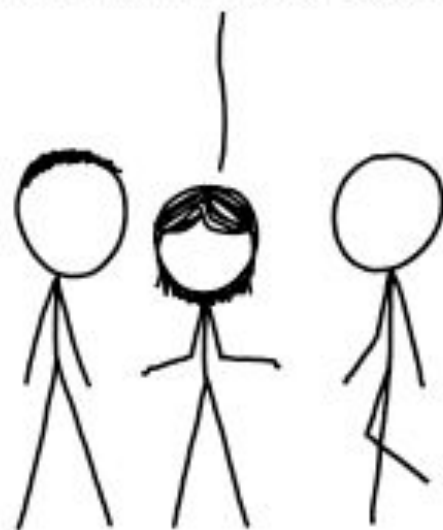


Fundamentos Matemáticos

Daniel Capanema

OUR FIELD HAS BEEN
STRUGGLING WITH THIS
PROBLEM FOR YEARS.



STRUGGLE NO MORE!
I'M HERE TO SOLVE
IT WITH *ALGORITHMS!*



SIX MONTHS LATER:

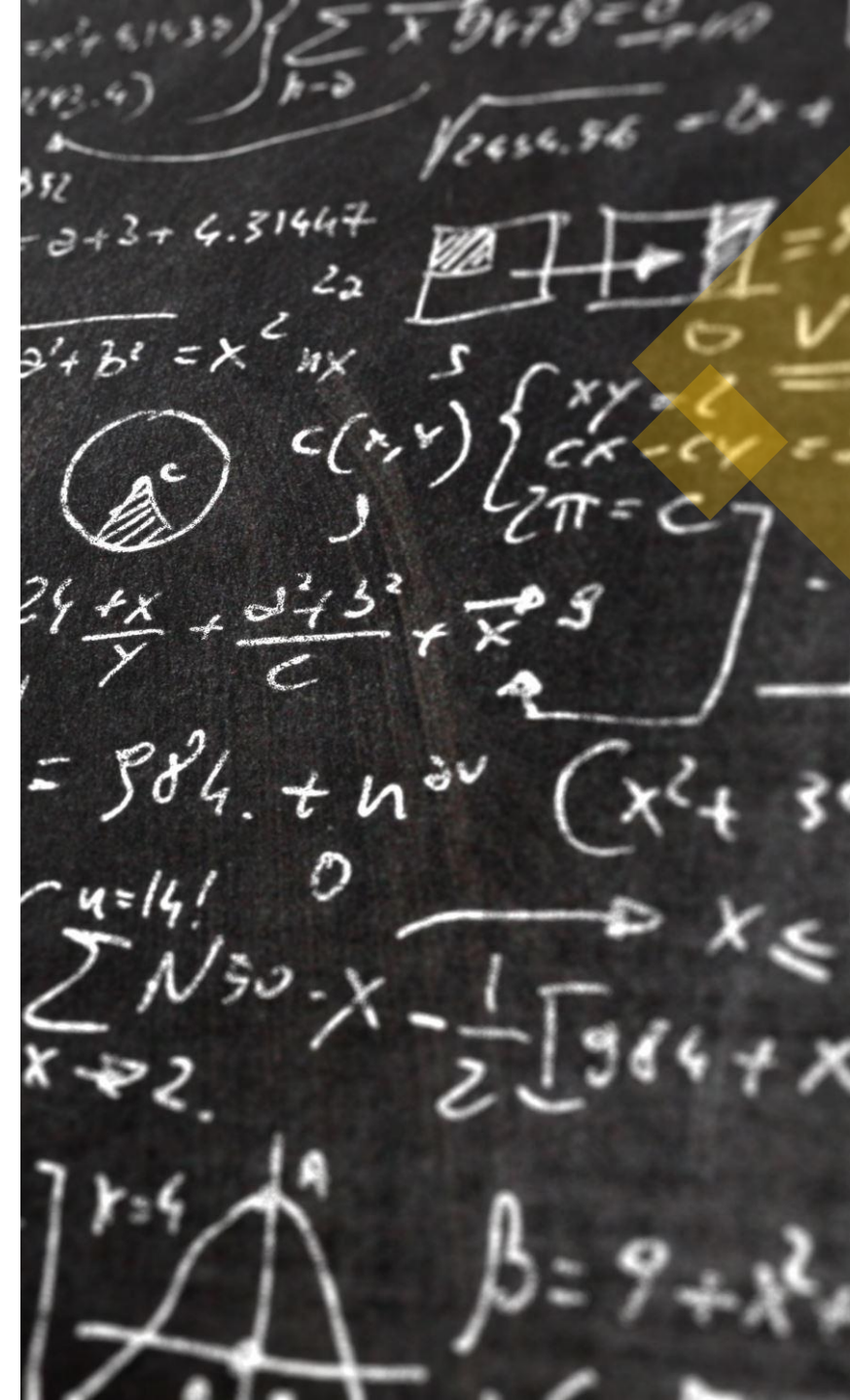
WOW, THIS PROBLEM
IS REALLY HARD.

