

Daniel Capanema

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

- Os algoritmos fazem parte do dia-a-dia das pessoas. Exemplos de algoritmos:
  - Instruções para o uso de medicamentos;
  - Indicações de como montar um aparelho;
  - Uma receita de culinária.
- Sequência de ações executáveis para a obtenção de uma solução para um determinado tipo de problema.

- Segundo Dijkstra, um algoritmo corresponde a uma descrição de um padrão de comportamento, expresso em termos de um conjunto finito de ações.
  - Executando a operação  $a + b$  percebemos um padrão de comportamento, mesmo que a operação seja realizada para valores diferentes de  $a$  e  $b$ .
- Conhecido por:
  - Algoritmo de Dijkstra
  - Semáforo

**Edsger Wybe Dijkstra**

$$\zeta(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2\pi i x} dx$$
 Ciência da computação



Nacionalidade	 Neerlandês
Nascimento	11 de Maio de 1930
Local	Roterdã, Países Baixos
Falecimento	6 de Agosto de 2002 (72 anos)
Local	Nuenen, Países Baixos
<b>Actividade</b>	
Campo(s)	Ciência da computação
Orientador(es)	Adriaan van Wijngaarden
Orientado(s)	Nico Habermann, Jan L. A. van de Snepscheut
Conhecido(a) por	Algoritmo de Dijkstra Semáforo THE

- **Definição:** um algoritmo é um conjunto finito de instruções precisas para executar uma computação.
  - Um algoritmo pode ser visto como uma ferramenta para resolver um problema computacional bem especificado.
- Um algoritmo pode receber como entrada um conjunto de valores e pode produzir como saída um outro conjunto de valores.
  - Um algoritmo descreve uma sequência de passos computacionais que transforma a entrada numa saída, ou seja, uma relação entrada/saída.
- O vocábulo algoritmo origina do nome al-Khowarizmi.

- Do antropônimo<sup>2</sup> árabe *al-Khuwarizmi* (matemático árabe do século IX) formou-se o árabe *al-Khuwarizmi* ‘numeração decimal em arábicos’ que passou ao latim medieval *algorismus* com influência do grego *arithmós* ‘número’; forma histórica 1871 *algorithmo*.
- 1. Estudo da origem e da evolução das palavras.
- 2. Nome próprio de pessoa ou de ser personificado
- Referência: Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa, 2001, 1a edição.

- Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa, 2001, 1ª edição:
  - Conjunto das regras e procedimentos lógicos perfeitamente definidos que levam à solução de um problema em um número de etapas.
  
- Dicionário Webster da Língua Inglesa:
  - An Algorithm is a procedure for solving a mathematical problem in a finite number of steps that frequently involves a repetition of an operation

- Regras são precisas
- Conjunto de regras é finito
- Tempo finito de execução
- Regras são executadas por um computador

- Deve-se definir um repertório finito de regras
  - Linguagem de programação
- A maior parte dos algoritmos utiliza métodos de organização de dados envolvidos na computação
  - Estruturas de dados
- Tempo finito não é uma eternidade
  - A maior parte das pessoas não está interessada em algoritmos que levam anos, décadas, séculos, milênios para executarem
- Existem diferentes “tipos de computadores”
  - § Existem diferentes modelos computacionais



- Estático:
  - Texto contendo instruções que devem ser executadas em uma ordem definida, independente do aspecto temporal
- Dinâmico:
  - Execução de instruções a partir de um conjunto de valores iniciais, que evolui no tempo
- Dificuldade:
  - Relacionamento entre o aspecto estático e dinâmico

- Apresente as justificativas:
  1. Um programa pode ser visto como um algoritmo codificado em uma linguagem de programação que pode ser executado por um computador. Qualquer computador pode executar qualquer programa?
  2. Todos os problemas ligados às ciências exatas possuem algoritmos?
  3. Todos os problemas computacionais têm a mesma dificuldade de resolução?
  4. Como algoritmos diferentes para um mesmo problema podem ser comparados/avaliados?

Na Grécia antiga, lugares maravilhosos como este ...



*Vale perto de Almfiklia. Grécia*

...podiam se transformar em cenários de guerra.



