

# Laboratorio I: Misure di densità

Dipartimento di Fisica E.Fermi - Università di Pisa

Di Ubaldo Gabriele

11 Novembre 2015

## 1 Introduzione

### 1.1 Teoria

**Obbiettivo:** Calcolare la densità di diversi solidi attraverso misure di volume e di massa e mostrare che vi è una dipendenza lineare tra queste potendo distinguere diversi materiali.

Definiamo la densità come la massa per unità di volume:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Tabella 1: Densità attese

Materiali	Densità( $kg/m^3$ )
Alluminio	2710
Acciaio inossidabile	7480-8000
Ottone (lega Cu-Zn)	8400-8700

#### 1.1.1 Apparato sperimentale

- Calibro ventesimale di risoluzione  $0.05mm$
- Calibro Palmer  $0.01mm$
- Bilancia di precisione  $1g$
- Una serie di solidi in alluminio, acciaio e ottone

## 2 Esperimento

Disponiamo di 4 cilindri, 5 sfere, e 4 parallelepipedi; misuriamo i cilindri ed i parallelepipedi con il calibro ventesimale, in particolare misuriamo il diametro e le altezze per i cilindri, per i parallelepipedi misuriamo i lati A, B, e C. Per le sfere utilizziamo il calibro Palmer al fine di ottenere una maggiore precisione, misurando il diametro. In seguito pesiamo i vari corpi e in fine calcoliamo la densità con il relativo errore. *Dato che queste sono misure dirette, l'errore è lo stesso per tutte; in particolare le masse hanno un errore di  $\pm 0.001g$  e le altre lunghezze di  $\pm 0.05cm$ .*

Tabella 2: Misure

Solidi	Massa (g)	Raggio (cm)	Lato a (altezza)	Lato b	Lato c
Parallelepipedo 1	28.821	—	17.7	7.5	8.5
Parallelepipedo 2	34.672	—	41.6	10	10
Parallelepipedo 3	4.864	—	10.15	17.6	10.15
Parallelepipedo 4	8.004	—	20	18.3	8.15
Cilindro 2	24.725	5.00	37.65	—	—
Cilindro 3	1.471	3.00	19.50	—	—
Cilindro 4	15.673	9.80	18.80	—	—
Sfera 1	3.528	4.75	—	—	—
Sfera 2	8.365	6.35	—	—	—
Sfera 3	11.894	7.15	—	—	—
Sfera 4	18.914	8.32	—	—	—
Sfera 5	24.830	9.15	—	—	—

### 3 Analisi dati

Successivamente alla presa dati, possiamo utilizzare la formula della densità e tracciare un grafico del volume rispetto alla massa, aspettandoci un dipendenza lineare. In seguito andremo a calcolare il coefficiente angolare dal quale potremo ricavare la densità osservata dalle misure per poi confrontarla con la densità attesa. Supponendo essere le misure indipendenti possiamo propagare l'errore sulla densità tramite la somma in quadratura, la quale fornisce un errore più esatto. Per calcolare i volumi sono state usate le corrispondenti formule di geometria su cui abbiamo propagato l'errore utilizzando lo sviluppo di Taylor in più variabili attraverso derivate parziali. Per esempio per cilindro e sfera si ha:

$$V_{cil} = \pi r^2 h \quad V_{sf} = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (2)$$

$$\Delta V_{cil} = ((2\pi r h) \frac{\Delta r}{r} (\pi r^2) \frac{\Delta h}{h}) \quad \Delta V_{sf} = 4\pi r^2 \frac{\Delta r}{r} \quad (3)$$

Considerando i solidi che si supponeva fossero fatti dello stesso materiale, abbiamo fatto dei grafici del volume in funzione della massa secondo:

$$V = \frac{1}{\rho} m \quad (4)$$

e li abbiamo fittati con Gnuplot (algoritmo di Marquardt-Levenberg) **Alluminio**

