado -1, 0 o 1 en el tiempo n + 1 con probabilidad igual.
 - a) Escriba la matriz de probabilidad de transición para este caminata aleatoria
 - b) Calcule la distribución estacionaria.
- 3. En la oficina de Admisiones de la Universidad Nacional se ha obtenido la información necesaria para las siguientes estadísticas sobre un programa de Magíster que dura tres niveles: el $70\,\%$ de los estudiantes que ingresan al primer nivel pasan con éxito al segundo nivel, el $10\,\%$ lo tiene que repetir y el $20\,\%$ restante se retira por diferentes motivos; de todos los estudiantes que pasan al segundo nivel, el $80\,\%$ accede al tercer nivel, el $8\,\%$ repite y el $12\,\%$ restante sale del programa por bajo nivel académico o por otras razones; de todos los estudiantes que ingresan al tercer nivel el $90\,\%$ se ha graduado, el $6\,\%$ lo tiene que repetir, y el $4\,\%$ restante no puede optar al titulo y los retiran por no cumplir las normas estipuladas.
 - (a) Cuántos alumnos lograran el titulo de Magíster de un grupo de 100 aspirantes que se matricularon en el primer nivel?
 - (b) Si cada nivel dura un semestre, durante cuando años se deberá ofrecer este Magíster si el país necesitan, aproximadamente 500 especialistas en esta área, sabiendo que esta universidad sólo está en capacidad de recibir, como máximo, 50 alumnos nuevos cada semestre?
- 4. Ejercicio 2.18 del libro Resnick
- 5. El señor Pérez desea invertir su capital en acciones de Ecopetrol. De acuerdo al estudio que realizó, el comportamiento diario de las acciones de Ecopetrol en el mercado accionario nacional puede clasificarse en tres categorias: alza (A), estable (E) y baja (B). Además el señor Pérez observó que dicho comportamiento es una variable aleatoria que depende sólo del comportamiento en el

día anterior. Supóngase que la siguiente matriz representa las probabilidades de transición en el mercado accionario:

$$P = \begin{array}{cccc} & A & E & B \\ A & 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ E & 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ B & 0.1 & 0.4 & 0.5 \end{array}$$

Como el señor Pérez tiene también la opción de invertir en las acciones de Davivienda, él decide observar el comportamiento de las acciones de Ecopetrol durante tres días consecutivos, si durante esos tres días él observa que las acciones de Ecopetrol se han mantenido al alza, entonces él invertirá todo su dinero en dichas acciones, si durante esos tres días las acciones han estado a la baja, entonces él invertirá todo su dinero en las acciones de Davivienda, si se mantienen estables él postergará su decisión de invertir. Supóngase que las probabilidades de que las acciones de Ecopetrol se encuentren al alza, estables o a la baja, el día en que el señor Pérez decide iniciar su observación, son respectivamente 0,2,0,5,0,3.

- a. Calcular la probabilidad de que el señor Pérez invierta todo su dinero en acciones de Ecopetrol.
- b. Calcular la probabilidad de que el señor Pérez invierta todo su dinero en acciones de Davivienda.
- c. ¿Cuál es la probabilidad de que, a la larga, las acciones se mantengan estables?