Physics from Symmetry.

1^{st} edition

PUBLISHED BY NON

HTTPS://GITHUB.COM/LASERROGER/PHYSICS-FROM-SYMMETRY/

Preface

> 世界上最无法理解的事情是这个世界竟然是可以理解的.
>
> — Albert Einstein

引自 Jon Fripp, Deborah Fripp, and Michael Fripp. *Speaking of Science*. Newnes, 1st edition, 4 2000. ISBN 9781878707512

在物理课上, 我像任何一个物理系学生那样熟悉许多基本方程与它们的解, 但我不是很清楚它们之间的联系.

当我理解它们中的大多数具有共同的起源 — **对称性 (Symmetry)** 时我十分激动. 对我而言搞物理最美的经历莫过于原本费解的东西经过深入探究之后豁然开朗. 我因此深爱着对称性.

例如, 有一段时间我不能真正理解自旋 — 几乎所有基本粒子都具有的奇特的内禀角动量, 后来我学到了原来自旋一种对称性 (称为 Lorentz 对称性) 的直接结果, 于是有关自旋的内容开始充满意义.

本书的目的就是为读者提供这样的经历, 在某种意义上, 当我开始学物理的时候我就有写这本书的愿望了.[1] 对称性漂亮地解释了其它方面的许多复杂物理现象, 这让我们认为可以从对称导出物理学的基本理论, 本书正是基于这个锐利而光芒耀眼的信念.[2]

[1] 同感! 这就是物理系学生的中二病吗 2333333 — 译者 (SI)

[2] 锐 (するど) くギラつかせた希望 (きぼう), もっと本気 (ほんき) 出 (だ) していいよ, あ ～, あ ～, あ ～, あ ～

可以说本书的写作顺序是倒过来的: 在我们讨论经典力学与非相对论量子力学之前, 我们将利用大自然 (据我们所知) 精确的对称性导出量子场论的基本方程. 不过尽管途径不同, 本书的内容仍为标准物理学, 我们不涉及仍有争议未经实验验证的内容, 而是通过物理学的标准假设导出物理学的标准理论.

根据读者的物理水平, 本书可以有两种用途:

- 物理学的初学者[3]可以把这本书当成入门教材, 它包含了经典力学, 电动力学, 量子力学, 狭义相对论和量子场论的基本理论, 在阅读之后, 读者可再深入学习各部分内容. 各部分有许多更加深入的优秀书籍, 在各章的末尾列出了一些延伸阅读的推荐表. 如果你觉得你属于这一种, 我们建议你在阅读正文之前先从附录的数学补充开始.

开始自附录 A. 此外, 当正文使用一个新的数学概念时, 边注中会说明相应的附录目录.

- 另一种情况, 身经百战见得多的学生可以通过本书将松散的各物理领域紧密联系起来. 回顾历史的进程我们会发现许多物理思想可能看起来随意甚至乱来, 但从对称性的观点看, 它们往往就变得必然而直接.

とにかく, 不管哪种情况都应该按顺序阅读本书, 因为各章之间是递进的.

开始的短章节是关于狭义相对论的, 它是之后讨论的所有内容的基础. 我们会看到对物理理论最重要的限制之一是它们必须符合狭义相对论.

本书的第二部分引入了描述对称性的数学工具 (在物理味道的表述下), 大多数工具来自数学的重要分支 — 群论. 之后我们介绍拉格朗日形式 (Lagrangian formalism), 它使我们能够在物理体系中直接利用对称性.

第五章和第六章利用之前引入的拉格朗日形式和群论导出了现代物理学的基本方程.

在最后一部分, 我们把之前的基本方程加以应用: 应用于粒子理论我们可以导出量子力学, 应用于场理论我们可以导出量子场论. 然后我们研究这些理论在非相对论极限与经典极限的变体, 这样又导出了经典力学与电动力学.

每章的开始是本章内容的摘要. 如果你发现你在思考 '这是在讲些啥', 不妨回到章节开头看看摘要以明白某一部分的目的是什

[3]这个 '初学者' 是 '相对而言的'(relatively)... — 译者注

么. 书页留有巨大的页边空白[4]~~以防止想出 Fermat 大定理的证明却没地方写~~ 你可以一边阅读一边在页边记下笔记与灵感.

许多页边注的内容是拓展信息与图景.

我希望你读这本书能够像我写这本书的时候一样愉悦.