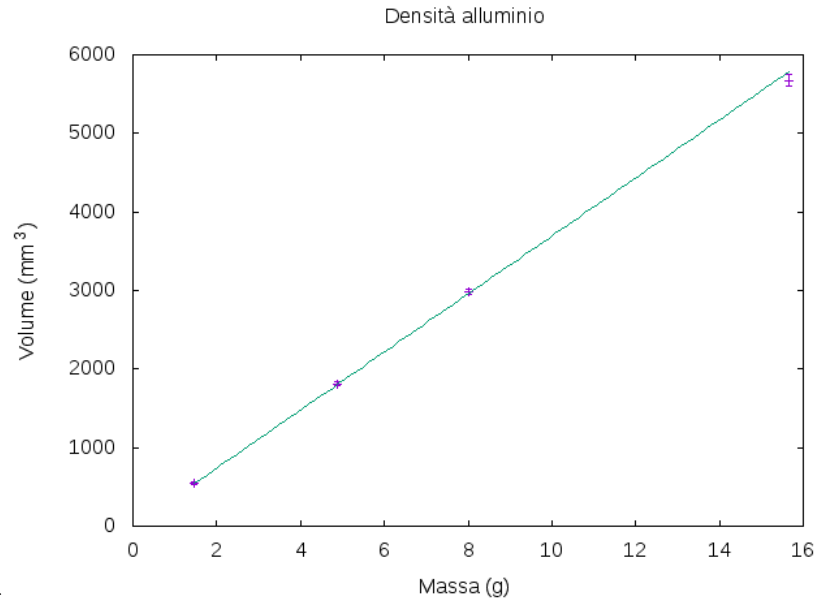
Tabella 3: Volume solidi alluminio

	$V(cm^3)$	$\sigma$
Cilindro 3	551.35	19.79
Cilindro 4	5672.31	72.96
Parallelepipedo 3	3385	52
Parallelepipedo 4	2982.9	33.9

Per l'alluminio abbiamo ottenuto un  $\chi^2 = 3.84$  con 3 gradi di libertà e dunque un  $\tilde{\chi}^2 = 1.28$ . Otteniamo, infine, la stima di  $\rho_{alluminio} = (2706 \pm 21) kg/m^3$ .

**Acciaio**

Figura 1: Grafico alluminio



alluminio.png

Tabella 4: Volume solidi acciaio

	$V(cm^3)$	$\sigma$
Sfera 1	448.2	14.1
Sfera 2	1072.5	25.3
Sfera 3	1531.1	32.1
Sfera 4	2416.8	43.5
Sfera 5	3208.9	52.6

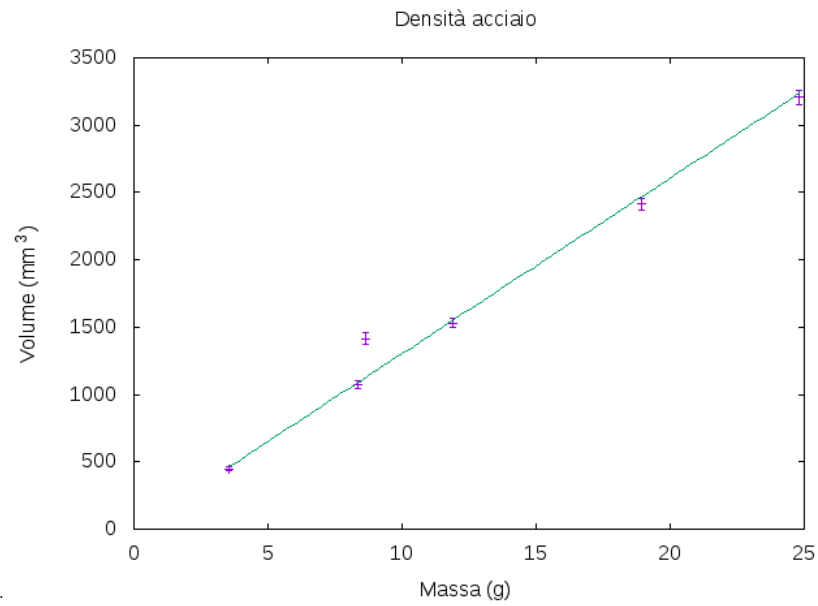
Per l'acciaio abbiamo ottenuto un  $\chi^2 = 50.15$  con 5 gradi di libertà e dunque un  $\tilde{\chi}^2 = 10.29$ . Un risultato che può essere giustificato da una sottostima dell'errore sul cilindro 2. Otteniamo la stima di  $\rho_{acciaio} = (7671 \pm 213)kg/m^3$ . **Ottone**

Tabella 5: Volumi solidi ottone

	$V(cm^3)$	$\sigma$
Cilindro 2	2957.02	63.06
Parallelepipedo 1	3385	52
Parallelepipedo 2	4160	37

