Decaimiento del Higgs

Juan Alberto Yepes Tamayo

Instituto de Física, Universidad de Antioquia

Resumen

La tasa de decaimiento diferencial y total para el decaimiento del Higgs al par fermión-antifermión $H \to f\overline{f}$ es calculada haciendo uso de las reglas de trazas para las matrices de Dirac γ y de las reglas de Feynman para el cálculo de la amplitud invariante $\mathcal{M}$. Así mismo se calcula la sección transversal para el proceso $e^+e^- \to H \to$ all.

1. Tasa de decaimiento

La tasa de decaimiento Γ de una partícula inestable $\mathcal{A}$[1] en un estado final específico se define como[1]

$$\Gamma \equiv \frac{\text{Número de decaimientos por unidad de tiempo}}{\text{Número de partículas } \mathcal{A} \text{ presentes}}.$$

Ahora, la probabilidad $\mathcal{P}(\mathcal{A} \to 12...\mathrm{n})$ de transición por unidad de tiempo para el proceso $\mathcal{A} \to 1 + 2 + ... + n$ se define como

$$\mathcal{P}(\mathcal{A} \to 12...\mathrm{n}) = |\langle \mathbf{p_1 p_2 ... p_n} | \phi_{\mathcal{A}} \rangle|^2, \tag{1}$$

con $\mathbf{p_1 p_2 ... p_n}$ los estados de momentos finales, y $\phi_{\mathcal{A}}$ la función de onda del estado inicial A.

Ahora si se conocen el número de estados iniciales y finales(partículas) para el proceso, entonces la tasa de decaimiento diferencial para el proceso es

[1] Asumiendo que está en reposo

$$\mathrm{d}\Gamma \equiv \mathcal{P}(\mathcal{A} \to 12...\mathrm{n})\frac{\text{Número de estados finales}}{\text{Número de partículas } \mathcal{A} \text{ presentes}}. \tag{2}$$

Luego, si el número de estados finales para la i-partícula en el elemento $\mathrm{d}^3\mathbf{p}_i$ es $\frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i}$, entonces el número de estados finales es

$$\text{Número de estados finales} = \prod_f \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i}, \tag{3}$$

mientras que el número de estados iniciales se calcula sabiendo que si la función de onda $\phi_{\mathcal{A}}$ es de partícula libre, entonces $\phi_{\mathcal{A}} = Ne^{-ip_{\mathcal{A}}\cdot x}$, y si se asume que la partícula tiene espín cero entonces la densidad de probabilidad es,

$$\rho_{\mathcal{A}} = i\left(\phi^*_{\mathcal{A}}\frac{\partial \phi_{\mathcal{A}}}{\partial t} - \phi_{\mathcal{A}}\frac{\partial \phi^*_{\mathcal{A}}}{\partial t}\right) = 2E_{\mathcal{A}}|N|^2. \tag{4}$$

Luego el número de estados iniciales es, normalizando en un volumen unitario,

$$\int \rho_{\mathcal{A}}\mathrm{d}V = 2E_{\mathcal{A}}, |N|^2 = 1, \tag{5}$$

Usando Ecs.(1), (3) y (5) en Ec.(2), se tiene

$$\mathrm{d}\Gamma \equiv |\langle \mathbf{p_1 p_2 ... p_n}|\phi_{\mathcal{A}}\rangle|^2 \frac{1}{2E_{\mathcal{A}}} \prod_f \frac{\mathrm{d}^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i}. \tag{6}$$

Ahora bien el elemento $\langle \mathbf{p_1 p_2 ... p_n}|\phi_{\mathcal{A}}\rangle$ está definido como[2, 3]

$$\langle \mathbf{p_1 p_2 ... p_n}|\phi_{\mathcal{A}}\rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{\mathcal{A}} - \sum p_f)\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 12...\mathrm{n}), \tag{7}$$

con $\mathcal{M}$ la amplitud invariante para el proceso $\mathcal{A} \to 1 + 2 + ... + n$.

