Cálculo de la matriz S

José David Ruiz Álvarez

1 de septiembre de 2009

Resumen

Se calcula cuales son las componentes del campo que son relevantes para computar la matriz S de un decaimiento tipo B -¿ff

1. Procedimiento

Recordemos que cuando hacemos segunda cuantización, es decir cuantizamos el campo, obtenemos que el campo se transforma en un operador, en función de los operadores de creación y aniquilación del campo, los cuales se obtienen como primera aproximación del campo a un oscilador armónico. Esto es,

$$\hat{\phi} \;\; \alpha \;\; \hat{a} + \hat{a}^\dagger \tag{1}$$

Podemos entonces describir el campo en dos partes de la siguiente manera

$$\phi_+ \;\; \alpha \;\; \hat{a} \quad , \quad \phi_- \;\; \alpha \;\; \hat{a}^\dagger \tag{2}$$

Quedan entonces sus acciones sobre los bras y kets en la base número de la siguiente manera

$$\phi_+|n_\phi> \;\; \alpha \;\; |n-1_\phi> \quad <n_\phi|\phi_+ \;\; \alpha \;\; <n+1_\phi| \tag{3}$$

y

$$\phi_-|n_\phi> \;\; \alpha \;\; |n+1_\phi> \quad <n_\phi|\phi_- \;\; \alpha \;\; <n-1_\phi| \tag{4}$$

Y lo mismo tendremos bien sea para un campo fotónico o fermiónico.
El Langrangiano de interacción de nuestro interés está dado por

$$\mathcal{L}_{int} = -h\bar{\psi}\psi\phi \tag{5}$$

Que en términos de las componentes + y - de los campos se puede expresar como

$$\mathcal{L}_{int} = -h\left(\bar{\psi}_+ + \bar{\psi}_-\right)\left(\psi_+ + \psi_-\right)\left(\phi_+ + \phi_-\right) \tag{6}$$

Para el cálculo de el elemento de matriz entre el estado inicial de un B y el estado final de un electrón y un positrón debemos sanduchar este langrangiano, equivalnetemente el hamiltoniano, entre dichos estados. Esto estaods están descritos en la base de número por $|i>=|1_\phi>$ y $<f|=<1_{\bar{\psi}},1_\psi|$.

De desarrollo del langrangiano en las componentes de los campos, vemaos qué términos contribuyen al elemento de matriz

$$<1_{\bar{\psi}},1_\psi|\bar{\psi}_+\psi_+\phi_+|1_\phi> \;\; \alpha \;\; <2_{\bar{\psi}},2_\psi|0_\phi>=0 \tag{7}$$

$$<1_{\bar{\psi}},1_\psi|\bar{\psi}_+\psi_+\phi_-|1_\phi> \;\; \alpha \;\; <2_{\bar{\psi}},2_\psi|2_\phi>=0 \tag{8}$$

$$<1_{\bar{\psi}},1_\psi|\bar{\psi}_+\psi_-\phi_+|1_\phi> \;\; \alpha \;\; <2_{\bar{\psi}},0_\psi|0_\phi>=0 \tag{9}$$

$$<1_{\bar{\psi}},1_\psi|\bar{\psi}_+\psi_-\phi_-|1_\phi> \;\; \alpha \;\; <2_{\bar{\psi}},0_\psi|2_\phi>=0 \tag{10}$$

$$<1_{\bar{\psi}},1_\psi|\bar{\psi}_-\psi_+\phi_+|1_\phi> \;\; \alpha \;\; <0_{\bar{\psi}},2_\psi|0_\phi>=0 \tag{11}$$

$$< 1_{\bar{\psi}}, 1_\psi|\bar{\psi}_-\psi_+\phi_-|1_\phi > \quad \alpha \quad < 0_{\bar{\psi}}, 2_\psi|2_\phi >= 0 \tag{12}$$

$$< 1_{\bar{\psi}}, 1_\psi|\bar{\psi}_-\psi_-\phi_+|1_\phi > \quad \alpha \quad < 0_{\bar{\psi}}, 0_\psi|0_\phi >\neq 0 \tag{13}$$

$$< 1_{\bar{\psi}}, 1_\psi|\bar{\psi}_-\psi_-\phi_-|1_\phi > \quad \alpha \quad < 0_{\bar{\psi}}, 0_\psi|2_\phi >= 0 \tag{14}$$

Recordemos que los estados en la base número tendrán un número de partículas en cada campo. Por ejemplo, $|2_\phi >= |0_{\bar{\psi}}, 0_\psi, 2_\phi >$ ó $< 0_{\bar{\psi}}, 0_\psi| =< 0_{\bar{\psi}}, 0_\psi, 0_\phi|$.