Karlsruhe, 2015.01

Jakob Schwichtenberg

[4]给译文排版造成了小小的麻烦. — 译者

Acknowledgments

感谢所有帮我编写这本书的人. 我特别感激 Fritz Waitz, 他的评论, 想法与纠正让本书质量大大改善. 我十分感谢 Arne Becker 和 Daniel Hilpert, 感谢他们无价的建议, 意见与细致的校对. 感谢 Robert Sadlier 对我英文的帮助以及 Jakob Karalus 的解释.

我还想感谢与我有许多见解深刻的讨论的 Marcel Köpke, 感谢 Silvia Schwichtenberg 和 Christian Nawroth 的支持.

最后, 我亏欠最多的是我的父母, 他们支持着我, 教导我知识高于一切.

如果发现文中的错误, 我非常希望你能够寄一封短邮件到 errors@jakobschwichtenberg.com. 勘误表的地址是 http://physicsfromsymmetry.com/errata.

Contents

Foundations 基础

1. Introduction 简介

1.1 What we Cannot Derive 得不到的事情

在我们开始讲我们能从对称性里面了解到什么之前，我们首先澄清一下我们需要在我们的理论中人为的加一些什么东西。首先，目前没有任何理论可以得到自然界的常数。这些常数需要从实验中提取出来，比如各种相互作用的耦合常数啊，基本粒子的质量啊这种的。

除了这些，我们还有一些东西解释不了：**数字** 3。这不是术数的那种神秘主义的东西，而是我们不能解释所有的直接与数字 3 相联系的限制。比如：

- 对应三种标准模型描述的基本作用力有三种规范理论。这些力是由分别对应于对称群 $U(1), SU(2)$ 和 $SU(3)$ 的规范理论描述的。为什么没有对应 $SU(4)$ 带来的基本作用力？没人知道！
- 轻子有三代，夸克也有三代。为什么没有第四代？我们只能从实验中知道没有第四代。
- 我们只在拉格朗日量里面包含 Φ 的最低三阶 (Φ^0, Φ^1, Φ^2)，其中 Φ 指代一些描述我们的物理系统的东西，是个通称，而这个拉格朗日量则是被我们用来得到我们的描述自由（= 无相互作用）场/粒子的靠谱的理论的。
- 我们只用三个基本的 Poincare 群双覆盖的表示，分别对应

1: 如果你不理解这个简介中的某些名词，比如规范理论或者二重覆盖，不需要太过担心。本书将会详尽的解释，在这里提到只是为了完整性。

2: 比如，现在宇宙中元素的丰度是依赖于代的数量的。更进一步，对撞机实验中有对此的很强的证据。（见 Phys. Rev. Lett. 109, 241802）

自旋 $0, \frac{1}{2}$ 和 1。没有基本粒子的自旋是 $\frac{3}{2}$。

在现代的理论中，这些是我们必须手动增加的假定。我们从实验上知道这些假定是正确的，但是目前为止我们没有更深刻的原理告诉我们为什么我们需要到 3 就停。

除此之外，还有两件事情我们没法从对称性中得到，但是他们对于一个严谨的理论来说有时必须被考虑到的：

- 我们只允许在拉格朗日量中引入尽可能的最低阶的非平凡的微分算符 ∂_μ

II Symmetry Tools 对称性工具

2. The Framework (力学) 框架/体系

这一章的基本思路是, 我们要在尽可能少的使用某些东西的前提下，得到正确的关于自然的方程。某些东西是什么？有一件事是确定的：它不应该在 Lorentz 变换下改变，否则我们会在不同的参考系下得到不同的自然规律。在数学意义上，它意味着我们寻找的这个东西是个标量，依照洛伦兹群的 $(0,0)$ 表示作变换。再考虑到自然总依简单而行，我们已经足够导出关于自然的方程了。从这个想法出发，我们将会引入**拉格朗日形式 (Lagrangian formalism)**。通过极小化理论的中心对象，我们可以得到用以描述问题中的物理系统的运动方程。极小化过程的结果被称作 **Euler-Lagrange 方程**。

通过拉氏形式，我们可以得到物理中最重要的定理：Noether 定理。这个定理揭示了对称性和守恒量 。之间的深刻联系。我们将在下一章中利用它来理解, 理论是如何来描述实验测量量的。

2.1 Lagrangian Formalism 拉氏形式

拉氏形式是在基础物理中被广泛运用的一个强有力的框架 。由于理论的基本对象–**拉格朗日量 (Lagrangian)** 是一个标量 ，它相对简单。如果你希望从对称性的观点考虑问题，这种形式将会是非常有用的。如果我们要求拉氏量的积分，**作用量 (action)**，在某些对称变换下不变，我们即要求体系的动力学遵从该对称性。