YOU DON'T SAY.



Preâmbulo

- A análise de algoritmos ou programas utiliza técnicas de matemática discreta;
- Essas técnicas utilizam a manipulação de somas, produtos, permutações, fatoriais, coeficientes binomiais, solução de equações de recorrência, entre outras;



Preâmbulo

- Qual o valor de cont?
- =====
- $F(n) = F(n-1) + F(n-2); n \geq 3$
- $F(1) = 1$
- $F(2) = 1$

```
#include<stdio.h>
int main(){
    int n= 9, cont = 0;

    for (int i=1;i<=n;i++){
        for (int j=1;j<=i;j++){
            cont++;
        }
    }
    printf("Valor do contador %d \n", cont);
    return 0;
}
```

Preâmbulo

N	10	20	40
Chamada de função	109	13.529	204.668.309

Máquina	N=10	N=100
4 bilhões de instruções por segundo	< 1 segundo	?

```
int fibo (int n) {  
    if (n <= 2)  
        return 1;  
    else  
        return fibo(n-1)+fibo(n-2);  
}
```

Potenciação

- Definição: seja a um número real e x um número inteiro.
- Propriedades

$$a^x = \begin{cases} a \times a \times a \times \cdots \times a \text{ (} x \text{ vezes)} & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{a^{-x}} & \text{se } x < 0 \text{ e } a \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \text{ e } a \neq 0 \end{cases}$$

- Se a é um número real e $x = n/m$ é um número racional com n sendo inteiro e m sendo inteiro positivo

- $a^x = a^{\frac{n}{m}} = (a^{\frac{1}{m}})^n$

$$a^x a^y = a^{x+y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$(ab)^x = a^x b^x$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Somatório

- <https://pt.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-integration-new/ab-6-3/v/sigma-notation-sum>

Logaritmo

Definição 1.1: *Logaritmo*

O *logaritmo de n na base a* , denotado $\log_a n$, é o valor x tal que x é o expoente a que a deve ser elevado para produzir n ($a^x = n$).

$$\log_a n = b \text{ se e somente se } a^b = n$$

$$\log_2 8 = x \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

Logaritmo

Dados números reais $a, b, c \geq 1$, as seguintes igualdades são válidas:

$$(i) \log_a 1 = 0$$

$$(ii) \log_a a = 1$$

$$(iii) a^{\log_a b} = b$$

$$(iv) \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$

$$(v) \log_c(a/b) = \log_c a - \log_c b$$

$$(vi) \log_c(a^b) = b \log_c a$$

$$(vii) \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$(viii) \log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

$$(ix) a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

Logaritmo

- `for (int i = n; i > 0; i /= 2)`
 - `a *= 2;`
- Quantas multiplicações serão executadas?

N	Número de multiplicações
7	
8	
15	
16	
32	
33	

Logaritmo

- for (int i = n; i > 0; i /= 2)
 - a *= 2;
- Quantas multiplicações serão executadas?

N	Valor de i	Número de multiplicações
7	7,3,1	3
8	8,4,2,1	4
15	15,7,3,1	4
16	16,8,4,2,1	5
32	32,16,8,4,2,1	6
33	33,16,8,4,2,1	6

$$\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$