Empleando Ec.(7) en (6), y considerando que en el centro de masa la partícula $\mathcal{A}$ decae en reposo, entonces $E_{\mathcal{A}} = m_A$, luego se tiene

$$\mathrm{d}\Gamma = \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \prod_f \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{\mathcal{A}} - \sum p_f) |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 12...\mathrm{n})|^2. \quad (8)$$

Para el caso a tratar del decaimiento $H \to f\overline{f}$, entonces Ec.(8) queda

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Gamma &= \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_2}{2E_2} \delta^{(4)}(p_{\mathcal{A}} - p_1 - p_2) |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathrm{d}^3\mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{1}{2E_2} \delta(E_{\mathcal{A}} - E_1 - E_2) |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathbf{p}_1^2 \mathrm{d}\mathbf{p}_1 \mathrm{d}\Omega_{cm}}{4E_1E_2} \delta(E_{\mathcal{A}} - E_1 - E_2) |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2, \end{aligned} \quad (9)$$

y puesto que por conservación de energía y momentum $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$, entonces $E_{\mathcal{A}} = E_1 + E_2 = (m_1^2 + \mathbf{p}_1^2)^{1/2} + (m_2^2 + \mathbf{p}_1^2)^{1/2}$, luego

$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathcal{A}}}{\mathrm{d}\mathbf{p}_1} = \mathbf{p}_1 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right). \quad (10)$$

Sustituyendo Ec.(10) en (9) queda

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Gamma &= \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathbf{p}_1 \mathrm{d}E_{\mathcal{A}} \mathrm{d}\Omega}{4(E_1 + E_2)} \delta(E_{\mathcal{A}} - E_1 - E_2) |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{\mathcal{A}}} \frac{1}{4\pi^2} \frac{\mathbf{p}_1 \mathrm{d}\Omega_{cm}}{4E_{\mathcal{A}}} |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2 \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\Omega_{cm}} = \frac{\mathbf{p}_1}{32\pi^2 m_{\mathcal{A}}^2} |\mathcal{M}(\mathcal{A} \to 1{+}2)|^2 \tag{11}$$

2. Reglas de Feynman y técnicas de trazas

La interacción del bosón de Higgs con los fermiones[2] está dada por el término de interacción de Yukawa[4]

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa} &= -G_f \frac{(\nu + \eta)}{\sqrt{2}} (\overline{e}_R e_L + \overline{e}_L e_R) \\ &= -\frac{G_f \nu}{\sqrt{2}} \overline{e} e - \frac{G_f \eta}{\sqrt{2}} \overline{e} e\end{aligned}$$

Tal que el electrón ha adquirido una masa $m_e = G_f \nu / \sqrt{2}$, y la constante de acople del bosón de Higgs con los electrones es $G_f \sqrt{2}$ ó m_e/ν, de aquí que sea esta cantidad la que se asigna al vértice del diagrama del proceso.

El proceso de decaimiento $H \to f\overline{f}$ es mostrado en la figura 1.

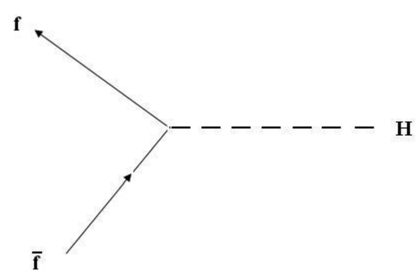

Figura 1: Diagrama de proceso $H \to f\overline{f}$

[2] En este caso sólo aparecen los electrones, pero es válido también para los otros fermiones

De acuerdo a las reglas de Feynman, las cantidades algebraicas que se asignan al vértice y las líneas externas del anterior diagrama se indican en la figura 2.