- É quando algum filósofo propõe o “problema dos dois exércitos”.



- Exército Alfa está em maior número que o exército Gama mas está dividido em duas metades, cada uma numa lateral do vale.
- Cada metade do exército Alfa está em menor número que o exército Gama.
- Objetivo do exército Alfa: coordenar um ataque ao exército Gama para ganhar a guerra.



1. General do exército **Alfa**, do lado esquerdo do vale, chama o seu melhor soldado para levar uma mensagem para o general do exército **Alfa** do lado direito:

 Vamos atacar conjuntamente o exército **Gama** amanhã às 6:00h?

- Observações:
- A **única** possibilidade de comunicação entre os dois generais é através de um mensageiro.
  - Os dois generais têm um “relógio perfeitamente sincronizado”, ou seja, eles sabem pela posição do sol quando é 6:00h.



**Exército Alfa**

Lateral do vale

**Exército Gama**

Centro do vale

**Exército Alfa**

Lateral do vale



Vale perto de Almíklia, Grécia

2. O soldado do exército **Alfa** atravessa as linhas inimigas e leva a mensagem até o general do outro lado.

**Exército Alfa**

Lateral do vale

**Exército Gama**

Centro do vale

**Exército Alfa**

Lateral do vale



Vale perto de Almíklia, Grécia

3. O general do exército **Alfa** do lado direito concorda em atacar o exército **Gama** no dia seguinte às 6:00h.

**Exército Alfa**

Lateral do vale

**Exército Gama**

Centro do vale

**Exército Alfa**

Lateral do vale

④  
←

Vale perto de Almífilia, Grécia



4. O soldado do exército **Alfa** atravessa novamente as linhas inimigas e confirma com seu general o ataque para o dia seguinte.



**Exército Alfa**

Lateral do vale

**Exército Gama**

Centro do vale

**Exército Alfa**

Lateral do vale



Vale perto de Almífilia, Grécia

→ Após esses quatro passos terem sido realizados com sucesso, vai haver ataque amanhã às 6:00h?

- Um algoritmo é **correto** se, para cada instância de entrada, ele para com a saída correta
- Um algoritmo **incorreto** pode não parar em algumas instâncias de entrada, ou então pode parar com outra resposta que não a desejada

- Algoritmos **eficientes** são os que executam em tempo polinomial
- Algoritmos que necessitam de tempo superpolinomial são chamados de **ineficientes**

- Problemas que podem ser resolvidos por algoritmo de tempo polinomial são chamados de **tratáveis**
- Problemas que exigem tempo superpolinomial são chamados de **intratáveis**

# Tratabilidade

- Um problema é **decidível** se existe algoritmo para resolvê-lo
- Um problema é **indecidível** se não existe algoritmo para resolvê-lo

## Decidibilidade

- Analisar a complexidade computacional de um algoritmo significa prever os recursos de que o mesmo necessitará:
  - Memória
  - Largura de banda de comunicação
  - Hardware
  - Tempo de execução
- Geralmente existe mais de um algoritmo para resolver um problema
- A análise de complexidade computacional é fundamental no processo de definição de algoritmos mais eficientes para a sua solução
- Em geral, o tempo de execução cresce com o tamanho da entrada

- O tempo de computação e o espaço na memória são recursos limitados
  - Os computadores podem ser rápidos, mas não são infinitamente rápidos
  - A memória pode ser de baixo custo, mas é finita e não é gratuita
- Os recursos devem ser usados de forma sensata, e algoritmos eficientes em termos de tempo e espaço devem ser projetados
- Com o aumento da velocidade dos computadores, torna-se cada vez mais importante desenvolver algoritmos mais eficientes, devido ao aumento constante do tamanho dos problemas a serem resolvidos

- Suponha que para resolver um determinado problema você tem disponível um **algoritmo exponencial** ( $2^n$ ) e um computador capaz de executar  $10^4$  operações por segundo

		2 <sup>n</sup> na máquina 10 <sup>4</sup>
	tempo (s)	tamanho
	0,10	10
	1	13
1 minuto	60	19
1 hora	3.600	25
1 dia	86.400	30
1 ano	31.536.000	38



