Conducibilità termica

Gabriele Di Ubaldo,
Andrea Torosantucci

12 Maggio 2016

Univesrità di Pisa, Dipartimento di Fisica,
Laboratorio didattico del primo anno.

Indice

1 Obiettivo esperimento

Avendo a disposizione due sbarre di diverso materiale riscaldate e raffreddate alle estremità contemporaneamente e potendo misurare tramite dei fori che variano in funzione della distanza, lo scopo dell'esperienza è quello di misurare la condicibilità termica dei due materiali.

1.1 Teoria e leggi

La quantità di calore trasmessa per unità di tempo:

$$W = \frac{dQ}{dt} \tag{1}$$

Chiamato anche flusso di calore, questo all'equilbrio termico è costante. Chiamando S la sezione della sbarra, T la temperatura nei vari punti e d la distanza, la fomrula specifica diviene:

$$W = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta d} \tag{2}$$

Nella quale λ è chiamata conducibilità termica del materiale. Ovviamente dato che il calre fluisce spontaneamente dall zone più calda alla zona più fredda, il segno è negativo.

1.1.1 Descrizione fenomeno

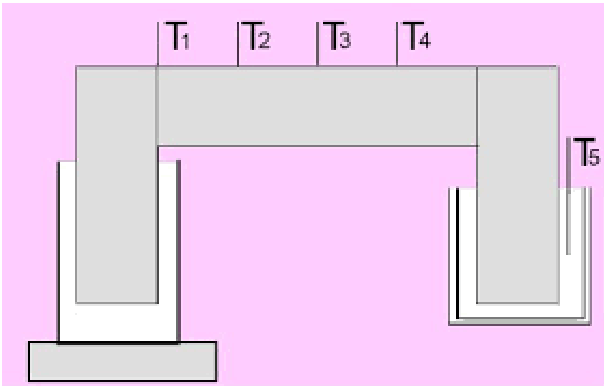


Figura 1: *Immagine a scopo illustrativo*

1.1.2 Apparato sperimentale

- Due barre cilindriche, di cui una rivestita di materiale isolante.
- Due termistori per la misura delle temperature.
- Calcolatore con programma di acquisizione (*Plasduino*).
- Un alimentatore chiuso su due resistenze in parallelo.
- Un circuito ad acqua corrente.
- Calibro ventesimale (0.05mm)

2 Misure ed acquisizione dati

Sistemato il voltaggio e l'amperaggio della corrente e azionato il flusso d'acqua, abbiamo incominciato ad eseguire delle misure tramite i termistori. Le misure ch abbiamo preso con i termistori sono stae prese ponendo uno dei termistori all'estremità più calda e l'altro è stato inserito nei

fori, cambiando posizione di volta in volta sino ad arrivare all'estremità raffreddata dall'acqua corrente.
Il diametro interno ed esterno sono:$D_{esterno} = (2.51 \pm 0.05)cm$ e $D_{interno} = (0.7 \pm 0.1)cm$.
Il voltaggio é: $V = (10.1 \pm 0.1)V$ e l'amperaggio è: $I = (1.61 \pm 0.01)A$.
Inoltre i fori sono equispazioti di un $x_i = 2.1 \pm 0.1cm$. Per la vlautazoione di λ, abbiamo i valori tabulati per tre differenti materiali.

Tabella 1: Valori tabulati

Materiale	λ [W/(m °C)]
Alluminio	~ 200
Rame	~ 400
Ottone	~ 110

2.1 Misure

Abbiamo preso rispettivamente 20 misure di temperatura, equivalenti ad ogni foro presente sulla sbarra. In seguito durante la presa dati abbiamo lasciato i termistori per un tempo ragionevolmente lungo ($\approx 40 secondi$), affinchè il sistema andasse all'equilibrio. La prima temperatura è stata presa facendo la media della misure e la seconda temperatura (quella misurata del secondo termistore che è stato spostato di volta in volta) è stata calcolata acìnch'essa facendo la media delle misure registrate. Per la sbarra non isolata abbiamo ottenuto:

Tabella 2: **Sbarra non isolata**

Temperature sbarra non isolate (°C)	
T1	37.20
T2	36.52
T3	35.11
T4	34.52
T5	33.73
T6	32.80
T7	31.86
T8	30.91
T9	30.54
T10	29.67
T11	28.99
T12	28.12
T13	27.60
T14	26.69
T15	26.47
T16	25.63
T17	24.91
T18	23.79
T19	23.76
T20	22.74