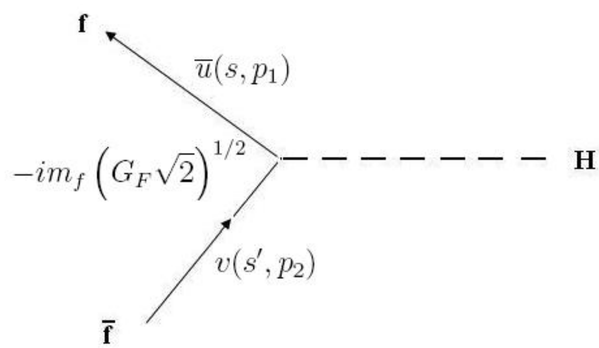

Figura 2: Reglas de Feynman del proceso $H \to f\overline{f}$

Luego la amplitud invariante $\mathcal{M}$ es el producto de todas las cantidades que contribuyen al diagrama,

$$i\mathcal{M} = -im_f\left(G_F\sqrt{2}\right)^{1/2}\overline{u}(s, p_1)v(s', p_2). \tag{12}$$

Donde p_1, s, p_2 y s' son los momentos y espines del fermión y antifermión respectivamente.

Ahora, teniendo en cuenta que $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$

$$\begin{aligned}
&(\overline{u}(s, p_1)v(s', p_2))^\dagger \\
&= v^\dagger(s', p_2)(\overline{u}(s, p_1))^\dagger \\
&= v^\dagger(s', p_2)(u^\dagger(s, p_1)\gamma^0)^\dagger \\
&= v^\dagger(s', p_2)(\gamma^{0\dagger}u(s, p_1)) \\
&= v^\dagger(s', p_2)(\gamma^0 u(s, p_1)) \\
&= (\overline{v}(s', p_2)u(s, p_1)).
\end{aligned} \tag{13}$$

Entonces elevando al cuadrado $\mathcal{M}$ de la Ec.(12), tomando relación (13), y sumando sobre los posibles estados de polarización de los espines de las partículas finales, se tiene

$$\sum_{s,s'} |\mathcal{M}|^2 = G_F m_f^2 \sqrt{2} \sum_{s,s'} (\overline{u}(s,p_1) v(s',p_2))(\overline{v}(s',p_2) u(s,p_1)). \tag{14}$$

Ahora, la suma de la Ec.(14) se calcula expresando los productos $\overline{u}v$ y $\overline{v}u$ en términos de componentes así

$$\begin{aligned}
&\sum_{s,s'} (\overline{u}(s,p_1) v(s',p_2))(\overline{v}(s',p_2) u(s,p_1)) \\
&= \sum_{s,s'} (\overline{u}_\alpha(s,p_1) v_\alpha(s',p_2))(\overline{v}_\beta(s',p_2) u_\beta(s,p_1)) \\
&= \sum_{s,s'} (u_\beta(s,p_1) \overline{u}_\alpha(s,p_1))(v_\alpha(s',p_2) \overline{v}_\beta(s',p_2)) \\
&= \sum_{s} u_\beta(s,p_1) \overline{u}_\alpha(s,p_1) \sum_{s'} v_\alpha(s',p_2) \overline{v}_\beta(s',p_2) \\
&= (\not{p}_1 + m_f)_{\beta\alpha} (\not{p}_2 - m_f)_{\alpha\beta} \\
&= tr[(\not{p}_1 + m_f)(\not{p}_2 - m_f)].
\end{aligned} \tag{15}$$

Y teniendo en cuenta $tr[\gamma_\nu] = 0$ y la relación de anticonmutación de las matrices γ_μ,

$$\begin{aligned}
tr[\gamma_\mu \gamma_\nu] &= tr[-\gamma_\nu \gamma_\mu + 2g^{\mu\nu}] \\
&= tr[-\gamma_\nu \gamma_\mu] + 2g^{\mu\nu} tr[\mathbb{1}] \\
&= tr[-\gamma_\mu \gamma_\nu] + 2g^{\mu\nu} 4 \qquad (tr[AB] = tr[BA]) \\
tr[\gamma_\mu \gamma_\nu] &= 4g^{\mu\nu}.
\end{aligned}$$