- Investir em algoritmo:

- Você encontrou um algoritmo quadrático ( $n^2$ ) para resolver o problema

		2 <sup>n</sup> na máquina 10 <sup>4</sup>	2 <sup>n</sup> na máquina 10 <sup>9</sup>	n <sup>2</sup> na máquina 10 <sup>4</sup>	n <sup>2</sup> na máquina 10 <sup>9</sup>
	tempo (s)	tamanho	tamanho	tamanho	tamanho
	0,10	10	27	32	10.000
	1	13	30	100	31.623
1 minuto	60	19	36	775	244.949
1 hora	3.600	25	42	6.000	1.897.367
1 dia	86.400	30	46	29.394	9.295.160
1 ano	31.536.000	38	55	561.569	177.583.783

*Novo algoritmo oferece uma melhoria maior  
que a compra da nova máquina*

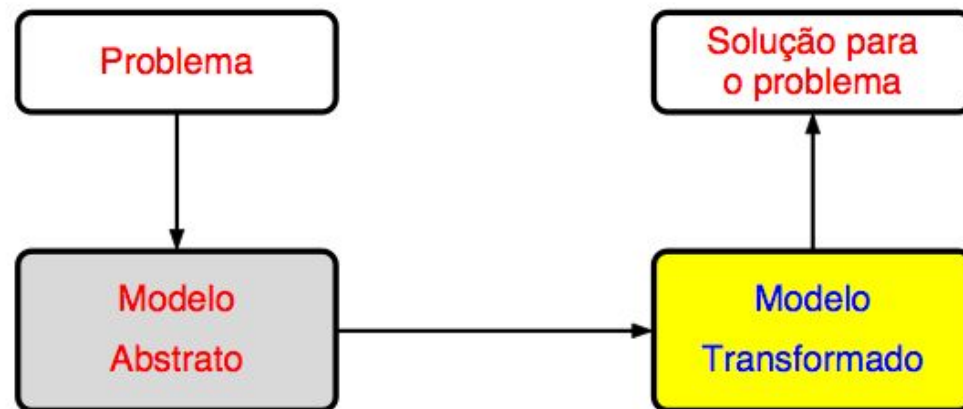
- Algum dia você poderá encontrar um problema para o qual não seja possível descobrir prontamente um algoritmo publicado
- É necessário estudar técnicas de projeto de algoritmos, de forma que você possa desenvolver algoritmos por conta própria, mostrar que eles fornecem a resposta correta e entender sua eficiência

- Porque se você quer trabalhar nas grandes empresas, os problemas que você vai enfrentar são a nível global.



- Imagine trabalhar na Google...
  - Quantos bilhões de acessos o site da Google tem por segundo?
  - Qual é o tamanho da base de dados?

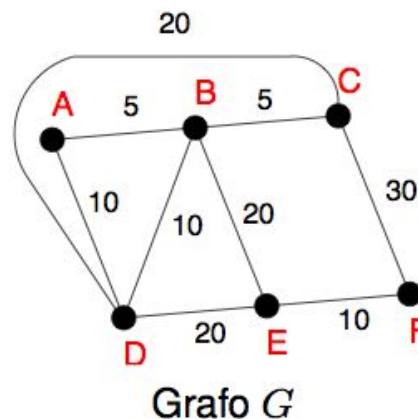
- **Metodologia:** conjunto de conceitos que traz coesão a princípios e técnicas mostrando quando, como e porque usá-los em situações diferentes.
- A metodologia que usa matemática na resolução de problemas é conhecida como modelagem matemática.
- O processo de modelagem:



- Suponha a malha rodoviária entre as seis cidades A, B, C, D, E, e F.
- **Problema:** Achar um subconjunto da malha rodoviária representada pela tabela abaixo que ligue todas as cidades e tenha um comprimento total mínimo.

	B	C	D	E	F
A	5	–	10	–	–
B		5	10	20	–
C			20	–	30
D				20	–
E					10

- Tabela já é um modelo da situação do mundo real.
- A tabela pode ser transformada numa representação gráfica chamada GRAFO, que será o modelo matemático.