3: 守恒量指的是不随时间变化的物理量。例如一个给定体系的能量或动量。数学上意味着 $\partial_t Q = 0 \rightarrow Q =$ 常数

4: 物理中当然有其他框架，例如以**哈密顿量 (Hamiltonian)** 为中心对象的**哈密顿形式 (Hamiltonian formalism)**。哈密顿量的问题在于它不是洛伦兹不变的，因为它所代表的能量，仅仅是四动

2.1.1 Fermat 原理

> Whenever any action occurs in nature, the quantity of action employed by this change is the least possible.
> - Pierre de Maupertius

6: Recherche des loix du mouvement (1746)

拉氏形式的思想源于 Fermat 原理：光在两空间点间传播总依耗时最短的路径 $q(t)$ 而行。数学上来讲，如果我们定义给定路径 $q(t)$ 的作用量为

$$S_{\text{light}}[\mathbf{q}(t)] = \int \, \mathrm{d}t$$

7: 此处的作用量仅仅是沿给定路径对时间的积分，但一般而言作用量会更加复杂，我们待会儿就能见到

8: 一般而言，我们希望找到**最值 (extremums)**，即最小值和最大值。

而我们的任务便是找到一条特定的路径 $q(t)$ 使作用量取极小值为了得到一个给定**函数**的极小值 ，我们可以求得其导函数并令其为零；而为了找到**泛函**$S[q(t)]$——函数 $q(t)$ 的函数 S——的极小值，就得要一个新的数学工具：**变分法**。

2.1.2 变分法：基本思想

在思考如何发展一套能够找到泛函极值的新理论之前，我们需要倒回去想想什么给出一个数学上的极小点。变分法给出的答案是，极小点由极小点邻域的性质决定。例如，让我们尝试寻找一个寻常函数 $f(x) = 3x^2 + x$ 的极小点 x_{min}。我们从一个特定点 $x = a$ 出发，仔细考察其邻域。数学上它意味着 $a + \epsilon$，其中 ϵ 代表无穷小量（可正可负）。我们将 a 的变分代入函数 $f(x)$:

$$f(a + \epsilon) = 3(a + \epsilon)^2 + (a + \epsilon) = 3(a^2 + 2a\epsilon + \epsilon^2) + a + \epsilon。$$

如果 a 是极小点，ϵ 的一阶变分必需为零，否则我们可以取 ϵ 为负 $\epsilon < 0$，这样 $f(a + \epsilon)$ 就会比 $f(a)$ 更小[1]。因此，我们将线性依赖于 ϵ 的项取出并令其为零。

$$3 \cdot 2a\epsilon + \epsilon \overset{!}{=} 0 \leftarrow 6a + 1 \overset{!}{=} 0。$$

由此我们找到极小点

$$x_{\text{min}} = a = -\frac{1}{6},$$

[1] 译注：此处讨论有误

它自然和我们求导 $f(x)=3x^2+x \leftarrow f'(x)=6x+1$ 并令其为零的办法得到的结果一致。对于寻常函数而言，这只是一个用来干同一件事不同方法而已 [2]，但是变分法却能找到泛函的极值点。我们马上就能看到，应当如何处理一个一般的作用量泛函。

拉格朗日形式的中心思想在于对于有质量的物体，也存在一个与对光的 Fermat 原理相类似的原理。当然，它不可能直接遵从费马原理，但是我们可以从一个更一般的形式出发

$$S[q(t)] = \int \mathbb{L}\ \mathrm{d}t$$

其中 $\mathbb{L}$ 一般是一个非常数的参量，被称为拉格朗日量。对于光而言，这个参量是个常数。一般的，拉格朗日量依赖于物体的坐标和速度 $\mathbb{L}=\mathbb{L}(q(t),\frac{\partial}{\partial t}q(t))$。在下一节中我们将仔细讨论这件事 。在仔细讨论如何对这样一个泛函使用变分法之前，我们需要先讲讲两个小问题。

9: 我们的任务是找到对于给定拉格朗日量和初始条件有着最小作用量的路径 $q(t$。在此之前，我们得先找到正确的拉格朗日量，用以描述问题中的物理系统。这是我们在上一章中所讨论的对称性所能发挥作用的地方。通过要求拉格朗日量在洛伦兹群的所有变换下不变，我们就能找到正确的拉格朗日量

2.2 Restrictions 约束

正如我们在 As already noted in Chap. 1.1 there are restrictions to our present theories we can’t motivate from first principles. We only know that we must respect these restrictions in order to get a sensible theory.

[2] 译注：对于深受微元法毒害的物竞生而言，求导才是用来这件事的不同方法