Per la sbarra isolata abbiamo ottenuto:

Tabella 3: **Sbarra isolata**

Temperature sbarra non isolate (°C)	
T1	57.35
T2	54.72
T3	54.33
T4	51.74
T5	49.49
T6	48.23
T7	46.03
T8	44.76
T9	42.38
T10	41.01
T11	38.48
T12	37.19
T13	35.30
T14	33.79
T15	32.13
T16	30.42
T17	29.11
T18	27.21
T19	25.33
T20	23.43

Come incertezze sulle misure di temperatura prendiamo un $\Delta T = 0.35$ °C

3 Analisi dati

Prese le misure, possiaamo ricavare la sezione delle sbarre e la potenza dissipata.

$$W = \frac{VI}{2} \tag{3}$$

Questa è valida per resistenze in parallelo. Invece per la sezione possiamo usare:

$$S = \frac{\pi(D_{esterno}^2 - D_{interno}^2)}{4} \tag{4}$$

In questo modo otteniamo:$W = (8.13 \pm 0.13)W$, $S = (4.5 \pm 0.3)cm^2$.

3.1 Propagazione degli errori

L'errore è stato già calcolato precendentemente nella varie formule, dunque nella seguente sezione non abbiamo nulla di rilevante da osservare.

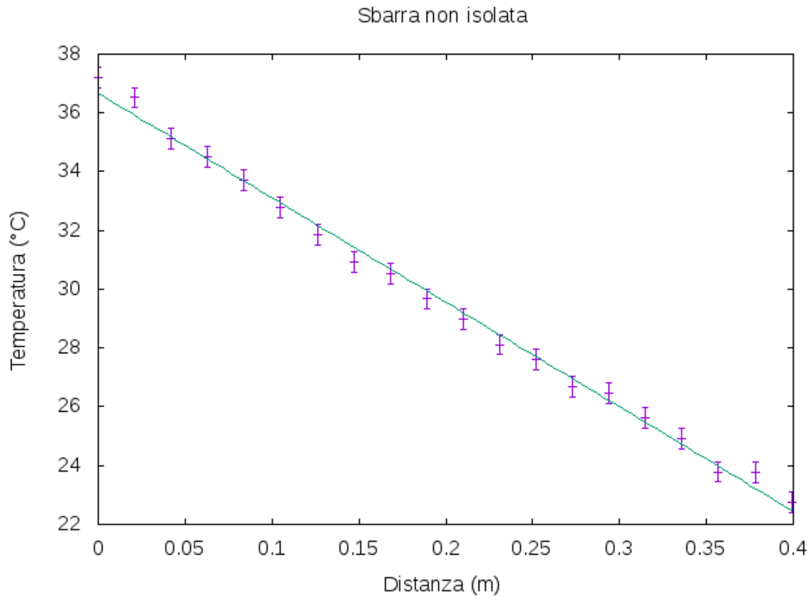
4 Fit grafico ed elaborazione dati

Presi i dati andremo a tracciare tramite GNUplot (*che utilizza l'algoritmo di Marquardt-Levenberg*) a tracciare il grafico della temperatura in funzione della distanza; possiamo prevedere che dato il flusso spontaneo di calore, la retta avrà coefficiente angolare negativo che sarà la stima di $-\frac{W}{\lambda S}$ dalla quale ricaveremo la conducibilità termica.

4.1 Fit grafico

Qui riportiamo il seguente fit:

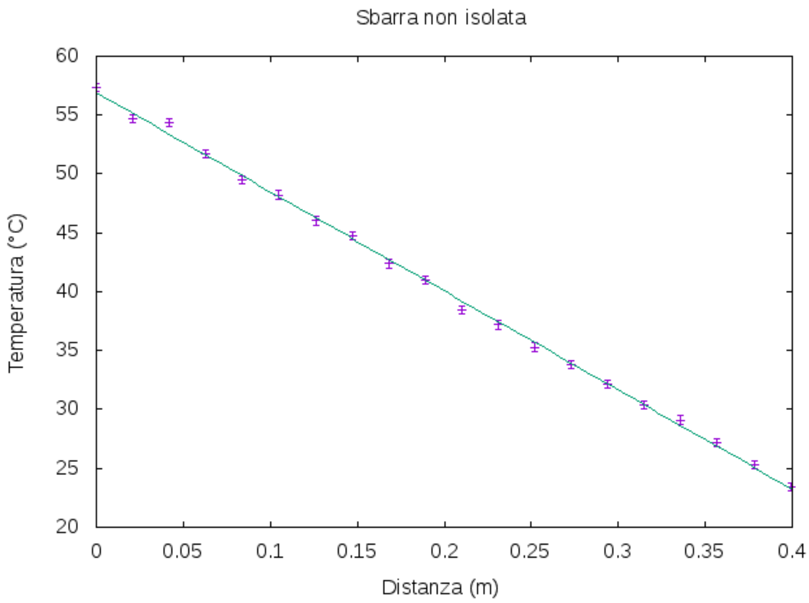
Figura 2: Sbarra non isolata



isolata.png

Sulla sbarra isolata le misure sono più imprecise, tuttavia si riesce in ogni caso a stimare λ. Qui riportiamo l'ulteriore grafico:

Figura 3: Sbarra isolata



Ora tracciato il fit ed avendo stimato tramite esso i valori della retta, possiamo stimare λ.

4.2 Elabborazione dati

La funzione utilizzata per fare il fit è del tipo: y=Ax+B. Teoricamente questa è la funzione di fit della funzione ricavata prima dalla formula del flusso di calore, ossia:

$$T_i = T_0 - \frac{W}{\lambda S} x_i \tag{5}$$

Infatti dal fit stimiamo A e B che equivalgono a T_0 e $-\frac{W}{\lambda S}$.
Innanzitutto come possiamo notare nei fit abbaimo B e dunque T_0; nel fit della sbarra non isolata otteniamo $T_0 = 36.67 \pm 0.14$ contro il valore misurato $T_0 = 37.20 \pm 0.35$, possiamo calcolare la discrepanza tra queste misure.
Vedendo che questa è minore dell'errore propagato sulla differenza possiamo dire che il modella ripsetta verifica i dati sperimentali.

$$Discrepanza = |T_{stimato} - T_{misurato}| \tag{6}$$

$$\Delta Discrepanza = \delta T_{stimato} + \delta T_{misurato} \tag{7}$$

Ora se la $Discrepanza \ll \Delta Discrepanza$ allora il modello è verificato.
Infatti: $\Delta Discrepanza = 0.49$ e $Discrepanza = 0.53$.
Dato che non è molto minore, possiamo affermare che la discrpanza non è significativa.
Lo stesso ragionamento operato sulla sbarra isolata permette di ottenere:
$\Delta Discrepanza = 0.52$ e $Discrepanza = 0.44$.
Anche in questo caso in prima approssimazione, la discrepanza non è significativa. Ora calcoliamo il coefficiente angolare, per il primo grafico abbiamo ottenuto $A = -35.56 \pm 0.60$, sapendo che

$A = -\frac{W}{\lambda S}$ otteniamo che:

$$\lambda = \frac{W}{AS}$$

propagando l'errore,

$$\Delta\lambda = \left|\frac{\partial\lambda}{\partial W}\right|\Delta W + \left|\frac{\partial\lambda}{\partial S}\right|\Delta S + \left|\frac{\partial\lambda}{\partial A}\right|\Delta A$$

In questo modo la conducibilità termica per la sbarra non isolata è: $\lambda = (508{\pm}83)$°CC, che bsandoci sulle conducibilità tabulate, entro la barra d'errore possiamo dire concide approssimativamente con il rame. Allo stesso modo per la barra isolata otteniamo $A = (-86.17{\pm}0.75)$ dunqueotteniamo che: $\lambda = (210 \pm 11)$°CC, alla stessa maniera, guardando le conducibilità tabulate, pppossiamo ricondurre la seconda sbarra al materiale alluminio. Infine il Test del χ^2 in entrambi i grafci ha rilevato valori accettabili entro le convenzioi: I gradi di libertà sono 18 e per la sbarra non isolata otteniamo un $\chi^2 = 15.66$, avendo questa probabilità:

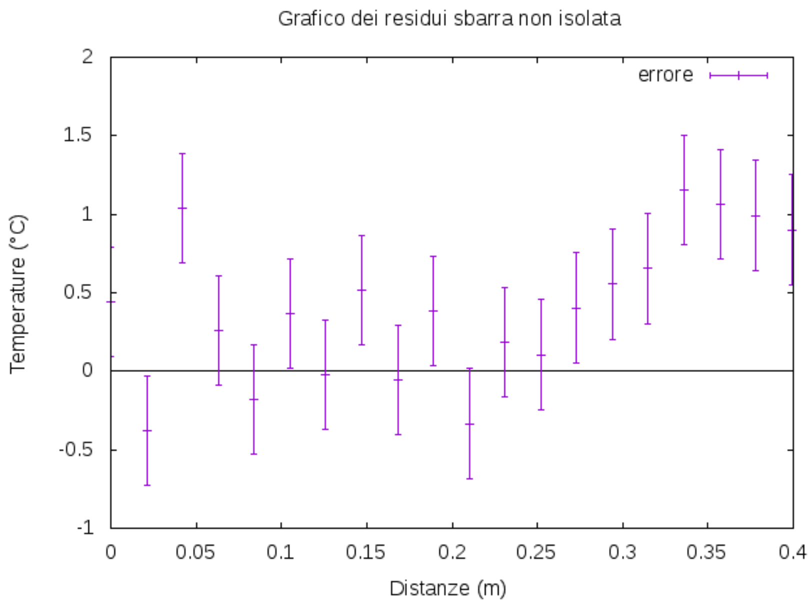
$$P(\chi^2 \leq 15.66) \approx 38.4\%$$

Per la secondo sbarra isolata otteniamo un $\chi^2 = 24.26$, avendo questa probabilità:

$$P(\chi^2 \leq 24.26) \approx 85.34\%$$

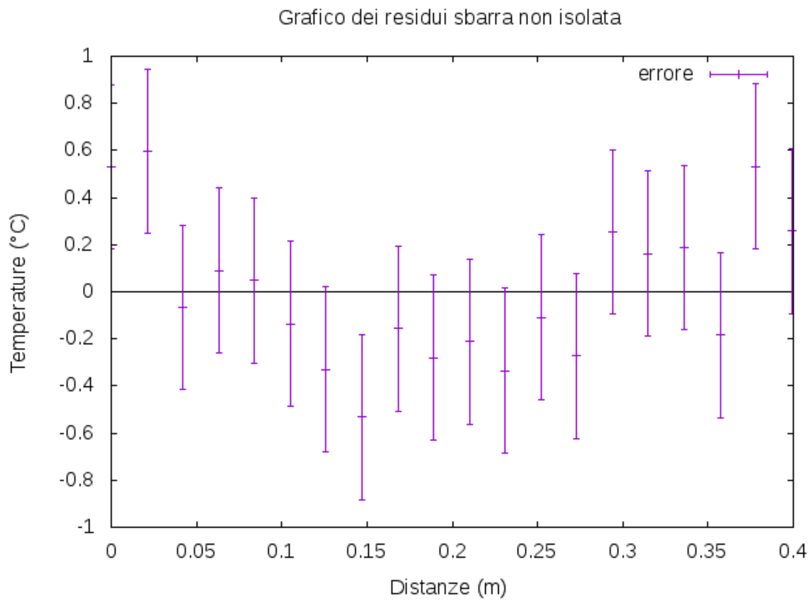
In ultima analisi possiamo vedere il grafico dei residui per vedere se il modello rispetta la realà:

Figura 4: Residui sbarra non isolata



non isolata.png

Figura 5: Residui sbarra isolata



isolata.png

Da queste possiamo rilevare una sottostima degli errori per la sbarra non isolata, tuttavia sembrano disporsi in maniera piuttosto casuale e questo vale anche per la seconda sbarra.

5 Conlcusioni

Possiamo concludere che alla luce di tutta la presa ed analisi dati, il nostro modello rispechia i dati misurati entro errori non significativi, grazie alla discrepanza valutata precendentemente e grazie al test del χ^2 che ci ha indicato una buona probabilità di trovare un valore più basso reiterando le misure, questo ci indica una buona concordanza con il modello teroico e i dati sperimentali. L'esperimento può dirsi concluso.