Desarrollando la traza de Ec.(15) y usando resultado anterior, se llega a

$$
\begin{aligned}
& tr[(\not{p}_1 + m_f)(\not{p}_2 - m_f)] \\
& = tr[(\gamma_\mu p_1^\mu + m_f)(\gamma_\nu p_2^\nu - m_f)] \\
& = tr[\gamma_\mu \gamma_\nu p_1^\mu p_2^\nu - m_f \gamma_\mu p_1^\mu + m_f \gamma_\nu p_2^\nu - m_f^2] \\
& = p_1^\mu p_2^\nu tr[\gamma_\mu \gamma_\nu] - 4m_f^2 \\
& = 4 g_{\mu\nu} p_1^\mu p_2^\nu - 4m_f^2 \\
& = 4(p_1 \cdot p_2 - m_f^2).
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Luego reemplazando Ecs.(15) y (16) en (14) se tiene que la amplitud invariante es

$$
\sum_{s,s'} |\mathcal{M}|^2 = G_F m_f^2 \sqrt{2} \cdot 4(p_1 \cdot p_2 - m_f^2).
$$

Puesto que $E_1 = E_2 = M_H/2$ y $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, el término $p_1 \cdot p_2 - m_f^2$ puede expresarse en la forma

$$
\begin{aligned}
p_1 \cdot p_2 - m_f^2 &= E_1 E_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 - m_f^2 \\
&= E_1^2 + \mathbf{p}_1^2 - m_f^2 \\
&= E_1^2 + (E_1^2 - m_f^2) - m_f^2 \\
&= 2(E_1^2 - m_f^2) \\
&= 2\left(\frac{M_H^2}{4} - m_f^2\right) \\
&= \frac{M_H^2}{2}\left(1 - 4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Entonces la amplitud invariante queda

$$
\sum_{s,s'} |\mathcal{M}|^2 = 2 G_F M_H^2 m_f^2 \sqrt{2} \left(1 - 4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right). \tag{18}
$$

Por otro lado, de la cinemática del problema se tiene que $\mathbf{p}_1^2 = \mathbf{p}_2^2$ y $E_{\mathcal{A}} = E_1 + E_2$, luego

$$
\begin{aligned}
\mathbf{p}_1^2 = \mathbf{p}_2^2 &= E_2^2 - m_2^2 \\
&= (E_{\mathcal{A}} - E_1)^2 - m_2^2 \\
&= E_{\mathcal{A}}^2 - 2E_{\mathcal{A}}E_1 + E_1^2 - m_2^2 \\
&= E_{\mathcal{A}}^2 - 2E_{\mathcal{A}}E_1 + \mathbf{p}_1^2 + m_1^2 - m_2^2 \\
0 &= E_{\mathcal{A}}^2 - 2E_{\mathcal{A}}E_1 + m_1^2 - m_2^2 \\
E_1 &= \frac{1}{2E_{\mathcal{A}}}\left(E_{\mathcal{A}}^2 + m_1^2 - m_2^2\right) \\
(\mathbf{p}_1^2 + m_1^2)^{1/2} &= \frac{1}{2E_{\mathcal{A}}}\left(E_{\mathcal{A}}^2 + m_1^2 - m_2^2\right) \\
\mathbf{p}_1^2 &= \frac{1}{4E_{\mathcal{A}}^2}\left(E_{\mathcal{A}}^2 + m_1^2 - m_2^2\right)^2 - m_1^2.
\end{aligned}
$$

Si las masas de las partículas finales son iguales, entonces lo anterior queda

$$
\begin{aligned}
\mathbf{p}_1^2 &= \frac{1}{4}E_{\mathcal{A}}^2 - m_1^2 \\
&= \frac{1}{4}E_{\mathcal{A}}^2\left(1 - \frac{m_1^2}{E_{\mathcal{A}}^2}\right) \\
\mathbf{p}_1 &= \frac{1}{2}E_{\mathcal{A}}\left(1 - 4\frac{m_1^2}{E_{\mathcal{A}}^2}\right)^{1/2}.
\end{aligned}
$$

Que para el caso a tratar $E_{\mathcal{A}} = m_A = M_H$ y $m_1 = m_f$, luego

$$
\mathbf{p}_1 = \frac{1}{2}M_H\left(1 - 4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{1/2}. \tag{19}
$$