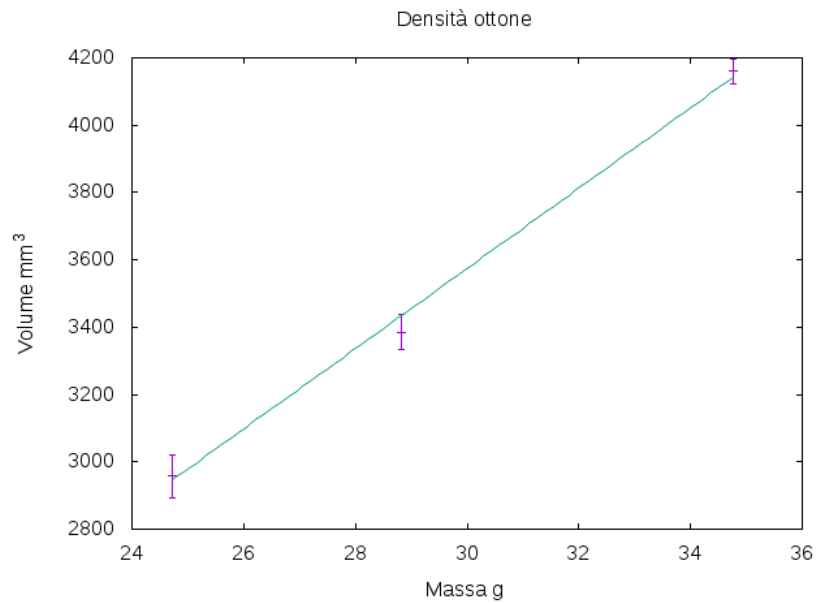
Per l'ottone otteniamo un  $\chi^2 = 1.15$  con 2 gradi di libertà ed un  $\tilde{\chi}^2 = 0.6$ . Otteniamo la stima di  $\rho_{ottone} = (8396 \pm 46)kg/m^3$ .

Figura 2: Grafico acciaio



acciaio.png

Figura 3: Grafico ottone



ottone.png

### 3.1 Legge di scala per le sfere

Vi è una dipendenza cubica tra la massa e il raggio delle sfere che possiamo verificare tramite un grafico in carta bilogarithmica. Dovremmo ottenere una retta con coefficiente angolare 3 e

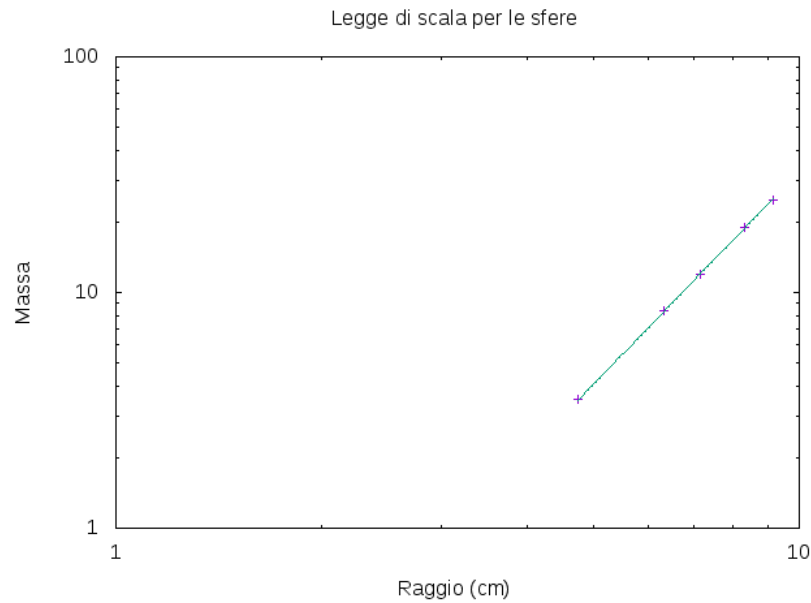
intercetta  $4\pi\rho/3$ . Abbiamo fittato con  $y = Ax^B$  dove

$$A = \frac{4}{3} \times \pi \times \rho_{acc} = 32132 \pm 101 kg/m^3 \quad (5)$$

Tabella 6: Masse e raggi

	Massa (g)	Raggio (cm)
Sfera 1	3.528+-0.001	4.75+-0.05
Sfera 2	8.365+-0.001	6.35+-0.005
Sfera 3	11.894+-0.001	7.15+-0.05
Sfera 4	18.914+-0.001	8.32+-0.05
Sfera 5	24.830+-0.001	9.15+-0.05

Figura 4: Sfere



sfere.png

Qui riportiamo il grafico della massa in funzione del raggio e vediamo che  $B = 2.98 \pm 0.02$  il che rispecchia il valore atteso, invece vediamo che interseca l'asse delle x e corrisponde al valore del raggio che deve possedere una sfera di massa 1g è:  $r = \sqrt[3]{\frac{31}{4\rho}} = (3.05 \pm 0.01)mm$ . Da ciò otteniamo, andando a sostituire nella (14), il seguente valore:  $A = \frac{y}{r^3} = (35245 \pm 107)kg/m^3$ , in concordanza con la A calcolata precedentemente.

## 4 Conclusione

Possiamo concludere affermando che le misure delle densità tabulate sono corrispondenti alle densità da noi misurate entro il relativo errore. Inoltre dallo studio del grafico e dalle considerazioni fatte sulla legge di potenza delle sfere possiamo concludere che vi è una certa dipendenza.