- **Grafo (definição informal):** conjunto de pontos chamados de vértices ou nós, e um conjunto de linhas (normalmente não-vazio) conectando um vértice ao outro.
  - Neste caso, cidades são representadas por vértices e estradas por linhas (arestas).

- Qual é o próximo passo?
  - Achar uma solução em termos desse modelo.
  - Nesse caso, achar um grafo  $G'$  com o mesmo número de vértices e um conjunto mínimo de arestas que conecte todas as cidades e satisfaça a condição do problema.
- **Observação:** o modelo matemático é escolhido, em geral, visando a solução.
- A solução será apresentada na forma de um algoritmo.

- Veremos várias técnicas de projeto de algoritmos na disciplina.
  - Transformação
  - Divisão e conquista
  - Programação dinâmica
  - Método guloso
  - Enumeração implícita
  - Técnicas de retrocesso e critérios de poda
  - Algoritmos aproximados



- **Objetivo:** preencher todos os espaços em branco do quadrado maior, que está dividido em nove grids, com os números de 1 a 9 (letras).
  - Os algarismos não podem se repetir na mesma coluna, linha ou grid.
- **Godoku:** é similar ao Sudoku mas formado apenas por letras.

		1	8			3		
	4	9	7	1	6		8	
	2			9				
		4					2	
	5	6			1	8		
	1					5		9
						4	3	
			1	6				8
7					2			1

Sudoku

A								
				C				
	B				F	I		D
		A					B	
E				G				
		F				H		
			D		E			
I			B					
							A	

Godoku

- O jogo SuperSudoku é similar ao Sudoku e Godoku formado por números e letras. Cada grid tem 16 entradas, sendo nove dos números (0 a 9) e seis letras (A a F).

6	1	B	2			5	3		A	D		8		C	F
		0	8		B	C			7	6	F				5
4	9		D	2			0	8			C	B		7	1
		F			D	8		3	B		1		A	0	E
3	4		5	A		1	7		F	2		C	0	9	
								6				A			B
0		E	B	D	6		9	1	4		A		5		
		6			4		5	9		8	7			E	3
				B				5	3			E	7		4
F		5				6		A		4	8			2	
	8		4				C	F	2			1	3		A
2		7				4		E			6			F	
		C	0	4			2			1	B			5	9
7	E			5		D		4	9		0	3		B	8
5		4		8		7	6		E	F	3		C		
8		1		3	0		B	C		5		7		4	D

- O objetivo é projetar um algoritmo para resolver o problema.
  - Veja que o Sudoku e o Deep Blue têm características bem diferentes!
- Esse projeto envolve dois aspectos:
  1. O algoritmo propriamente dito, e
  2. A estrutura de dados a ser usada nesse algoritmo.
- Em geral, a escolha do algoritmo influencia a estrutura de dados e vice-versa.
  - É necessário considerar diferentes fatores para escolher esse par (algoritmo e estrutura de dados).
  - Pontos a serem estudados ao longo do curso, começando pela sequência de disciplinas Algoritmos e Estruturas de Dados.

- Um possível algoritmo para resolver o jogo Sudoku é o “Algoritmo de Força Bruta”:
  - Tente todas as possibilidades até encontrar uma solução!
- Nessa estratégia, quantas possibilidades existem para a configuração abaixo?

		3	1					6
	7			3				2
6		9		8		7		
2					8			
	5	6		1		3	8	
			2					4
		8		6		5		1
	9			4			6	
1					3	2		

458	248		3	1	2579	24579	489	459
3	3	3	1	4	4	3	3	6
458		145	4589	4	3	4	4	2
3	7	3	4	3	4	4	2	3
6	124	9	45	2	8	3	7	1345
	3						4	2
2	134	147	345679	579	8	109	1579	579
	3	3	6	3	3	3	4	3
479		5	6	3	1	3	3	8
3	5	6	3	1	3	3	8	3
3789	138	17		579	5679	169	1579	
4	3	2	2	3	4	3	4	4
347	234		79	6	279	5	3479	1
3	3	8	2	6	3	5	4	1
357		257	578	3	4	1257	8	378
3	9	3	3	4	4	1	6	3
1	45	457	5789	579	3	2	479	789
	2	3	4	3	3		3	3

Legenda: X nº de opções para a posição

- Existem  $1^1 \times 2^5 \times 3^{32} \times 4^{13} \times 6^1 = 23\ 875\ 983\ 329\ 839\ 202\ 653\ 175\ 808$   
 $\approx 23,8 \times 1024$  possibilidades!