Como la partícula que decae es un Higgs, entonces haciendo $m_{\mathcal{A}} \to M_H$ en Ec.(11) y reemplazando Ecs.(18) y (19) en (11), se llega a

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\Omega_{cm}} &= \frac{1}{32\pi^2 M_H^2}\frac{1}{2}M_H\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{1/2} 2G_F M_H^2 m_f^2\sqrt{2}\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right) \\
&= \frac{M_H m_f^2 G_F}{16\pi^2\sqrt{2}}\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{3/2}.
\end{aligned} \tag{20}
$$

Luego la tasa de decaimiento total es,

$$
\Gamma_{H\to f\bar{f}} = \frac{M_H m_f^2 G_F}{4\pi\sqrt{2}}\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{3/2}, \tag{21}
$$

que para el caso en que $m_f << M_H$ se reduce a

$$
\Gamma_{H\to f\bar{f}} = \frac{M_H m_f^2 G_F}{4\pi\sqrt{2}}. \tag{22}
$$

Así mismo para el proceso $e^+e^- \to H \to$ all se calculará la sección transversal. El diagrama del proceso es mostrado en la figura 3

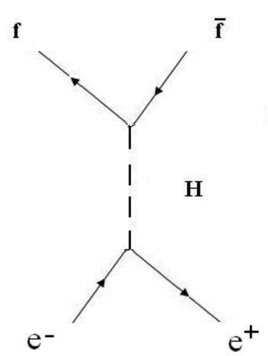

Figura 3: Diagrama de proceso $e^+e^- \to H \to$ all

Teniendo en cuenta que el propagador para una partícula inestable de masa M es $i(q^2 - M^2 + iM\Gamma_t)^{-1}$, con Γ_t la tasa de decaimiento total[3], el diagrama con el propagador se muestra en la figura 4.

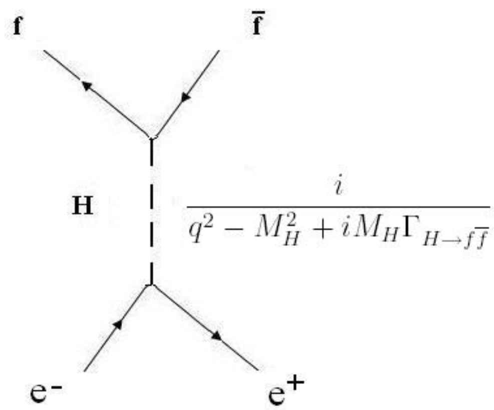

Figura 4: Reglas de Feynman del proceso $e^+e^- \to$ all

Luego la amplitud invariante $\mathcal{M}$ es el producto de todas las cantidades que contribuyen al diagrama,

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} = &(-im_e G_F\sqrt{2})^{1/2}\overline{v}(s',p_2)u(s,p_1)\times \\ &\frac{i}{q^2 - M_H^2 + iM_H\Gamma_{H\to f\bar{f}}}(-im_f G_F\sqrt{2})^{1/2}\overline{u}(r,k_1)v(r',k_2) \\ &= -m_e m_f G_F\sqrt{2}\overline{v}(s',p_2)u(s,p_1)\frac{i}{q^2 - M_H^2 + iM_H\Gamma_{H\to f\bar{f}}}\overline{u}(r,k_1)v(r',k_2). \end{aligned} \tag{23}$$

Donde p_1, s, p_2 y s' son los momentos y espines del electrón y positrón respectivamente, k_1, r y k_2, r' los del fermión y antifermión respectivamente, y q el momento del Higgs, dado por $q = p_1 + p_2$.