- Estruturas de dados e algoritmos estão intimamente ligados:
  - Não se pode estudar estruturas de dados sem considerar os algoritmos associados a elas;
  - Assim como a escolha dos algoritmos em geral depende da representação e da estrutura dos dados.
- Para resolver um problema é necessário escolher uma abstração da realidade, em geral mediante a definição de um conjunto de dados que representa a situação real.
- A seguir, deve ser escolhida a forma de representar esses dados.

- A escolha da representação dos dados é determinada, entre outras, pelas operações a serem realizadas sobre os dados.
- Considere a operação de adição:
  - Para pequenos números, uma boa representação é por meio de barras verticais (caso em que a operação de adição é bastante simples).
  - Já a representação por dígitos decimais requer regras relativamente complicadas, as quais devem ser memorizadas.
- Quando consideramos a adição de grandes números é mais fácil a representação por dígitos decimais (devido ao princípio baseado no peso relativo a posição de cada dígito).

- Programar é basicamente estruturar dados e construir algoritmos.
- Programas são formulações concretas de algoritmos abstratos, baseados em representações e estruturas específicas de dados.
- Programas representam uma classe especial de algoritmos capazes de serem seguidos por computadores.
- Um computador só é capaz de seguir programas em linguagem de máquina (sequência de instruções obscuras e desconfortáveis).
- É necessário construir linguagens mais adequadas, que facilitem a tarefa de programar um computador.
- Uma linguagem de programação é uma técnica de notação para programar, com a intenção de servir de veículo tanto para a expressão do raciocínio algorítmico quanto para a execução automática de um algoritmo por um computador.

- Caracteriza o conjunto de valores a que uma constante pertence, ou que podem ser assumidos por uma variável ou expressão, ou que podem ser gerados por uma função.
- Tipos simples de dados são grupos de valores indivisíveis (como os tipos básicos integer, boolean, char e real do Pascal).
  - Exemplo: uma variável do tipo boolean pode assumir o valor verdadeiro ou o valor falso, e nenhum outro valor.
- Os tipos estruturados em geral definem uma coleção de valores simples, ou um agregado de valores de tipos diferentes.



- Modelo matemático, acompanhado das operações definidas sobre o modelo.
  - Exemplo: o conjunto dos inteiros acompanhado das operações de adição, subtração e multiplicação.
- TADs são utilizados extensivamente como base para o projeto de algoritmos.
- A implementação do algoritmo em uma linguagem de programação específica exige a representação do TAD em termos dos tipos de dados e dos operadores suportados.
- A representação do modelo matemático por trás do tipo abstrato de dados é realizada mediante uma estrutura de dados.
- Podemos considerar TADs como generalizações de tipos primitivos e procedimentos como generalizações de operações primitivas.
- O TAD encapsula tipos de dados:
  - A definição do tipo e todas as operações ficam localizadas numa seção do programa.

- Considere uma aplicação que utilize uma lista de inteiros.
- Poderíamos definir o TAD Lista, com as seguintes operações:
  1. Faça a lista vazia;
  2. Obtenha o primeiro elemento da lista; se a lista estiver vazia, então retorne nulo;
  3. Insira um elemento na lista.
- Há várias opções de estruturas de dados que permitem uma implementação eficiente para listas (por exemplo, o tipo estruturado arranjo).

- Cada operação do tipo abstrato de dados é implementada como um procedimento na linguagem de programação escolhida.
- Qualquer alteração na implementação do TAD fica restrita à parte encapsulada, sem causar impactos em outras partes do código.
- Cada conjunto diferente de operações define um TAD diferente, mesmo atuem sob um mesmo modelo matemático.
- A escolha adequada de uma implementação depende fortemente das operações a serem realizadas sobre o modelo.

# LOONEY TUNES



*That's all Folks.*