Elevando al cuadrado $\mathcal{M}$ de la Ec.(23), teniendo en cuenta relación (14), y sumando sobre los posibles estados de polarización finales y promediando sobre los posibles estados de polarización de los espines iniciales, se tiene

[3]Es decir a todos los modos posibles.

$$
\frac{1}{2}\sum_{s}\frac{1}{2}\sum_{s'}\sum_{r,r'}|\mathcal{M}|^2 = \frac{m_e^2 m_f^2 G_F^2}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\overline{f}}}\times
\frac{1}{2}\sum_{s,s',r,r'}\overline{v}(s',p_2)u(s,p_1)\overline{u}(r,k_1)v(r',k_2)\overline{u}(s,p_1)v(s',p_2)\overline{v}(r',k_2)u(r,k_1). \tag{24}
$$

La suma de la anterior Ec., se desarrolla en forma similar a la de la Ec.(15) y usando (16) y (17),

$$
\begin{aligned}
&\sum_{s,s',r,r'}\overline{v}(s',p_2)u(s,p_1)\overline{u}(r,k_1)v(r',k_2)\overline{u}(s,p_1)v(s',p_2)\overline{v}(r',k_2)u(r,k_1)\\
&= \sum_{s,s',r,r'}(\overline{v}_\alpha(s',p_2)u_\alpha(s,p_1))(\overline{u}_\beta(r,k_1)v_\beta(r',k_2))(\overline{u}_\gamma(s,p_1)v_\gamma(s',p_2))(\overline{v}_\delta(r',k_2)u_\delta(r,k_1))\\
&= \sum_{s}(u_\alpha(s,p_1)\overline{u}_\gamma(s,p_1))\sum_{s'}(v_\gamma(s',p_2)\overline{v}_\alpha(s',p_2))\sum_{r}(u_\delta(r,k_1)\overline{u}_\beta(r,k_1))\sum_{r'}(v_\beta(r',k_2)\overline{v}_\delta(r',k_2))\\
&= (\not{p}_1+m_e)_{\alpha\gamma}(\not{p}_2-m_e)_{\gamma\alpha}(\not{k}_1+m_f)_{\delta\beta}(\not{k}_2-m_f)_{\beta\delta}\\
&= tr[(\not{p}_1+m_e)(\not{p}_2-m_e)]tr[(\not{k}_1+m_f)(\not{k}_2-m_f)]\\
&= 16(p_1\cdot p_2-m_e^2)(k_1\cdot k_2-m_f^2)\\
&= 16\frac{M_H^2}{2}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\frac{M_H^2}{2}\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)\\
&= 4M_H^4\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right).
\end{aligned}
$$

Reemplazando lo anterior en Ec.(24) se tiene que la amplitud invariante es

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}\sum_{s}\frac{1}{2}\sum_{s'}\sum_{r,r'}|\mathcal{M}|^2 &= \frac{m_e^2 m_f^2 G_F^2}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\overline{f}}}\frac{1}{2}4M_H^4\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)\\
&= \frac{2M_H^4 m_e^2 m_f^2 G_F^2}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\overline{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right).
\end{aligned}\tag{25}
$$

Ahora para un proceso 2cuerpos → 2cuerpos la sección transversal diferencial está dada por

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{2E_{\mathcal{A}}2E_{\mathcal{B}}|\mathbf{v}_{\mathcal{A}} - \mathbf{v}_{\mathcal{B}}|}\frac{1}{4\pi^2}\frac{\mathbf{p}_1\mathrm{d}\Omega_{cm}}{4(E_{\mathcal{A}} + E_{\mathcal{B}})}|\mathcal{M}(\mathcal{A},\mathcal{B} \to 1{+}2)|^2.$$

En el centro de masa, $E_{\mathcal{A}} = E_{\mathcal{B}} = E_{cm}/2$, $E_{\mathcal{A}}+E_{\mathcal{B}} = E_{cm}$ y $|\mathbf{v}_{\mathcal{A}}-\mathbf{v}_{\mathcal{B}}| = 2$ luego la Ec. anterior queda

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{cm}} = \frac{\mathbf{p}_1}{32\pi^2E_{cm}^3}|\mathcal{M}(\mathcal{A},\mathcal{B} \to 1{+}2)|^2. \tag{26}$$

Reemplazando Ecs.(19) y (25) en (26), y teniendo en cuenta (21) se tiene

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega_{cm}} &= \frac{1}{32\pi^2E_{cm}^3}\frac{1}{2}M_H\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{1/2}\frac{2M_H^4m_e^2m_f^2G_F^2}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\bar{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)\\
&= \frac{1}{32\pi^2}\frac{M_H^2m_e^2m_f^2G_F^2}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\bar{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\left(1-4\frac{m_f^2}{M_H^2}\right)^{3/2}\\
&= \frac{1}{4\pi\sqrt{2}}\frac{M_Hm_e^2G_f}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\bar{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)\Gamma_{H\to f\bar{f}}\\
&= \frac{\Gamma_{H\to e^+e^-}\Gamma_{H\to f\bar{f}}}{(q^2-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\bar{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)^{-1/2}
\end{aligned}$$

Sabiendo que $q = p_1 + p_2 = \sqrt{s}$, con s energía del centro de masa, la sección transversal total es

$$\sigma(e^+e^- \to H \to f\bar{f}) = \frac{4\pi\Gamma_{H\to e^+e^-}\Gamma_{H\to f\bar{f}}}{(s-M_H^2)^2+M_H^2\Gamma^2_{H\to f\bar{f}}}\left(1-4\frac{m_e^2}{M_H^2}\right)^{-1/2}, \tag{27}$$

que para el caso en que $m_f << M_H$ se reduce a

$$\sigma(e^+e^- \to H \to f\overline{f}) = \frac{4\pi\Gamma_{H\to e^+e^-}\Gamma_{H\to f\overline{f}}}{(s-M_H^2)^2 + M_H^2\Gamma^2_{H\to f\overline{f}}}. \tag{28}$$

La anterior Ec., es un caso especial de la fórmula de Breit-Wigner[5]

$$\sigma_{\mathrm{T}}(i \to X) = 4\pi\frac{m^2}{\mathbf{p}^2}\frac{2J+1}{(2s_1+1)(2s_2+1)}\frac{\Gamma_i\Gamma_X}{(s-m^2)^2+m^2\Gamma_t^2}, \tag{29}$$

para la contribución de una partícula inestable o resonancia(de espín J, masa m y tasa de decaimiento total Γ_t) a $\sigma(i \to X)$ en la región de $\sqrt{s} = m$, y con Γ_i y Γ_X las tasas de decaimiento de la resonancia a los canales i y X respectivamente, s_1 y s_2 los espines de las partículas que colisionan, y $\mathbf{p}$ el trimomento de una de las partículas iniciales.

En efecto, para la reacción $e^+e^- \to H \to$ all se tiene $s_1 = s_2 = 1/2$, $J = 0$, $m = M_H$, $\mathbf{p}^2 = M_H^2/4$, $\Gamma_i = \Gamma_{H\to e^+e^-}$ y $\Gamma_X = \Gamma_{H\to f\overline{f}}$ con lo que Ec.(29) se reduce a Ec.(28). Para $s = M_H^2$, la sección transversal $\sigma(e^+e^- \to H \to f\overline{f})$ presenta el pico de resonancia

$$\begin{aligned}\sigma_{\mathrm{peak}}(e^+e^- \to H \to f\overline{f}) &= \frac{4\pi}{M_H^2}\frac{\Gamma_{H\to e^+e^-}}{\Gamma_{H\to f\overline{f}}} \\ &= \frac{4\pi}{M_H^2}\frac{m_e^2}{m_f^2},\end{aligned}$$

que es muy pequeño aún para bosones de Higgs livianos, debido a la magnitud de m_e o acople de $He\overline{e}$[4]. De aquí que los procesos $e^+e^- \to H \to$ all no sean los más favorables para la producción del Higgs[6, 7].

[4]Dicho acople es m_e/ν.

Referencias

[1] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publishing Company(1995), p. 101

[2] ibdg 1, p. 105

[3] Francis Halzen and Alan D. Martin. *Quarks & Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons(1984), p. 89

[4] Chris Quigg. *Gauge theory of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions*, Westview Press(1997), p. 110

[5] F. Mandl and G. Shaw. *Quantum Field Theory*, John Wiley & Sons(1993), p. 319-320

[6] ibdg 4, p. 130.

[7] ibdg 5, p. 325.